



نشریه مهندسی عمران فردوسی

فصلنامه علمی

شماره پیاپی ۵۳

- ۱ بررسی تأثیر الیاف پلی‌الفین و جایگزینی سیمان با
سرباره بر مقاومت بتن قلیا فعال شده حاوی خرده
لاستیک در محیط‌های عادی و اسیدی
بهرام بلوری کشلی - ایمان محمد پور نیک بین
محمد جواد مهدی زاده
- ۲۳ بررسی کمی میزان دقت روش شتاب مرتبه ۳ نسبت به
روش‌های دیگر عددی برای بارگذاری هارمونیک -
مطالعه موردی یک سازه نرم شونده دو درجه آزاد
مسعود محمودآبادی - فاطمه انصاری - فاطمه هاتفی اردکانی
- ۴۳ مطالعه عددی تأثیر نوع اتصال بین شمع و پی در
ظرفیت باربری و نشست ایجاد شده در پی‌های شناور
شمعی
مهدی یزدی نسب - محمود یزدانی
- ۶۱ کنترل ارتعاشات سازه با استفاده از کنترل پیش‌بین
مدل بهبود یافته با فیلتر کالمن
مرتضی قربانی عوری - امین قلی‌زاد - مونا شعاعی پرچین
- ۸۳ ارزیابی اثر ویژگی‌های مصالح بر پاسخ دینامیکی
روسازی انعطاف‌پذیر تحت بار FWD
فرزانه قدیانی نژاد رزکی - محمدرضا خانمحمدی - مهدی شجاعی
- ۱۱۱ تحلیل لرزه‌ای توپوگرافی تپه - دره نیم‌سینوسی واقع
بر حفره زیرسطحی در برابر انتشار امواج قائم P-SV
توسط اجزای مرزی تقابل دوگانه
پویا کاوندی - مهدی پنجه - نوید گنجیان - جعفر عسگری مارنانی

سر دبیر: محمدرضا اصفهانی

مدیر مسئول: فریدون ایرانی

صاحب امتیاز: دانشگاه فردوسی مشهد

هیئت تحریریه:

دکتر محمدرضا اصفهانی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، گروه مهندسی عمران
دکتر کاظم بدو	استاد، دانشگاه ارومیه، دانشکده مهندسی
دکتر جعفر بلوری بزاز	دانشیار، دانشگاه فردوسی مشهد، گروه مهندسی عمران
دکتر احمد پویا	استاد، Ecole des Ponts Paris tech
دکتر سید محمود حسینی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، گروه مهندسی عمران
دکتر ناصر حافظی مقدس	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده علوم پایه
دکتر سیداحسان سیدی حسینی نیا	دانشیار، دانشگاه فردوسی مشهد، گروه مهندسی عمران
دکتر شهناز دانش	دانشیار، دانشگاه فردوسی مشهد، گروه عمران
دکتر غلامرضا رخشنده رو	استاد، دانشگاه شیراز، دانشکده راه و ساختمان
دکتر محمدحسین سبط	استاد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی عمران
دکتر فرزاد شهابیان مقدم	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، گروه مهندسی عمران
دکتر امیر کاووسی	استاد، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی، گروه راه و ترابری
دکترحسین گنجی دوست	استاد، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی، گروه راه و ترابری
دکتر محمود فغفور مغربی	استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، گروه مهندسی عمران
دکتر فریدون مقدس نژاد	استاد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی عمران
دکتر ابوالفضل محمدزاده مقدم	دانشیار، دانشگاه فردوسی مشهد، گروه مهندسی عمران
دکتر محمدرضا کیانوش	استاد، University of Ryerson

مسئول دفتر نشریه: تکتّم هوشمند

ویراستار ادبی: الهام دهقان

ویرایش و صفحه آرایی: سیده عاطفه نوعی باغبان- تکتّم هوشمند

<http://www.srlst.com>

این نشریه در کتابخانه منطقه‌ای علوم و تکنولوژی شیراز (ISC) نمایه می‌شود.

نشانی: مشهد- دفتر نشریه - دانشکده مهندسی - دانشگاه فردوسی مشهد - صندوق پستی: ۹۱۷۷۵-۱۱۱۱

وب سایت: <http://civil-ferdowsi.um.ac.ir> پست الکترونیکی: civil-ferdowsi@um.ac.ir شماره تلفن: ۰۵۱۳۸۸۰۶۰۲۴

چاپ: چاپخانه دانشگاه فردوسی مشهد

فهرست مطالب

- ۱ بررسی تأثیر الیاف پلی‌الفین و جایگزینی سیمان با سرباره بر مقاومت بتن قلیا فعال شده حاوی خرده لاستیک در محیط -
های عادی و اسیدی
بهرام بلوری کشلی - ایمان محمد پور نیک بین - محمد جواد مهدی زاده
- ۲۳ بررسی کمی میزان دقت روش شتاب مرتبه ۳ نسبت به روش‌های دیگر عددی برای بارگذاری هارمونیک - مطالعه
موردی یک سازه نرم شونده دو درجه آزاد
مسعود محمودآبادی - فاطمه انصاری - فاطمه هاتفی اردکانی
- ۴۳ مطالعه عددی تأثیر نوع اتصال بین شمع و پی در ظرفیت باربری و نشست ایجاد شده در پی‌های شناور شمعی
مهدی یزدی نسب - محمود یزدانی
- ۶۱ کنترل ارتعاشات سازه با استفاده از کنترل پیش‌بین مدل بهبود یافته با فیلتر کالمن
مرتضی قربانی عوری - امین قلی‌زاد - مونا شعاعی پرچین
- ۸۳ ارزیابی اثر ویژگی‌های مصالح بر پاسخ دینامیکی روسازی انعطاف‌پذیر تحت بار FWD
فرزانه قدیانی نژاد رزکی - محمدرضا خانمحمدی - مهدی شجاعی
- ۱۱۱ تحلیل لرزه‌ای توپوگرافی تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر حفره زیرسطحی در برابر انتشار امواج قائم P-SV توسط
اجزای مرزی تقابل دوگانه
پویا کاوندی - مهدی پنجی - نوید گنجیان - جعفر عسگری مارنانی



Ferdowsi Civil Engineering

<https://civil-ferdowsi.um.ac.ir>



**Iranian
Concrete
Institute**



**Pavement
Engineering
Association of
Iran**

Investigation of the Effect of Polyolefin Fibers and Cement Replacement with Slag on the Strength of Alkali-Activated Concrete Containing Rubber Particles in Normal and Acidic Environments

Research Article

Bahram Bolouri Kashli¹, Iman Mohammadpour Nikbin², Mohammad Javad Mahdizadeh³

DOI: [10.22067/jfcej.2025.92782.1353](https://doi.org/10.22067/jfcej.2025.92782.1353)

1-Interduction

Alkali-activated concrete (AAC) has emerged as a sustainable alternative to Portland cement due to its significantly lower carbon footprint, reduced energy demand during production, and superior chemical resistance. Among various aluminosilicate sources, slag-based alkali-activated binders have demonstrated excellent mechanical performance and exceptional durability when exposed to aggressive environments, particularly sulfuric acid, due to their dense reaction products and low permeability [1–3]. At the same time, the global accumulation of end-of-life tires have intensified interest in incorporating crumb rubber as a partial fine aggregate replacement. Although the inclusion of rubber particles often reduces compressive and tensile strength because of their low stiffness and weak interfacial bonding, such environmental benefits make their use increasingly attractive. This drawback, however, can be mitigated through the addition of reinforcing fibers. Polyolefin fibers are particularly effective in enhancing crack-bridging capacity, improving tensile behavior, and limiting the formation of interconnected pathways for chemical ingress, thereby increasing overall durability.

In this study, slag-based AAC mixtures were developed using 0%, 10%, and 20% slag replacement levels, combined with 10% volumetric crumb rubber and polyolefin fibers at dosages of 0%, 0.5%, and 1%. The fresh and hardened properties were evaluated after dry curing at 60°C, while long-term acid resistance was investigated through immersion in 1% sulfuric acid for 7, 28, 60, and 120 days. Microstructural evolution was assessed using SEM, complemented by ultrasonic pulse velocity measurements to characterize damage and durability performance.

2-Materials and Experimental Methods

This study utilized Type II Portland cement and ground granulated blast-furnace slag (GGBFS) as the principal

binders. Slag was incorporated at replacement levels of 0%, 10%, and 20% to assess its influence on alkali-activated concrete performance. Cement and slag complied with EN 197-1 and ASTM C989/C989M standards. Natural washed sand with a fineness modulus of 2.85 and crushed coarse aggregates (maximum size 19 mm) meeting ASTM C33 requirements were used.

Recycled crumb rubber from waste automobile tires replaced 10% of the fine aggregate volume. The rubber was introduced in three particle-size ranges (0–1 mm, 1–3 mm, and 3–4.75 mm), all approximately spherical. The replacement reduced the unit weight of the mixtures. Polyolefin fibers conforming to ASTM D7508/D7508M were incorporated at 0%, 0.5%, and 1% by volume, each with a length of 30 mm and a diameter of 0.8 mm.

The alkaline activator consisted of 12 M sodium hydroxide (NaOH) and sodium silicate (Na₂SiO₂). The mass ratio of sodium silicate to sodium hydroxide was fixed at 2.5, while the alkaline-to-binder ratio was maintained at 0.4 according to [4]. Based on these parameters, nine mix designs were developed combining different levels of slag, rubber, and fiber content. A control mix with 100% slag and no rubber or fibers was also prepared.

Dry materials were first blended uniformly, followed by gradual addition of the alkaline activator solution. The fresh mixtures were cast into molds and dry-cured at 60°C for 48 hours, then stored under ambient conditions. Mechanical properties were assessed through compressive and tensile strength tests. Durability performance was evaluated by immersing samples in 1% sulfuric acid for 7, 28, 60, and 120 days. Microstructural examination using scanning electron microscopy (SEM) and ultrasonic pulse velocity (UPV) testing was conducted to characterize internal damage and degradation mechanisms.

* Manuscript received March 25, 2025, Revised April 15, 2025, Accepted November 03, 2025.

¹Corresponding author, M.Sc. Graduate, Civil Eng.–Structural Eng., Deilaman Inst. of Higher Education.

Email: bahrambolouri@gmail.com.

² Associate Professor, Dept. of Civil Eng., Islamic Azad Univ., Rasht Branch, Rasht.

³ M.Sc. Graduate, Civil Eng.–Construction Mgmt., Ayandeghan Univ., Tonekabon, Iran.

3-Results and Discussion

The results indicate that replacing Portland cement with slag significantly improves both tensile and compressive strengths of alkali-activated concrete, although the increase in tensile strength is less pronounced at higher replacement levels (20%) compared to 10%. Additionally, adding up to 1% polyolefin fibers markedly enhances tensile and compressive strengths, with the highest strengths observed in mixes containing 20% slag replacement and 1% fibers. This improvement is attributed to the combined hydration reactions and enhanced bonding within the concrete matrix, which strengthen the mechanical performance.

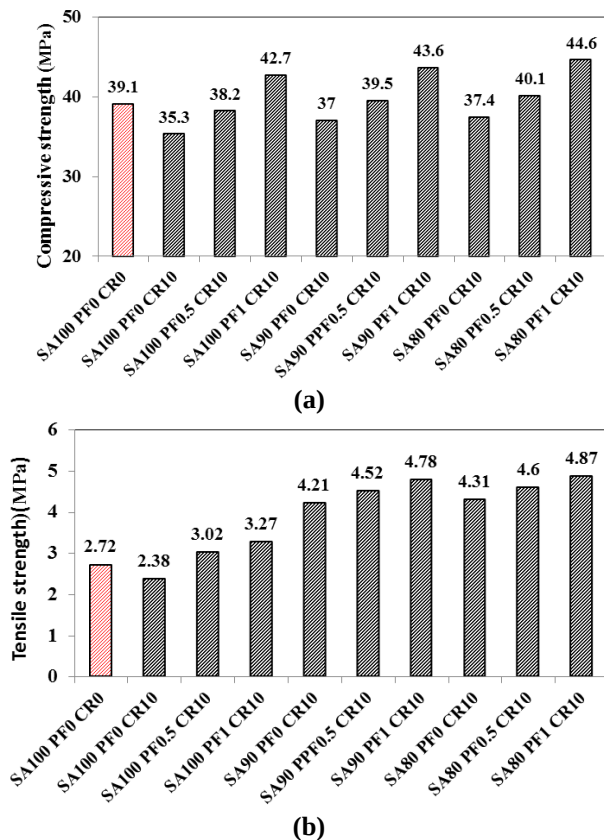


Fig1. Compressive and tensile strength of samples under normal conditions

Exposure to sulfuric acid reduces the compressive strength of alkali-activated concrete, especially in mixes with higher cement content due to acid attack on calcium-based phases like C-S-H. Samples with slag replacing cement showed better acid resistance. Adding polyolefin fibers significantly improved compressive strength and helped mitigate acid damage across all mixes. Overall, lower cement content combined with fiber reinforcement enhances durability and long-term performance in acidic environments.

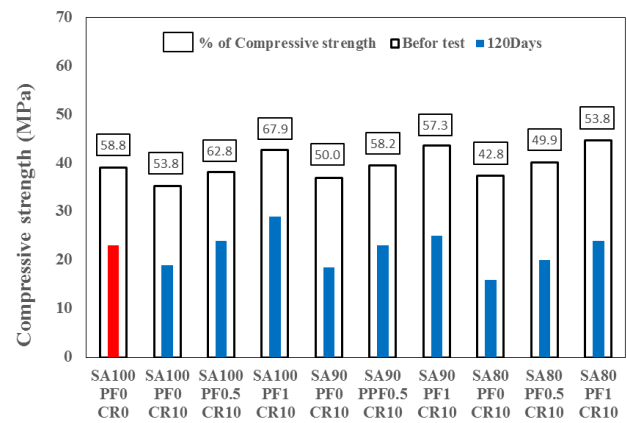


Fig2. Residual compressive strength percentage of different samples after 120 days in acid

4-Conclusion

This study investigated the effects of partial slag replacement with Portland cement and the incorporation of polyolefin fibers on the mechanical and durability performance of slag-based alkali-activated concrete (AAC) containing crumb rubber, under both ambient conditions and sulfuric acid exposure.

Under ambient conditions, replacing slag with Portland cement up to 20% generally enhanced mechanical performance. In AAC containing crumb rubber and polyolefin fibers (0–1% by volume), increasing the cement content from 0% to 20% led to a consistent increase in tensile strength. The highest tensile strength of 4.87 MPa was obtained for the mixture with 20% cement replacement and 1% polyolefin fibers. Similarly, in fiber-free AAC, compressive strength increased from 35.3 MPa in the cement-free mix to 42.7 MPa at 20% cement replacement. The optimum mixture under ambient conditions was the AAC containing 10% crumb rubber and 1% polyolefin fibers with 20% cement replacement, which achieved compressive and tensile strengths of 44.6 MPa and 4.87 MPa, respectively. SEM observations confirmed the reinforcing effect of polyolefin fibers through improved bonding at the fiber–matrix interface.

Under sulfuric acid exposure, the role of cement contrasted sharply with ambient behavior. Increasing the polyolefin fiber content from 0% to 1% significantly enhanced both compressive and tensile strengths and improved acid resistance, whereas higher Portland cement content intensified chemical degradation. After 120 days in sulfuric acid, weight loss increased from 5.9% in the cement-free mix to 9.6% at 20% cement replacement due to the formation of expansive gypsum and other calcium-based hydrates. The highest compressive strength in acid (29 MPa) was recorded for the cement-free AAC containing 1% polyolefin fibers, while the mix with 20% cement replacement and no fibers showed the lowest strength (16 MPa). Overall, the results indicate that minimizing Portland cement and incorporating polyolefin fibers are key strategies for enhancing the chemical resistance of slag-based AAC with crumb rubber



بررسی تأثیر الیاف پلی‌الفین و جایگزینی سیمان با سرباره بر مقاومت بتن قلیا فعال شده حاوی خرده لاستیک در محیط‌های

عادی و اسیدی*

مقاله پژوهشی

بهرام بلوری کشلی^(۱) ایمان محمد پور نیک بین^(۲) محمد جواد مهدی زاده^(۳)

DOI: 10.22067/jfeci.2025.92782.1353

چکیده بتن قلیا فعال شده مبتنی بر سرباره، به عنوان جایگزینی پایدار برای بتن سیمانی، با کاهش انتشار گازهای گلخانه‌ای و مصرف ضایعات صنعتی مانند سرباره و خرده لاستیک، توسعه یافته است. در این پژوهش، تأثیر جایگزینی سیمان با سرباره (۰، ۱۰ و ۲۰ درصد) و افزودن خرده لاستیک (۱۰ درصد حجمی ریزدانه) بر خواص مکانیکی بتن قلیا فعال شده مسلح به الیاف پلی‌الفین (۰، ۰/۵ و ۱ درصد حجمی) بررسی شد. نمونه‌ها در دمای ۶۰ درجه سانتی‌گراد عمل‌آوری خشک شدند و تحت آزمایش‌های مقاومت فشاری و کششی در محیط‌های عادی و اسیدسولفوریک قرار گرفتند. نتایج نشان داد که جایگزینی ۲۰ درصد سیمان با سرباره و افزودن ۱ درصد الیاف، بالاترین مقاومت فشاری (۴۴/۶ مگاپاسکال) و کششی (۴/۸۷ مگاپاسکال) در محیط عادی را ایجاد کرد. در محیط اسیدی، نمونه فاقد سیمان (۱۰۰ درصد سرباره) با ۱ درصد الیاف، کمترین افت مقاومت فشاری (۳۲/۱ درصد کاهش از ۴۲/۷ به ۲۹ مگاپاسکال) را نشان داد. تحلیل‌های ریزساختاری و سرعت امواج ماورای صوت، تأیید کننده بهبود خواص مکانیکی و دوام نمونه‌ها بود.

واژه‌های کلیدی بتن قلیا فعال شده مبتنی بر سرباره، الیاف پلی‌الفین، جایگزینی سیمان با سرباره، تأثیر اسید بر بتن قلیا فعال شده.

Investigation of the Effect of Polyolefin Fibers and Cement Replacement with Slag on the Strength of Alkali-Activated Concrete Containing Rubber Particles in Normal and Acidic Environments

Bahram Bolouri Kashli Iman Mohammadpour Nikbin Mohammad Javad Mahdizadeh

Abstract Slag-Based Alkali-Activated Concrete, as a Sustainable Alternative to Cementitious Concrete, Has Been Developed by Reducing Greenhouse Gas Emissions and Utilizing Industrial Waste Materials Such as Slag and Rubber Particles. In this study, the effects of replacing cement with slag (0%, 10%, and 20%) and adding rubber particles (10% by volume of fine aggregate) on the mechanical properties of polyolefin fiber-reinforced alkali-activated concrete (0%, 0.5%, and 1% by volume) were investigated. The specimens were cured under dry conditions at 60°C and subjected to compressive and tensile strength tests in both normal and sulfuric acid environments. The results showed that replacing 20% of cement with slag and adding 1% fiber led to the highest compressive (44.6 MPa) and tensile (4.87 MPa) strengths under normal conditions. In the acidic environment, the specimen without cement (100% slag) and reinforced with 1% fiber exhibited the lowest compressive strength loss (a 32.1% decrease from 42.7 MPa to 29 MPa). Microstructural analyses and ultrasonic pulse velocity measurements confirmed the improvement in mechanical properties and durability of the specimens.

Key words Slag-Based Alkali-Activated Concrete, Polyolefin Fibers, Cement Replacement with Slag, Acid Resistance of Alkali-Activated Concrete.

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۴/۱/۵ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۴/۸/۱۲ می‌باشد.

(۱) نویسنده مسئول، دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی عمران - گرایش سازه، مؤسسه آموزش عالی غیرانتفاعی دیلمان، لاهیجان.

Email: bahrambolouri@gmail.com

(۲) دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد رشت، رشت.

(۳) دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی عمران - گرایش مدیریت ساخت، دانشگاه آیندگان، تنکابن.

مقدمه

بتن به عنوان یکی از پرکاربردترین مصالح در جهان شناخته می‌شود که سیمان پرتلند به عنوان اصلی‌ترین جزء تشکیل دهنده آن، تأثیرات نامطلوبی بر محیط زیست دارد [1]. تولید سیمان پرتلند نه تنها به میزان قابل توجهی انرژی مصرف می‌کند (حدود ۴ گیگا ژول انرژی به ازای تولید هر تن سیمان)، بلکه منجر به انتشار حجم بالایی از گازهای گلخانه‌ای، به ویژه دی‌اکسید کربن (حدود ۱۰۳۵ میلیون تن در سال) و تشدید پدیده گرمایش جهانی می‌شود [2]. در این راستا، تحقیقات گسترده‌ای به منظور جایگزینی سیمان معمولی با پزولان‌های فعال شونده قلیایی انجام شده است. این نوع مواد که خواص مکانیکی مشابه یا حتی برتری نسبت به بتن معمولی ارائه می‌دهند [3]. همچنین، مقاومت فشاری بتن‌های قلیافعال شده در بازه ۲۸ تا ۸۸ مگاپاسکال گزارش شده است که نشان دهنده عملکرد مطلوب این نوع بتن در بلندمدت است [4,5].

بتن قلیافعال شده بر پایه سرباره به عنوان یکی از نوین‌ترین مواد ساخت‌وساز، با توجه به خصوصیات محیط‌زیستی و مکانیکی مناسب، توجه زیادی را به خود کشیده است [6,7]. سرباره که یک محصول جانبی صنایع فولادسازی است، دارای ترکیب آلومینوسیلیکاتی غنی است و در حضور فعال‌کنندگان قلیایی مانند هیدروکسید و سیلیکات سدیم، واکنش‌های قلیایی را آغاز می‌کند [8]. این خصوصیت به آن اجازه می‌دهد تا به عنوان یک جایگزین مؤثر برای سیمان پرتلند عمل کند، که علاوه بر کاهش ضایعات صنعتی، به بهبود ویژگی‌های مکانیکی و مقاومت بتن کمک می‌کند. استفاده از سرباره در تولید بتن قلیافعال شده، به دلیل وجود مقادیر بالای آلومینوم و سیلیکا در ترکیب آن، منجر به افزایش مقاومت فشاری و کششی بتن می‌شود، که این موضوع بهبود عملکرد ساختاری بتن را تضمین می‌کند [9].

بتن قلیافعال شده به عنوان یک جایگزین بتن‌های پرتلند معمولی، نه تنها به دلیل ویژگی‌های مکانیکی مطلوب، بلکه به خاطر مقاومت استثنایی که در برابر حملات شیمیایی مختلف از خود نشان می‌دهد، توجه محققان و مهندسان عمران را به خود جلب کرده است [10]. مطالعات متعدد نشان داده‌اند که این ماده پیشرفته به ویژه در مواجهه با اسیدسولفوریک که یکی از مخرب‌ترین عوامل برای سازه‌های بتنی در محیط‌های صنعتی و فضایی محسوب می‌شود، عملکرد برجسته‌ای از خود بروز می‌دهد [11]. ساختار شیمیایی منحصر به فرد بتن قلیافعال شده که بر پایه واکنش پلیمریزاسیون آلومینوسیلیکات‌ها در محیط

قلیایی شکل می‌گیرد، منجر به ایجاد شبکه‌ای متراکم با تخلخل بسیار کم در مقیاس نانومتری شده است [12]. این ویژگی باعث شده که این نوع بتن در مقایسه با بتن‌های معمولی بر پایه سیمان پرتلند، از نفوذپذیری بسیار کمتری برخوردار باشد. تحقیقات آزمایشگاهی نشان داده‌اند که ضریب نفوذپذیری بتن قلیافعال شده تا ۷۰ درصد کمتر از بتن‌های سیمانی است که این امر به طور مستقیم بر کاهش نرخ حملات شیمیایی تأثیرگذار است [13].

صنعت تولید لاستیک خودرو سالانه بیش از ۱۷ میلیون تن ضایعات لاستیک مستعمل تولید می‌کند که تنها درصد کمی از آن قابلیت بازیافت دارد [14]. در دو دهه گذشته، استفاده از لاستیک‌های خرد شده حاصل از تایرهای فرسوده در مخلوط‌های بتن به عنوان راهکاری برای کاهش تأثیرات منفی ناشی از سوزاندن یا دفن این ضایعات مطرح شده است [15]. سالانه حدود ۱۸۰ میلیون تایر لاستیکی در اروپا و ۲۷۵ میلیون تایر در آمریکا دور ریخته می‌شود [16]. استفاده از خرده لاستیک بازیافتی به عنوان جایگزینی در ترکیبات بتنی، به ویژه در راستای کاهش آثار زیست‌محیطی ناشی از انباشت تایرهای فرسوده، در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری از پژوهشگران حوزه مهندسی عمران و محیط زیست قرار گرفته است. در این میان، بررسی‌های محدودی به تأثیر خرده لاستیک بر خواص مهندسی مخلوط‌های قلیایی مبتنی بر سرباره پرداخته‌اند. یافته‌های این مطالعات نشان می‌دهد که جایگزینی بخشی از مصالح ریزدانه (نظیر ماسه) با خرده لاستیک، به ویژه در اندازه‌های مشابه، می‌تواند رفتار مکانیکی بتن قلیافعال شده را تحت تأثیر قرار دهد [17,18]. به طور کلی، شواهد تجربی حاکی از آن است که استفاده از مقادیر بالای خرده لاستیک، منجر به افت قابل توجهی در مقاومت فشاری، خمشی و در مواردی مقاومت کششی نمونه‌ها می‌شود. با این حال، در اغلب پژوهش‌ها گزارش شده که در صورت محدودسازی میزان خرده لاستیک به حدود ۱۰ درصد حجمی از مصالح ریزدانه، افت عملکرد مکانیکی بتن چندان چشمگیر نیست و مقاومت فشاری و خمشی تقریباً حفظ می‌شود، هر چند کاهش نسبی در مقاومت کششی قابل مشاهده است. این یافته‌ها، اگر چه نیازمند بررسی‌های جامع‌تر در مقیاس‌های مختلف هستند، می‌توانند مبنایی برای توسعه مصالح پایدارتر در صنعت ساخت‌وساز فراهم کنند. [19,20].

افزودن الیاف پلی‌الفین به بتن قلیافعال شده تأثیر زیادی بر ویژگی‌های مکانیکی این نوع بتن دارد و می‌تواند اثرات نامطلوب افزودن خرده لاستیک را تا حد زیادی بهبود بخشد. از آنجا که

الیاف پلی‌الفین دارای ساختاری پایدار و مقاوم علیه شرایط زیست‌محیطی مختلف هستند، استفاده از آن‌ها می‌تواند منجر به بهبود معنادار مقاومت کششی بتن قلیافعال شده شود [21,22]. این الیاف، زمانی که به صورت یکنواخت و مناسب درون ماتریس بتنی توزیع شوند، می‌توانند نقش مؤثری در کنترل ریزترک‌ها و جلوگیری از گسترش آن‌ها به ترک‌های بزرگ‌تر ایفا کنند. درواقع، الیاف به عنوان عناصری مقاوم در برابر کشش، در مسیر رشد ترک‌ها قرار گرفته و با ایجاد پل میان دیواره‌های ترک، از بازشدگی و پیشروی آن‌ها جلوگیری می‌کنند. این پدیده باعث بهبود رفتار پس از ترک‌خوردگی بتن و افزایش شکل‌پذیری آن می‌شود. علاوه بر این، حضور الیاف می‌تواند از ایجاد مسیرهای پیوسته برای نفوذ عوامل مخرب مانند یون‌های کلرید، سولفات و اسیدها جلوگیری کند و در نتیجه، رسانایی ترک‌ها را کاهش دهد. بدین ترتیب، الیاف نه تنها مقاومت مکانیکی بتن را بهبود می‌بخشند، بلکه دوام و پایداری آن را در برابر عوامل محیطی نیز افزایش می‌دهند [23,24]. با این حال، تأثیر الیاف پلی‌الفین بر مقاومت فشاری بتن قلیافعال شده ممکن است به صورت کمتری مشاهده شود، زیرا افزودن این الیاف به طور مستقیم بهبود چگالی و ساختار بتن را تقویت نمی‌کند و بیشتر به عنوان یک عنصر تقویت کننده تحت تنش کششی عمل می‌کند. بنابراین، انتخاب میزان مناسب افزودنی الیاف پلی‌الفین بر اساس نوع بارگذاری و کاربرد نهایی بتن قلیافعال شده بسیار حائز اهمیت است [25,26].

محیط‌های خورنده اسیدی همواره یکی از چالش‌های اساسی در زمینه دوام و پایداری بلندمدت سازه‌های بتنی به شمار می‌روند. تماس طولانی‌مدت بتن با محیط‌های اسیدی می‌تواند منجر به تجزیه فازهای هیدراته شده سیمان پرتلند، کاهش چسبندگی در ساختار ماتریس سیمانی و در نهایت کاهش قابل توجه مقاومت مکانیکی و از دست رفتن یکپارچگی ساختاری شود. در این راستا، استفاده از مواد جایگزین سیمان، نظیر سرباره، به عنوان رویکردی نوین در افزایش مقاومت شیمیایی بتن در برابر محیط‌های مهاجم مطرح شده است. ساختار این نوع بتن، که حاصل واکنش‌های پوزولانی بین آلومینوسیلیکات‌ها و محلول‌های فعال‌کننده قلیایی است، نسبت به سیستم‌های پایه سیمانی از پایداری شیمیایی بالاتری برخوردار است و در مواجهه با محیط‌های اسیدی، به ویژه اسیدهای معدنی قوی، عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهد [27-30]. در میان منابع مختلف

در این تحقیق، نمونه‌های مبتنی بر سرباره با درصدهای جزئی جایگزینی سیمان (۰، ۱۰ و ۲۰ درصد) و ۱۰ درصد حجمی خرده لاستیک به عنوان جایگزین بخشی از ریزدانه‌ها (با دانه‌بندی مشابه ماسه در محدوده‌های ۰-۱ میلی‌متر، ۱-۳ میلی‌متر و ۳-۴/۷۵ میلی‌متر) به همراه الیاف پلی‌الفین با درصدهای ۰، ۵ و ۱ درصد حجمی کل بتن مورد بررسی قرار گرفتند. پس از اختلاط و عمل‌آوری نمونه‌ها در دمای ۶۰ درجه سانتی‌گراد و شرایط خشک، پارامترهایی همچون اسلامپ، مقاومت کششی و مقاومت فشاری در محیط معمولی و همچنین درصد کاهش مقاومت فشاری در محیط اسیدی ارزیابی شد. به منظور تحلیل ریزساختاری و بررسی علل کاهش مقاومت فشاری، از میکروسکوپ الکترونی روشی (SEM) استفاده شد. سپس نمونه‌ها در محیط اسیدی (اسیدسولفوریک ۱ درصد با pH مشخص) غوطه‌ور شده و پس از دوره‌های زمانی ۷، ۲۸، ۶۰ و ۱۲۰ روز، تأثیر درصدهای مختلف جایگزینی سیمان با سرباره به همراه خرده لاستیک و الیاف پلی‌الفین بر مقاومت فشاری مورد ارزیابی قرار گرفت. در ادامه، نتایج با آزمایش سرعت امواج ماوری صوت نیز مقایسه و ارزیابی گردید.



شکل ۱ نمونه الیاف پلی‌الفین

مواد و روش‌ها

مواد

در این پژوهش آزمایشگاهی از سیمان پرتلند تیپ II با وزن مخصوص ۳/۱۲ گرم بر سانتی‌متر مکعب تحت استاندارد En 197-1 و سرباره کوره آهن‌گدازی به صورت پودری با چگالی ۲/۴۵ گرم بر سانتی‌متر مکعب تحت استاندارد ASTM C989/C989M استفاده گردید، خصوصیات شیمیایی این مواد در جدول (۱) آورده شده است. ریزدانه مصرفی، ماسه طبیعی شسته با مدول نرمی ۲/۸۵ میلی‌متر و وزن مخصوص ۲/۶۵ گرم بر سانتی‌متر مکعب و درشت‌دانه شکسته با حداکثر اندازه ۱۹ میلی‌متر با وزن مخصوص ۲/۷۵ گرم بر سانتی‌متر مکعب مطابق الزامات استاندارد ASTM-C33 مورد بهره‌برداری قرار گرفت. همچنین از الیاف پلی‌الفین تحت استاندارد ASTM D7508/D7508M با خصوصیات مطابق با جدول (۲) و ظاهری مشابه شکل (۱) استفاده شده است.

جدول ۱ مشخصات سیمان و سرباره

اجزای ترکیب شده	سیمان	سرباره
سیلیکون دی‌اکسید (SiO_2)	۲۱/۲۶	۲۹/۲
کلسیم اکسید (CaO)	۶۲/۷	۳۸/۶
آلومینوم اکسید (Al_2O_3)	۴/۷	۱۹/۴
اکسید آهن (Fe_2O_3)	۴/۳	۵/۸
منیزیم اکسید (MgO)	۲/۱	۲/۸
گوگرد تری اکسید (SO_3)	۲/۱	۲/۶
سدیم اکسید (Na_2O)	۱/۶	۰/۲
پتاسیم اکسید (K_2O)	۱/۶	۰/۱

جدول ۲ خصوصیات فیزیکی الیاف پلی‌الفین

مقاومت کششی (N/mm^2)	<۵۰۰
طول (mm)	۳۰
قطر (mm)	۰/۸
نسبت (l/d)	۳۷/۵
چگالی (g/cm^3)	۲۴۰۰

طرح‌های مخلوط

در این پژوهش، از مخلوطی شامل هیدروکسید سدیم (NaOH) با مولاریته ۱۲ مولار و سیلیکات سدیم (Na_2SiO_2) به عنوان محلول فعال‌ساز استفاده شد. نسبت سیلیکات سدیم به هیدروکسید سدیم (نسبت قلیا) برابر با ۲/۵ در نظر گرفته شد. همچنین، نسبت ماده قلیایی به مواد سیلیسی - آلومینیومی معادل ۰/۴ تعیین گردید [34] که مشابه نسبت آب به سیمان در بتن معمولی است. این طرح در قالب سه ترکیب مختلف شامل: ۱. بتن قلیا فعال شده با ۱۰۰ درصد سرباره، ۲. بتن قلیا فعال شده با جایگزینی ۱۰ درصد سیمان با سرباره و ۳. بتن قلیا فعال شده با جایگزینی ۲۰ درصد سیمان با سرباره، جهت بررسی تأثیر جایگزینی سیمان (از صفر تا ۲۰ درصد) بر خواص مکانیکی بتن، مورد ارزیابی قرار گرفت.

علاوه بر این، از خرده لاستیک‌های بازیافتی حاصل از تایرهای فرسوده خودرو به عنوان جایگزین بخشی از ریزدانه (ماسه) استفاده شد. این خرده لاستیک‌ها در سه اندازه مختلف (۰ - ۱ میلی‌متر، ۱ - ۳ میلی‌متر و ۳ - ۴/۷۵ میلی‌متر) و به صورت کروی تهیه شدند و معادل ۱۰ درصد حجمی ماسه جایگزین گردیدند. این جایگزینی منجر به کاهش وزن واحد حجمی مخلوط بتن شد. همچنین، الیاف پلی‌الفین با درصدهای حجمی ۰، ۰/۵ و ۱ درصد به بتن اضافه شد. مشخصات این الیاف شامل طول ۳ سانتی‌متر و قطر ۰/۸ میلی‌متر بود. در جدول (۳) طرح‌های اختلاط نه‌گانه بتن ارائه شده است که شامل ترکیبات مختلف مواد قلیایی، سرباره، خرده لاستیک و الیاف پلی‌الفین می‌باشد. نمونه فاقد خرده لاستیک، فاقد الیاف و تشکیل شده از ۱۰۰ درصد سرباره نیز به عنوان نمونه شاهد در نظر گرفته شده است.

جدول ۳ طرح اختلاط بتن های قلیا فعال شده

طرح	مخلوط ها	الیاف پلی الفین (kg/m ³)	محلول قلیایی (kg/m ³)	فوق روان کننده (kg/m ³)	ریزدانه (kg/m ³)	درشت دانه (kg/m ³)	خرده لاستیک (kg/m ³)	سرباره (kg/m ³)	سیمان (kg/m ³)
شاهد	SA100 PF0 CR0	۰	۱۶۳/۲	۶/۲	۵۷۶/۶	۱۳۴۷	۰	۴۰۸	۰
۱	SA100 PF0 CR10	۰	۱۶۳/۲	۶/۲	۴۹۱/۸	۱۳۴۷	۱۹/۷	۴۰۸	۰
۲	SA100 PF0.5 CR10	۳۹	۱۶۳/۲	۶/۲	۴۷۸/۶	۱۳۴۷	۱۹/۷	۴۰۸	۰
۳	SA100 PF1 CR10	۷۸	۱۶۳/۲	۶/۲	۴۶۵/۴	۱۳۴۷	۱۹/۷	۴۰۸	۰
۴	SA90 PF0 CR10	۰	۱۶۳/۲	۶/۲	۵۰۷/۴	۱۳۴۷	۱۹/۷	۳۶۷/۲	۴۰/۸
۵	SA90 PPF0.5 CR10	۳۹	۱۶۳/۲	۶/۲	۴۹۴/۲	۱۳۴۷	۱۹/۷	۳۶۷/۲	۴۰/۸
۶	SA90 PF1 CR10	۷۸	۱۶۳/۲	۶/۲	۴۸۱/۰	۱۳۴۷	۱۹/۷	۳۶۷/۲	۴۰/۸
۷	SA80 PF0 CR10	۰	۱۶۳/۲	۶/۲	۵۲۳/۰	۱۳۴۷	۱۹/۷	۳۲۶/۴	۸۱/۶
۸	SA80 PF0.5 CR10	۳۹	۱۶۳/۲	۶/۲	۵۰۹/۷	۱۳۴۷	۱۹/۷	۳۲۶/۴	۸۱/۶
۹	SA80 PF1 CR10	۷۸	۱۶۳/۲	۶/۲	۴۹۶/۵	۱۳۴۷	۱۹/۷	۳۲۶/۴	۸۱/۶

مخلوط کردن و عمل آوری

در روند آماده سازی نمونه های قلیا فعال شده، ابتدا محلول قلیایی مورد نیاز از طریق تهیه محلول هیدروکسید سدیم با غلظت ۱۲ مولار آماده شد. برای این منظور، مقدار معادل ۴۸۰ گرم هیدروکسید سدیم (NaOH) با درجه خلوص ۹۷ درصد، در یک لیتر آب آشامیدنی (شهری) حل گردید. این غلظت بر مبنای وزن مولکولی NaOH (معادل ۴۰ گرم بر مول) و با هدف تأمین شرایط بهینه واکنش پذیری آلومینوسیلیکات ها انتخاب شده است. مطالعات پیشین نشان می دهد که غلظت های بالاتر از ۱۰ مولار می تواند اثربخشی فرایند فعال سازی قلیایی را افزایش دهد و منجر به ایجاد ساختار ژل پایدارتر در شبکه بتن شوند [35].

پس از تهیه محلول NaOH، این محلول با سیلیکات سدیم تجاری با درجه خلوص ۴۸ درصد مخلوط گردید. نسبت جرمی محلول سیلیکات سدیم به محلول هیدروکسید سدیم برابر با ۲/۵ انتخاب شد. انتخاب این نسبت بر مبنای مطالعات تجربی و گزارش های موجود در ادبیات علمی صورت گرفته است، به گونه ای که این ترکیب می تواند ضمن حفظ ویسکوزیته مناسب محلول فعال کننده، باعث تشکیل فازهای قلیایی یکنواخت و دارای مقاومت مکانیکی مطلوب گردد. افزایش سهم سیلیکات سدیم در محلول فعال کننده، باعث تأمین سیلیس محلول کافی در سیستم می شود و نقش مهمی در تکامل ساختار سه بعدی ایفا می کند. محلول نهایی تهیه شده (ترکیب NaOH و سیلیکات

سدیم) به مدت ۲۴ ساعت در دمای محیط نگهداری شد تا به تعادل شیمیایی برسد و واکنش های اولیه بین اجزای محلول تکمیل گردد. این مرحله، که با هدف تثبیت خصوصیات فیزیکی و شیمیایی محلول انجام می شود، در بهبود عملکرد واکنش پلیمریزاسیون در زمان اختلاط با ماده جامد نقش مؤثری دارد [36].

پس از آماده سازی محلول قلیایی، شن و ماسه در حالت اشباع با سطح خشک ((Saturated Surface Dry (SSD)) به همراه خرده لاستیک و الیاف (در صورت وجود در طرح اختلاط) به صورت خشک مخلوط شدند. سپس، سرباره به مخلوط اضافه گردید و پس از اختلاط کامل، محلول قلیایی تهیه شده به تدریج به مخلوط اضافه شد. پس از ۲ تا ۵ دقیقه اختلاط، مخلوط در قالب ها ریخته شد. قالب ها به مدت ۱ تا ۳ دقیقه بر روی صفحه ارتعاشی قرار داده شدند تا حباب های هوا خارج شوند. پس از ۲۴ ساعت نگهداری در دمای محیط (۲۰ - ۲۵ درجه سانتی گراد)، نمونه ها از قالب خارج شده و درون گرم کن با دمای حدود ۶۰ درجه سانتی گراد به مدت ۴۸ ساعت قرار داده شدند. پس از این مرحله، نمونه ها از گرم کن خارج شده و به مدت ۲۴ ساعت در دمای محیط خنک شدند. سپس، نمونه ها به مدت ۲۴ روز در شرایط محیطی با دمای معمولی نگهداری شدند و پس از آن، آزمایش ها و تحقیقات لازم بر روی آن ها انجام گرفت.

جدول ۴ مشخصات شیمیایی و ترکیب عناصر تشکیل‌دهنده نمونه‌های مختلف بتن قلیافعال شده

شماره نمونه	محتویات بتن قلیافعال شده	ترکیب شیمیایی (عناصر اصلی)								
		LOI	SO ₃	Fe ₂ O ₃	Na ₂ O	K ₂ O	MgO	CaO	Al ₂ O ₃	SiO ₂
شاهد	۱۰۰٪ سرباره، بدون خرده لاستیک	۱۶/۸	۱/۲	۵/۹	۱/۱	۰/۵	۱/۸	۱۷/۰	۹/۵	۳۷/۵
۱	۱۰۰٪ سرباره، با خرده لاستیک و بدون سیمان	۱۶/۵	۱/۱	۵/۸	۰/۹	۰/۵	۱/۷	۱۶/۷	۹/۳	۳۶/۸
۷	۸۰٪ سرباره، با خرده لاستیک و با ۲۰ درصد سیمان	۱۳/۶	۱/۴	۵/۵	۱/۲	۰/۷	۱/۸	۲۵/۹	۸/۲	۳۳/۴

نمونه شاهد فاقد خرده لاستیک و مابقی نمونه‌های بتن قلیافعال شده در این مطالعه، حاوی ۱۰ درصد خرده لاستیک هستند. نمونه‌های ۱، ۴ و ۷ که فاقد الیاف پلی‌الفین بودند، بیشترین مقدار اسلامپ را نشان دادند. این نتایج با تحقیقات پیشین بر روی بتن قلیافعال شده حاوی سیمان و بدون خرده لاستیک مطابقت دارد که در آن افزایش درصد سیمان جایگزین سرباره، از صفر درصد به بالا منجر به کاهش اسلامپ شده است [37,38]. در این تحقیق، با وجود ۱۰ درصد خرده لاستیک، افزایش قابل توجهی (بیش از ۵۰ درصد) در اسلامپ کلیه طرح‌های بدون الیاف و حاوی خرده لاستیک نسبت به تحقیقات گذشته مشاهده شد [39-41]. این افزایش اسلامپ عمدتاً ناشی از بهبود کارایی بتن به دلیل حضور خرده لاستیک است. با این حال، با افزایش درصد سیمان از صفر به ۲۰ درصد، کاهش تدریجی اسلامپ مشاهده گردید. این کاهش اسلامپ می‌تواند به دلیل افزایش چسبندگی ناشی از ترکیب آب اختلاط آزاد با سیمان در فرایند هیدراتاسیون باشد. این فرایند منجر به افزایش چسبندگی و در نتیجه کاهش کارایی و اسلامپ بتن می‌شود. این نتایج نشان می‌دهد که اگر چه حضور خرده لاستیک به طور کلی کارایی بتن را بهبود می‌بخشد، اما افزایش درصد سیمان جایگزین سرباره و همچنین الیاف، تأثیر معکوس بر اسلامپ دارد.

نتایج آزمایش مقاومت کششی در شرایط محیط. شکل (۳) نتایج مقاومت کششی و اثر دو پارامتر افزایش الیاف از صفر تا یک درصد و افزایش سیمان پرتلند از صفر تا ۲۰ درصد جایگزین سرباره در بتن قلیافعال شده حاوی خرده لاستیک را نشان می‌دهد.

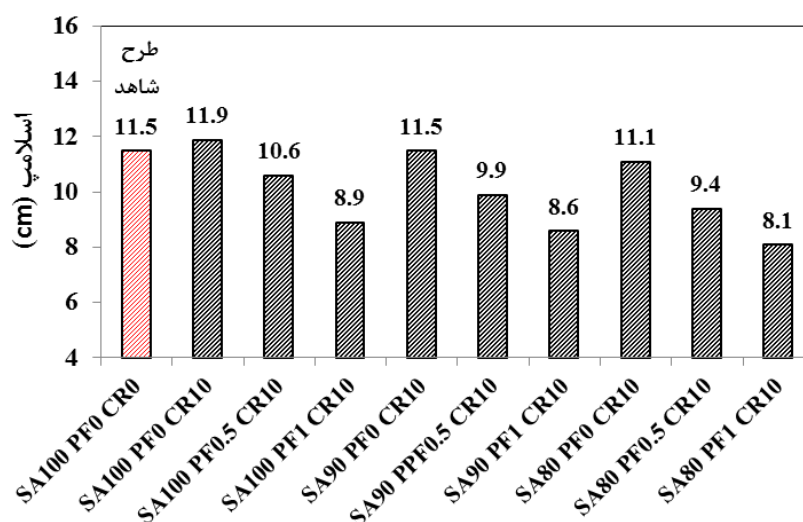
جدول (۴) آنالیز شیمیایی به دست آمده از روش XRF و مشخصات فیزیکی بتن قلیافعال شده مبتنی بر سرباره را بر اساس استاندارد ASTM C618 نشان می‌دهد. این نتایج مربوط به طرح‌های مختلف بتن قلیافعال شده فاقد الیاف پلی‌الفین می‌باشد. علت تغییر در درصد مواد بالا به دلیل جایگزین ۲۰ درصد سیمان به جای سرباره بوده که سبب کاهش SiO₂ و Al₂O₃ و افزایش CaO شده است.

تحلیل و بررسی نتایج

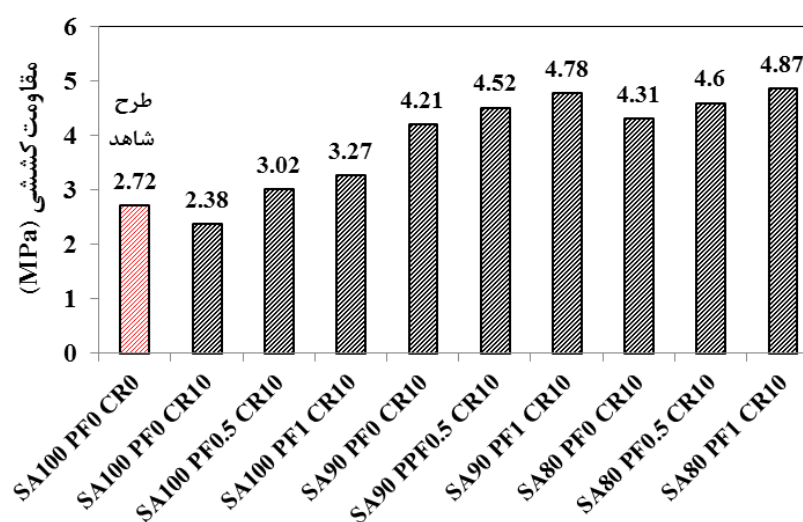
پس از ساخت نمونه‌ها و انجام آزمایش اسلامپ، نمونه‌ها در گرم‌کن با دمای ۶۰ درجه سانتی‌گراد به مدت ۴۸ ساعت قرار داده شدند. پس از این مرحله، نمونه‌ها از گرم‌کن خارج شده و در محیط آزمایشگاهی با دمای معمولی نگهداری شدند. پس از سپری شدن ۲۸ روز از عمر نمونه‌ها، آزمایش‌های مختلف از جمله مقاومت فشاری، مقاومت کششی، سرعت امواج ماورای صوت و میکروسکوپ الکترونی روبشی (SEM) بر روی نمونه‌ها انجام گردید. این آزمایش‌ها در دو شرایط محیطی متفاوت، یعنی شرایط محیطی معمولی و شرایط مجاورت با اسیدسولفوریک، اجرا شدند. نتایج حاصل از این تحلیل‌ها به صورت دقیق برای نمونه‌های قرار گرفته در شرایط محیطی عادی و نمونه‌های در معرض اسید، به طور مجزا بررسی و ارزیابی شدند.

اثر درصدهای مختلف سرباره و سیمان به همراه درصد مختلف الیاف در شرایط محیط

کارایی بتن قلیافعال شده در شرایط محیط. نتایج حاصل از آزمایش اسلامپ در شکل (۲) نمایانگر عملکرد بتن قلیافعال شده مبتنی بر سرباره است که در آن خرده لاستیک و الیاف پلی‌الفین به ترکیب بتن اضافه شده و درصد مشخصی از سیمان نیز با سرباره جایگزین شده است.



شکل ۲ نمودار اسلامپ نمونه‌های در شرایط محیط



شکل ۳ نمودار مقاومت کششی نمونه‌ها در شرایط محیط

نیز تأثیر مثبتی بر مقاومت کششی داشته است، به طوری که بیشترین مقاومت کششی در طرح ۹ با ۲۰ درصد جایگزینی سیمان و یک درصد الیاف، معادل ۴/۸۷ مگاپاسکال (۱۳ درصد) بیشتر از نمونه ۷ که طرح مشابه و فاقد الیاف است می‌باشد) مشاهده شد. دلیل این افزایش مقاومت کششی را می‌توان به واکنش ترکیبی آب اختلاط با سیمان و بهبود خاصیت چسبندگی بتن نسبت داد. این اثر به ویژه در درصدهای پایین جایگزینی سیمان (۱۰ درصد) مشهود است، به طوری که افزایش قابل توجهی در مقاومت کششی مشاهده می‌شود. با این حال، با افزایش بیشتر درصد سیمان، میزان افزایش مقاومت کششی کاهش می‌یابد.

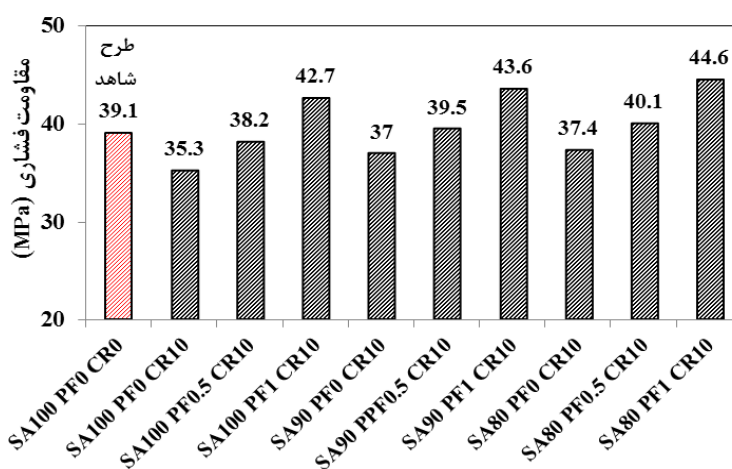
نتایج آزمایش مقاومت کششی نشان می‌دهد که افزایش درصد الیاف از صفر به یک درصد، منجر به بهبود مقاومت کششی بتن قلیا فعال شده حاوی خرده لاستیک می‌شود. این یافته با مطالعات پیشین نیز هم‌خوانی دارد [21,34]. همچنین، جایگزینی سیمان با سرباره باعث افزایش مقاومت کششی بتن شده است، هر چند این افزایش در مقایسه با جایگزینی ۱۰ درصد سیمان به ۲۰ درصد، بسیار ناچیز بوده است، به عبارت دیگر مقاومت کششی طرح ۶ و ۹ نسبت به طرح ۳ که فاقد سیمان است به ترتیب ۴۶ و ۴۹ درصد افزایش یافته است (مقاومت کششی در طرح ۶ معادل ۴.۷۸ مگاپاسکال و در طرح ۹ معادل ۴.۸۷ مگاپاسکال اندازه‌گیری شد). علاوه بر این، افزایش درصد الیاف

شن و ماسه همراه با سیمان بهبود چسبندگی میان اجزای بتن را به دنبال داشت. این بهبود چسبندگی علاوه بر جلوگیری از تشکیل رسوبات و تبخیر آب اضافی، از ایجاد ترک‌ها و حفره‌های ناشی از حرارت نیز ممانعت به عمل آورد. به این ترتیب، یک ملات چسبنده به عنوان جایگزینی برای این نواقص تشکیل شد. سیمان پرتلند با فراهم آوردن یون‌های کلسیم و قلیایی‌ها، فرایند پلیمریزاسیون سرباره را تسریع می‌کند و بهبود در تشکیل ساختار قلیایی (مانند N-A-S-H) را موجب می‌شود. این فرایند به طور کلی موجب افزایش تراکم ماتریس، کاهش تخلخل و در نتیجه افزایش مقاومت فشاری می‌گردد. تصاویر میکروسکوپ الکترونی (SEM) در شکل (۵) با بزرگ‌نمایی بیشتر، ذرات بلوری را نشان می‌دهد که با لایه‌ای زیر پوشش داده شده‌اند. این لایه‌ها به احتمال زیاد از مواد C-S-H (سیلیکات کلسیم هیدراته) اضافی یا هیدروکسید کلسیم (Ca(OH)_2) حاصل از واکنش سیمان پرتلند اضافی تشکیل شده‌اند. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که افزایش سیمان پرتلند نه تنها باعث بهبود یکپارچگی ساختاری بتن قلیافعال‌شده می‌شود، بلکه از تشکیل ترک‌ها و حفره‌ها نیز جلوگیری می‌کند. رفتار بتن قلیافعال‌شده با جایگزینی تا حدود ۲۰ درصد سیمان پرتلند به جای سرباره، نشان دهنده عملکرد متناسب این ترکیب است. در این حالت، مقاومت فشاری بالاتر و نفوذپذیری کمتری نسبت به نمونه‌های بدون سیمان مشاهده می‌شود. به طور خاص، در طرح ۷، کاهش خلل و فرج و حفره‌ها همراه با افزایش یکپارچگی ساختاری در مقایسه با طرح ۱ به وضوح قابل تشخیص است.

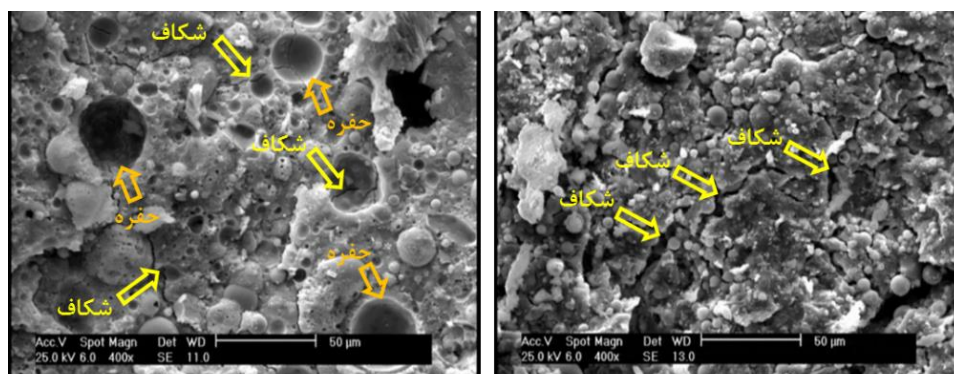
نتایج آزمایش مقاومت فشاری در شرایط محیط. نتایج به دست آمده از مقاومت فشاری بر روی نمونه‌ها در شکل (۴) مشاهده می‌شود. نتایج به دست آمده از این مطالعه نشان می‌دهد که افزایش درصد الیاف از صفر تا ۱ درصد منجر به بهبود مقاومت فشاری بتن قلیافعال‌شده ۱۰۰ تا ۸۰ درصد سرباره می‌شود و ۱ درصد الیاف به ترتیب مقدار مقاومت فشاری را ۲۱، ۱۸ و ۱۹ درصد افزایش داده است. همچنین، افزایش جایگزینی سیمان پرتلند با سرباره نیز مقاومت فشاری را به طور قابل توجهی افزایش داده است به نحوی که در نمونه‌های فاقد الیاف، جایگزینی ۱۰ و ۲۰ درصد سیمان مقاومت فشاری را به ترتیب ۵ و ۶ درصد بهبود بخشیده است.

در نمونه‌های بدون سیمان، حفره‌های متعدد همراه با ذرات سرباره غیر واکنشی مشاهده شد. علاوه بر این، ترک‌های ریز در محل اتصال دانه‌ها به ملات نیز دیده شد که این عوامل در کنار هم باعث کاهش خواص مکانیکی بتن گردید. با افزایش جایگزینی سیمان به ۱۰ درصد، تعداد حفره‌ها و ذرات سرباره غیر ترکیبی به طور نسبی کاهش یافت. با افزایش بیشتر سیمان به ۲۰ درصد، ذرات واکنش‌ناپذیر سرباره به طور چشمگیری کاهش یافتند و حفره‌ها نیز کمتر شدند. این تغییرات به وضوح در تصاویر SEM شکل (۵) قابل مشاهده است.

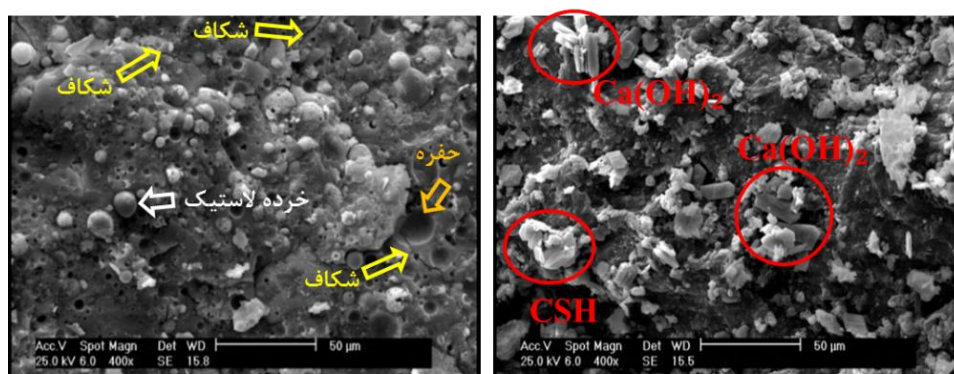
در بتن قلیافعال‌شده خالص (بدون سیمان)، ترک‌ها و حفره‌های بیشتری مشاهده شد که احتمالاً به دلیل تبخیر رطوبت در مرحله عمل‌آوری در دمای ۶۰ درجه سانتی‌گراد و انقباض ناشی از آن است. با افزایش درصد سیمان، رطوبت موجود در



شکل ۴ مقاومت فشاری نمونه‌ها در شرایط محیط

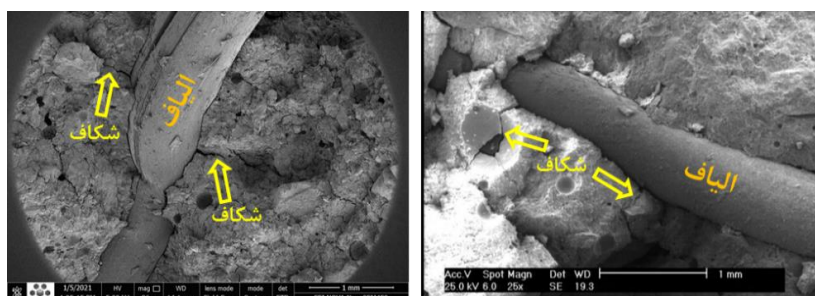


(الف)

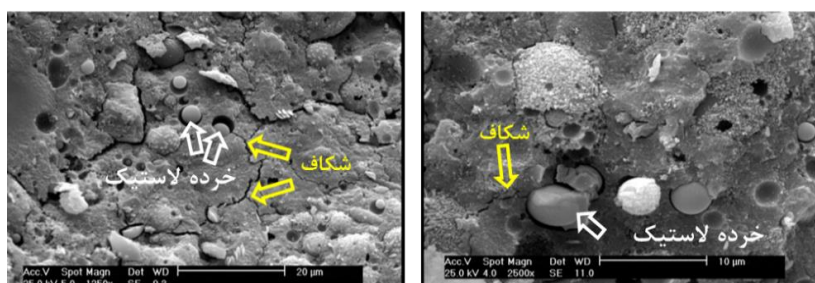


(ب)

شکل ۵ تصاویر SEM بتن قلیا فعال شده در شرایط محیط: (الف) طرح ۱ (بدون سیمان) و (ب) طرح ۷ (۲۰ درصد سیمان جایگزین شده با سرباره)



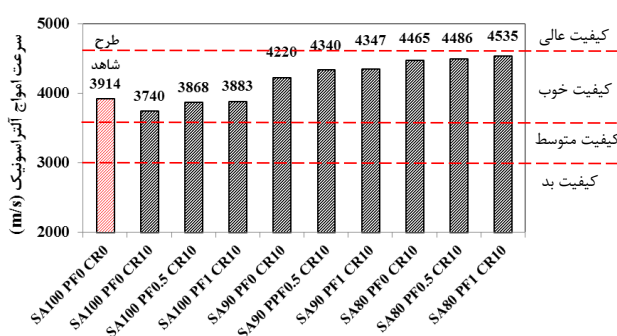
(الف)



(ب)

شکل ۶ تصاویر SEM بتن قلیا فعال شده در شرایط محیط: (الف) طرح ۳ (تأثیر الیاف پلی الفین) و (ب) طرح ۱ (تأثیر خرده لاستیک)

نمونه‌ها (مطابق شکل ۴) دارد.



شکل ۷ سرعت ماورای صوت نمونه‌ها در شرایط محیط

اثر مجاورت اسید بر نمونه‌ها

پس از قرار دادن نمونه‌ها در محیط اسیدی با PH یک درصد، در بازه‌های زمانی ۷، ۲۸، ۶۰ و ۱۲۰ روز مشاهده گردید که سطوح فرسوده شده با مرور زمان افزایش می‌یابند و در نتیجه، تغییر جرم، حجم و تغییر مقاومت اتفاق می‌افتد.

کاهش وزن به واسطه قرار گرفتن در محیط اسیدی. بررسی نمونه‌های بتن قلیافعال‌شده حاوی سرباره و خرده لاستیک با درصد‌های جایگزینی سیمان ۰، ۱۰ و ۲۰ درصد (بدون الیاف، طرح‌های ۱، ۴ و ۷) نشان می‌دهد که قرارگیری این نمونه‌ها در محیط اسیدسولفوریک منجر به تغییرات قابل توجهی در رفتار آن‌ها شده است. شکل (۸) درصد تغییرات وزن نمونه‌ها بعد از قرار گرفتن در معرض اسید را نشان می‌دهد. در بازه ۷ روز، نمونه‌ها افزایش حجم اندکی را تجربه کردند و این روند افزایش حجم تا ۲۸ روز ادامه یافت. با این حال، پس از گذشت ۶۰ روز، کاهش وزن اندکی در نمونه‌ها مشاهده شد. این کاهش وزن با گذشت زمان و رسیدن به بازه ۱۲۰ روز، به طور قابل توجهی افزایش یافت. این تغییرات نشان دهنده تأثیر تدریجی محیط اسیدی بر ساختار بتن و تخریب تدریجی آن است.

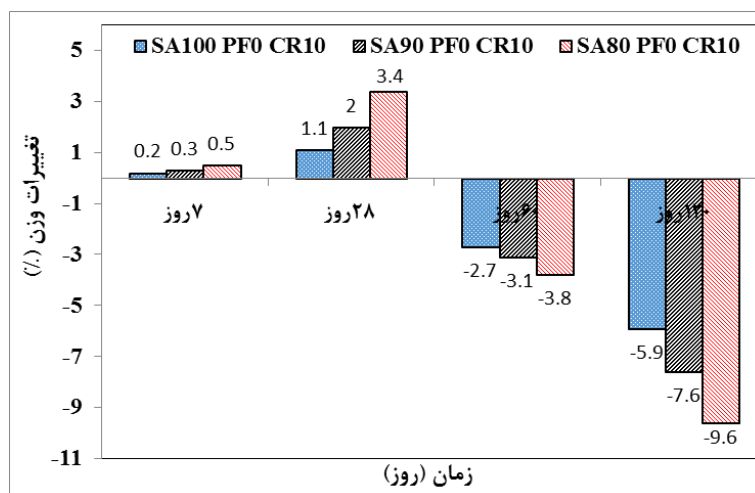
همان طور که در شکل (۸) مشاهده می‌شود، در روزهای اولیه تا ۲۸ روز، به دلیل وجود خلل و فرج ناشی از عمل‌آوری در دمای ۶۰ درجه سانتی‌گراد و تبخیر آب در ۴۸ ساعت اولیه، نمونه‌ها در معرض اسیدسولفوریک قرار گرفتند و به تدریج اسید را جذب کردند. این فرایند منجر به افزایش حجم در روزهای اولیه تا ۲۸ روز شد که این پدیده در تحقیقات پیشین نیز مورد اشاره قرار گرفته است [45-47].

افزودن الیاف به میزان صفر تا ۱ درصد نیز علاوه بر بهبود مقاومت کششی، مقاومت فشاری را افزایش داده است. شکل (۶-الف) SEM نمونه حاوی الیاف پلی‌الفین را نشان می‌دهد، در این شکل مشاهده می‌شود که الیاف نقش پل زنجندی در ترک‌ها را ایفا کرده‌اند و با حفظ یکپارچگی بتن، تأثیر قابل توجهی در افزایش مقاومت فشاری داشته‌اند. از سوی دیگر، خرده لاستیک اگر چه مسیر ترک‌ها را تغییر داده و از گسترش برخی ترک‌ها جلوگیری کرده است، اما به دلیل عدم ترکیب شیمیایی با مواد تشکیل دهنده بتن قلیافعال‌شده، باعث کاهش مقاومت فشاری در مقایسه با نمونه‌های شاهد بدون خرده لاستیک شده است. این یافته با تحقیقات پیشین در زمینه بتن‌های حاوی خرده لاستیک که کاهش مقاومت فشاری را گزارش کرده‌اند، همخوانی دارد [42-44].

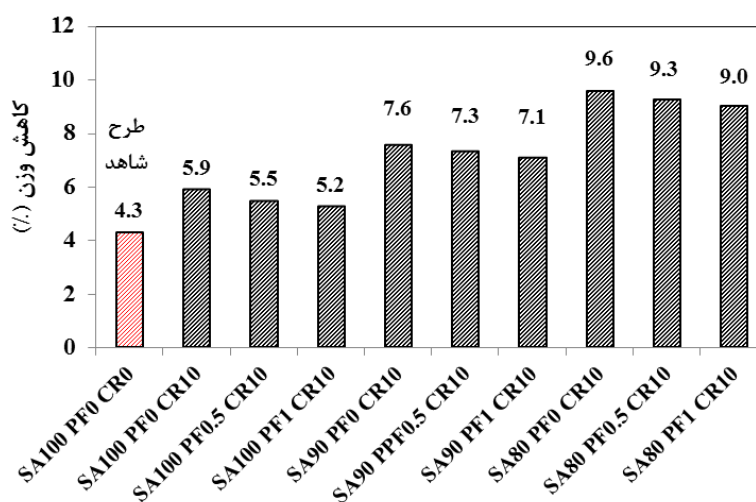
در شکل (۶-ب) تصاویر SEM تأثیر خرده لاستیک را بر بتن نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود که برخی از ترک‌ها متوقف شده یا مسیر خود را تغییر داده‌اند که این امر ناشی از حضور خرده لاستیک در ساختار بتن است. با این حال، به دلیل عدم چسبندگی شیمیایی خرده لاستیک با ماتریس بتن، مقاومت فشاری نمونه‌های حاوی خرده لاستیک در مقایسه با نمونه‌های شاهد کاهش یافته است.

آزمایش سرعت امواج ماورای صوت در شرایط محیط.

شکل (۷) میزان سرعت امواج ماورای صوت برای نمونه‌های مختلف ارائه شده است. اگر چه کلیه نمونه‌ها در شرایط محیطی دارای سرعت امواج ماورای صوت در محدوده ۳۵۰۰ تا ۴۵۰۰ متر بر ثانیه هستند و در بازه مطلوبی قرار دارند، اما همان طور که مشاهده می‌شود، با افزایش جایگزینی سیمان پرتلند به جای سرباره از صفر تا ۲۰ درصد، سرعت امواج ماورای صوت افزایش یافته است و به طور میانگین ۱۰ و ۲۰ درصد جایگزینی سبب افزایش ۱۲ و ۱۶ درصد سرعت امواج شده است. این افزایش نشان دهنده کاهش تخلخل و ترک‌های داخلی در ساختار بتن است. علاوه بر این، افزایش درصد الیاف تا حدی ناچیز نیز باعث افزایش سرعت امواج شده است که دلیل آن می‌تواند بهبود یکپارچگی ساختاری و کاهش گسترش ترک‌ها به دلیل اتصال مناسب الیاف به ماتریس قلیافعال‌شده باشد. به طور کلی رفتار سرعت امواج ماورای صوت رفتاری مشابه با مقاومت فشاری



شکل ۸ تغییر وزن نمونه‌ها با گذشت زمان بعد از قرارگیری در معرض اسید



شکل ۹ کاهش وزن نمونه‌ها بعد از قرار گرفتن در اسید به مدت ۱۲۰ روز

همان طور که مشاهده می‌شود افزایش درصد سیمان باعث افزایش افت جرم می‌شود. وقتی کلسیم افزایش می‌یابد محصولات کلسیم هیدراته به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابند. Ca(OH)_2 آمادگی و استعداد بیشتری در واکنش با اسیدسولفوریک دارد که این امر موجب تشکیل ترکیبات گچی کلسیم‌دار و نرم‌شدگی و کاهش چگالی بتن قلیافعال شده حاوی سیمان می‌شود. فراوانی رسوب سفید رنگی که در تحلیل SEM در بخش‌های بعد ارائه می‌گردد نشانگر این واقعیت است که افزایش کلسیم سیمان سبب واکنش با اسیدسولفوریک و تولید کربنات کلسیم و سولفاآلومینات کلسیم و سولفات‌های کلسیم شده که همگی به صورت رسوب سفید رنگ گچی به طور

شکل (۹) مقدار کاهش وزن نمونه‌ها بعد از قرارگرفتن ۱۲۰ روزه در اسید را نشان می‌دهد، نتایج بیانگر این امر است که با افزایش مدت زمان قرارگیری نمونه‌ها در معرض اسید، پس از ۱۲۰ روز، کاهش وزن در نمونه‌های بتن حاوی خرده لاستیک بدون الیاف و با درصدهای جایگزینی سیمان ۰، ۱۰ و ۲۰ درصد به ترتیب ۵/۸۸، ۷/۵۶ و ۹/۵۷ درصد اندازه‌گیری شد. با توجه به اهمیت ارزیابی رفتار و مقاومت نمونه‌ها در طولانی‌ترین زمان ممکن در معرض اسید، کلیه نمونه‌ها با درصدهای الیاف ۰، ۵ و ۱ درصد در شرایط ۱۲۰ روزه مورد تحلیل قرار گرفتند. این نتایج نشان‌دهنده تأثیر تدریجی محیط اسیدی بر ساختار بتن و تخریب آن در بلندمدت است.

برای نمونه‌های ۱۰۰ درصد سرباره کمتر بوده است و این نمونه‌ها در مجاورت اسید عملکرد بهتری داشته‌اند.

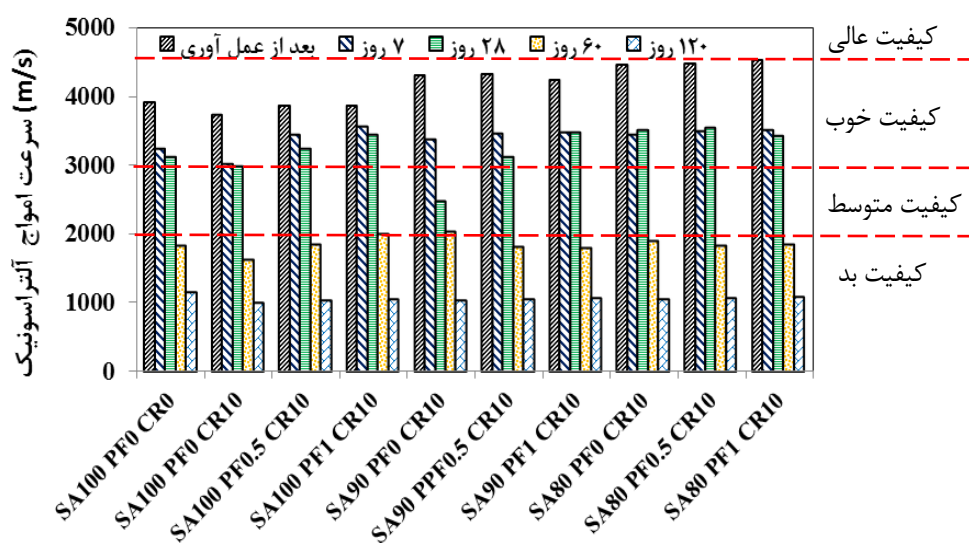
مقاومت فشاری نمونه‌های قرار گرفته در معرض اسید. در تحلیل نمونه شاهد، مشاهده شد که با افزایش میزان کلسیم شرایط محیطی و جایگزینی ۲۰ درصدی سیمان در بتن قلیافعال شده حاوی خرده لاستیک و الیاف پلی‌الفین، مقاومت فشاری بتن افزایش یافته است. این افزایش مقاومت ناشی از تشکیل ترکیبات سیلیکات کلسیم هیدراته (C-S-H) در اثر واکنش بین مواد تشکیل دهنده بتن و سیمان است که منجر به آزادسازی حرارت بیشتر و تولید سیلیکا آلومینات‌ها شده و در نهایت مقاومت فشاری بتن حاوی سیمان و خرده لاستیک را بهبود بخشیده است. پس از قرارگیری نمونه‌ها در محیط اسیدی، مقاومت فشاری آن‌ها در بازه‌های زمانی ۷، ۲۸، ۶۰ و ۱۲۰ روز مورد ارزیابی قرار گرفت. همان‌طور که در بخش کاهش وزن اشاره شد، در بحرانی‌ترین حالت (۱۲۰ روز)، بیشترین کاهش وزن و بیشترین کاهش مقاومت فشاری مشاهده گردید. در شکل (۱۱) مقاومت فشاری نمونه‌های قرار گرفته در معرض اسید به مدت ۱۲۰ روز و همچنین درصد مقاومت باقی‌مانده آن‌ها نسبت به نمونه‌های عمل‌آوری ارائه شده است. این نتایج نشان دهنده تأثیر نامطلوب محیط اسیدی بر دوام و عملکرد بتن در طول زمان است.

گسترده بر روی سطح نمونه مشاهده می‌شود که چگالی را کاهش می‌دهد.

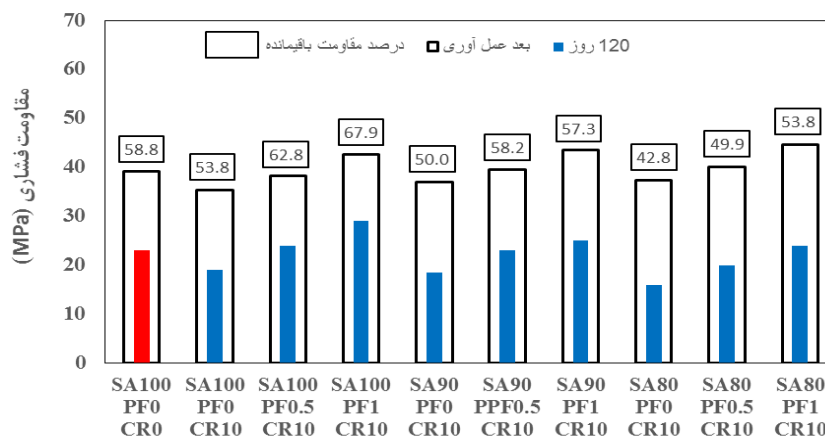
همچنین، بر اساس نتایج به دست آمده، مشخص شد که در نمونه‌های بتن قلیافعال شده با ۱۰۰ درصد سرباره، میزان کاهش وزن در کمترین مقدار خود قرار دارد. دیویدوویتس (Davidovits) [48] نیز پایداری مطلوب بتن در محیط اسیدسولفوریک را تأیید کرده و میزان افت جرم آن را در محدوده ۵ تا ۸ درصد گزارش کرده است. در مقابل، افت جرم بتن معمولی در محیط اسیدسولفوریک بین ۳۰ تا ۶۰ درصد است که نشان دهنده مقاومت بسیار بالاتر بتن در مقایسه با بتن معمولی در برابر حملات اسیدی است.

آزمایش سرعت امواج ماورای صوت نمونه‌های قرار گرفته در محیط اسیدی. در شکل (۱۰) سرعت امواج ماورای صوت در بتن قلیافعال شده حاوی خرده لاستیک و الیاف پلی‌الفین در محیط‌های اسیدی ۷، ۲۸، ۶۰ و ۱۲۰ روز مشاهده می‌شود.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، نگهداری نمونه‌ها در محیط اسیدسولفوریک به مدت ۱۲۰ روز، سرعت امواج ماورای صوت را به طور چشمگیری کاهش داده و به زیر ۲۰۰۰ متر بر ثانیه رسانیده است. این کاهش سرعت نشان دهنده افزایش تخلخل و پیشرفت فرایند خوردگی در ساختار بتن در اثر مجاورت طولانی مدت با اسید است. باوجود افت شدید سرعت امواج ماوراء صوت برای تمامی نمونه‌ها در زمان طولانی، مقدار کاهش



شکل ۱۰ سرعت امواج ماورای صوت نمونه‌ها بعد از قرار گرفتن در شرایط اسیدی



شکل ۱۱ نمودار مقاومت فشاری و درصد مقاومت فشاری باقی مانده نمونه‌های مختلف در اسید به مدت ۱۲۰ روز

(نمونه‌های ۱، ۴ و ۷) به ترتیب ۴۶.۲، ۵۰ و ۵۷.۲ درصد بوده است. در مقابل، بیشترین مقاومت فشاری باقی مانده (معادل ۶۷/۹ درصد) مربوط به نمونه فاقد سیمان و حاوی یک درصد الیاف است. این نتایج نشان می‌دهد که استفاده از الیاف نقش مؤثری در کاهش اثرات مخرب محیط اسیدی ایفا می‌کند.

کاهش مقاومت در نمونه‌های حاوی سیمان را می‌توان به حضور فازهای هیدراته شده مبتنی بر کلسیم نظیر C-S-H نسبت داد. در محیط‌های اسیدی، این ترکیبات مستعد واکنش با یون‌های سولفات و هیدروژن هستند که منجر به تخریب ساختار C-S-H، آزادسازی یون‌های کلسیم، و در نهایت تشکیل فازهای ثانویه‌ای مانند سولفات کلسیم (گچ)، سولفوآلومینات کلسیم و کربنات کلسیم می‌شود. تشکیل فاز گچ (به ویژه در حالت ایندريت) ضمن افزایش حجم داخلی، منجر به ایجاد تنش‌های داخلی و ریزترک‌هایی در سطح نمونه‌ها می‌شود و لایه‌های سطحی به تدریج از بتن جدا می‌شوند. این فرایند با افزایش درصد سیمان در مخلوط تشدید می‌شود و منجر به کاهش قابل توجه مقاومت فشاری و افزایش افت وزن می‌گردد. به طور مشخص، در نمونه ۷ (حاوی ۲۰ درصد سیمان)، کاهش وزن تا ۹.۵۷ درصد و افت مقاومت فشاری تا ۵۷.۲ درصد مشاهده گردید.

این نتایج با یافته‌های سایر پژوهش‌ها همخوانی دارد؛ برای مثال، در مطالعه‌ای توسط عزت [50] گزارش شد که بتن‌های حاوی سیمان پرتلند در برابر اسید سولفوریک دچار کاهش مقاومت شدیدی نسبت به سیستم‌های قلیایی فاقد کلسیم می‌شوند. همچنین، تحقیقات آیکن (Aiken) و همکاران [32] نشان داده‌اند که در محیط‌های اسیدی، حمله اسید عمدتاً بر ترکیبات کلسیم‌دار تأثیرگذار است و حضور سرباره به عنوان

همان طور که در نتایج مشاهده می‌شود، مقاومت فشاری نمونه‌ها پس از ۱۲۰ روز برای طرح‌های حاوی ۰، ۱۰ و ۲۰ درصد سیمان (بدون در نظر گرفتن الیاف پلی‌الفین) به ترتیب به ۱۹، ۱۸/۵ و ۱۶ مگاپاسکال رسیده است و به ترتیب ۵۳/۸، ۵۰ و ۴۲/۸ از مقاومت فشاری خود را توانسته‌اند حفظ کنند. در طرح‌های ۱، ۴ و ۷، اگر چه با افزایش سیمان از ۰ به ۱۰ درصد، افت مقاومت فشاری ناچیز بوده است، اما این روند با افزایش سیمان به ۲۰ درصد، تشدید شده است. از سوی دیگر، با افزودن الیاف پلی‌الفین از ۰ به ۵٪ و سپس به ۱ درصد، افزایش مقاومت فشاری در هر سه دسته نمونه‌ها (بدون سیمان، ۱۰ درصد سیمان و ۲۰ درصد سیمان) مشاهده گردید. به طور مشخص، مقاومت فشاری نمونه‌های بدون سیمان از ۱۹ به ۲۴ (۲۶ درصد افزایش) و سپس به ۲۹ مگاپاسکال (۵۳ درصد افزایش)، نمونه‌های حاوی ۱۰ درصد سیمان از ۱۸/۵ به ۲۳ (۲۴ درصد افزایش) و سپس به ۲۵ مگاپاسکال (۳۵ درصد افزایش) و نمونه‌های حاوی ۲۰ درصد سیمان از ۱۶ به ۲۰ (۲۵ درصد افزایش) و سپس به ۲۴ مگاپاسکال (۵۰ درصد افزایش) بهبود یافت. این نتایج به وضوح نشان دهنده تأثیر مثبت افزودن الیاف پلی‌الفین بر بهبود مقاومت فشاری نمونه‌ها است.

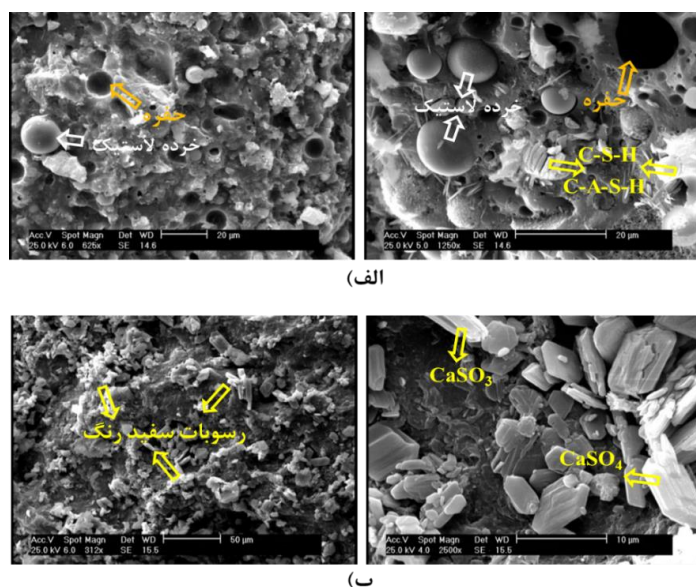
در پژوهش‌های پیشین گزارش شده است که مواد قلیایی به واسطه برخورداری از پیوندهای قوی Si-O-Al، در مقایسه با بتن‌های معمولی مبتنی بر سیمان پرتلند، عملکرد بهتری در برابر حملات اسیدی، به ویژه اسید سولفوریک، از خود نشان می‌دهند [31,49]. در این تحقیق، بررسی نمونه‌های بتن قلیا فعال شده حاوی خرده لاستیک و الیاف در محیط خورنده اسیدی حاکی از آن است که افت مقاومت فشاری نمونه‌های بدون الیاف

S-H و تشکیل ترکیبات ثانویه نظیر سولفات کلسیم (CaSO_4) و کربنات کلسیم (CaCO_3) شده‌اند که در نتیجه آن، مقاومت فشاری کاهش بیشتری یافته و آسیب‌پذیری ساختاری بتن افزایش یافته است.

شکل (۱۲) که تصاویر میکروسکوپ الکترونی روبشی (SEM) برای بتن طرح ۱ و ۷ که در به مدت ۱۲۰ ریز در معرض اسید قرار گرفته است نیز این روند را به خوبی تأیید می‌کند. در نمونه حاوی ۲۰ درصد سیمان (نمونه ۷)، تشکیل لایه‌های ضخیم گچ (CaSO_4) و رسوبات سفیدرنگی از ایندریت و کلسیت به وضوح قابل مشاهده است. این لایه‌های گچی، به دلیل حجیم شدن در حین تشکیل، موجب افزایش تنش‌های داخلی در ساختار ماتریس بتن می‌شوند و ترک‌های ثانویه‌ای را به وجود می‌آورند که در نهایت منجر به کاهش پیوستگی و افت مقاومت مکانیکی می‌شود. در مقابل، نمونه حاوی ۱۰۰ درصد سرباره (نمونه ۱)، به دلیل تشکیل ساختار پایدار آلومینوسیلیکاتی (N-A-S-H) و عدم وجود فازهای کلسیم‌دار قابل واکنش، در برابر حملات اسیدی عملکرد مقاوم‌تری از خود نشان دادند و تنها مقدار بسیار اندکی از رسوبات گچی و کربنات در ریزساختار آن مشاهده شد. این مشاهدات تأکید می‌کنند که گرچه افزودن مقدار کمی سیمان می‌تواند تا حدودی موجب بهبود ساختار و انسداد میکروتورها شود، اما افزایش بیش از حد آن منجر به تشکیل فازهای آسیب‌پذیر در برابر محیط‌های اسیدی و در نتیجه تضعیف خواص مکانیکی بتن می‌گردد.

ماده‌ای با کلسیم کمتر، می‌تواند مقاومت اسیدی بتن را افزایش دهد. بنابراین، نتایج این پژوهش نیز مؤید آن است که کاهش مقاومت در محیط اسیدی به شدت تحت تأثیر حضور فازهای حاوی کلسیم است و استفاده از سامانه‌های کم‌کلسیم (همچون بتن‌های صرفاً مبتنی بر سرباره بدون سیمان پرتلند) می‌تواند دوام بلندمدت بتن را در شرایط اسیدی بهبود بخشد.

آنالیز SEM نمونه‌های قرار گرفته در معرض اسید. با توجه به نتایج مربوط به مقاومت فشاری، کاهش وزن و سرعت انتشار امواج، مشاهده شد که بیشترین میزان فرسایش و افت ویژگی‌های مکانیکی در طولانی‌ترین زمان (۱۲۰ روز) در تمامی نمونه‌ها رخ داده است. افزایش درصد سیمان از صفر به ۱۰ درصد در بتن قلیافعال شده در معرض محیط اسیدسولفوریک، منجر به کاهش جزئی در مقاومت فشاری (حدود ۲ درصد، از ۲۴ به ۲۳/۵ مگاپاسکال) و کاهش وزن (از ۴/۷ درصد در نمونه بدون سیمان به ۴/۵ درصد در نمونه دارای ۱۰ درصد سیمان) گردید. این کاهش محدود را می‌توان به پر شدن حفرات و ترک‌های ریز توسط ژل‌های ثانویه نظیر C-S-H و C-A-S-H نسبت داد، که موجب انسداد مسیرهای نفوذ اسید به درون ساختار بتن شده و در نتیجه، افت مقاومت فشاری در این نمونه‌ها بسیار ناچیز بوده است. با این حال، افزایش درصد سیمان از ۱۰ به ۲۰ درصد موجب تشدید واکنش‌های اسیدسولفوریک با فازهای حاوی کلسیم گردیده است. این واکنش‌ها منجر به تخریب پیوندهای C-



شکل ۱۲ تصاویر SEM بتن قلیافعال شده در معرض اسید به مدت ۱۲۰ روز: (الف) طرح ۱ (بدون سیمان) و (ب) طرح ۷ (۲۰٪ سیمان، ۸۰٪ سرباره)

در راستای پیشرفت تحقیقات در زمینه بتن‌های قلیا فعال شده، پیشنهاد می‌شود که در مطالعات آینده، تأثیر انواع مختلف الیاف مانند شیشه، کربن و فولاد و همچنین استفاده از مواد پوزولانی جایگزین نظیر متاکائولین، خاکستر بادی و نانوپوزولان‌ها بر ویژگی‌های مکانیکی و دوام بتن‌ها مورد بررسی قرار گیرد. علاوه بر این، ارزیابی تأثیر ترکیب‌های مختلف الیاف و پوزولان‌ها بر مقاومت و دوام بتن در محیط‌های اسیدی و خورنده، به ویژه در شرایط با غلظت‌های مختلف اسید و مدت زمان تماس، می‌تواند به درک بهتری از رفتار بتن‌های قلیا فعال شده در این محیط‌ها کمک کند.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش تأثیر جایگزینی سیمان پرتلند به جای سرباره و همچنین افزودن الیاف پلی‌الفین بر بتن قلیا فعال شده مبتنی بر سرباره در شرایط محیط و در شرایط قرارگیری در معرض اسید بررسی شده است. نتایج به دست آمده به شرح زیر است:

در شرایط محیطی عادی

۱. جایگزین کردن سیمان پرتلند با سرباره از صفر تا ۲۰ درصد در بتن قلیا فعال شده حاوی خرده لاستیک و الیاف پلی‌الفین در شرایط محیط در همه طرح‌ها (۰ تا ۱ درصد الیاف پلی‌الفین) باعث افزایش مقاومت کششی شده است. همچنین اضافه کردن الیاف پلی‌الفین نیز در هر حالت افزایش مقاومت کششی را به همراه دارد به طوری که در بیشترین حالت مقاومت کششی ۴/۸۷ مگاپاسکال مربوط به نمونه ۲۰ درصد سیمان جایگزین سرباره و درصد حجمی الیاف پلی‌الفین یک درصد به دست آمد.

۲. جایگزین کردن سیمان پرتلند با سرباره تا ۲۰ درصد در بتن قلیا فعال شده فاقد الیاف در شرایط محیط، مقاومت فشاری را از ۳۵/۳ مگاپاسکال در حالت بدون سیمان به ۴۲/۷ مگاپاسکال در حالت جایگزینی ۲۰ درصد سیمان افزایش داده است که نشان دهنده حدود ۶ درصد افزایش مقاومت است.

۳. بیشترین مقاومت فشاری و کششی در شرایط محیطی عادی برای بتن قلیا فعال شده حاوی ۱۰ خرده لاستیک و الیاف پلی-الفین ۴۴/۶ مگاپاسکال فشاری و ۴/۸۷ مگاپاسکال کششی بوده است که مربوط به حالت ۲۰ درصد سیمان جایگزین

سرباره به همراه ۱ درصد حجمی الیاف می‌باشد.

۴. تصاویر SEM تأیید کننده تأثیر تقویت کننده و مثبت الیاف در ماتریکس قلیا فعال شده است و نشان دهنده افزایش نیروی چسبندگی بین فیبر و ماتریکس بتن می‌باشد.

در شرایط محیطی اسیدی

۱. با افزایش درصد الیاف پلی‌الفین از صفر به ۱ درصد حجمی در بتن قلیا فعال شده حاوی خرده لاستیک هم در مقاومت کششی و فشاری در شرایط محیطی و هم در حالت اسیدی افزایش مقاومت قابل توجه است. طوری که افزایش الیاف پلی‌الفین از صفر تا ۱ درصد، مقاومت کششی در حالت بدون سیمان ۳۷ درصد و در حالت ۱۰ درصد سیمان جایگزین سرباره ۱۴ درصد و در حالت ۲۰ درصد سیمان جایگزین سرباره را ۱۳ درصد افزایش می‌دهد؛ و مقاومت فشاری در محیط را در حالت بدون سیمان ۲۱ درصد، در حالت ۱۰ درصد در صد سیمان جایگزین سرباره ۱۸ درصد، در حالت ۲۰ درصد سیمان ۱۹ درصد و در حالت پس از ۱۲۰ روز قرار دادن در محیط اسیدی در وضعیت بدون سیمان ۵۲ درصد و ۱۰ درصد سیمان جایگزین ۳۵ درصد در وضعیت ۲۰ درصد جایگزین ۵۰ درصد افزایش می‌دهد.

۲. افزایش درصد سیمان پرتلند در بتن قلیا فعال شده منجر به فرسایش بیشتر نمونه‌ها در معرض اسید سولفوریک شده است که این موضوع از طریق کاهش وزن نمونه‌ها مشاهده می‌گردد. علت اصلی این فرسایش بیشتر، واکنش کلسیم اضافی موجود در سیمان پرتلند با اسید سولفوریک و تشکیل ترکیبات هیدراته مثل سنگ گچ است. بررسی نتایج حاصل از آزمایش‌ها در زمان ۱۲۰ روز نشان می‌دهد که کاهش وزن از ۵/۹ درصد در حالت بدون سیمان به ۷/۶ درصد در حالت جایگزینی ۱۰ درصد سیمان با سرباره افزایش یافت، به طوری که بیشترین میزان فرسایش مربوط به حالت ۲۰ درصد جایگزینی سیمان با ۹/۶ درصد کاهش وزن بوده است.

۳. با افزایش درصد سیمان پرتلند، فرسایش بالا به صورت کاهش وزن برای نمونه‌های در مجاورت اسید سولفوریک مشاهده شد که دلیل آن واکنش کلسیم اضافی با اسید سولفوریک و تشکیل سنگ گچ است و در زمان ۱۲۰ روز در اسید، کاهش وزن از ۵/۹ درصد در حالت بدون سیمان به ۷/۶ درصد در حالت ۱۰

درصد سیمان جایگزین سرباره می‌رسد و بیشترین فرسایش ۹/۶ درصد برای ۲۰ درصد سیمان جایگزین مشاهده شد.

۴. در محیط اسیدسولفوریک، افزایش محتوای سیمان پرتلند به عنوان جایگزین سرباره در بتن قلیافعال‌شده حاوی خرده لاستیک و الیاف، تأثیر قابل توجهی بر رفتار مکانیکی نمونه‌ها داشته است. با افزایش سیمان از صفر تا ۱۰ درصد، کاهش ناچیزی در مقاومت فشاری نمونه‌های بدون الیاف مشاهده شد (از ۱۹ مگاپاسکال به ۱۸/۵ مگاپاسکال). با این حال، افزایش محتوای سیمان به ۲۰ درصد منجر به کاهش قابل توجه مقاومت فشاری شد، به طوری که این مقدار به ۱۶ مگاپاسکال رسید که معادل حدود ۱۶ درصد کاهش نسبت به حالت بدون سیمان است. علت اصلی این کاهش، واکنش کلسیم اضافی موجود در سیمان پرتلند با اسیدسولفوریک و تشکیل ترکیبات هیدراته، افزایش حجم، کاهش چگالی بتن و همچنین تولید CaCO_3 است. این پدیده نشان می‌دهد که افزایش محتوای سیمان پرتلند می‌تواند به طور قابل توجهی از عملکرد بتن در برابر حملات شیمیایی بکاهد.

۵. در شرایط مجاورت اسیدسولفوریک بیشترین مقاومت فشاری مربوط به حالت بتن بدون سیمان با ۱ درصد الیاف پلی‌الفین است که مقدار آن ۲۹ مگاپاسکال می‌باشد و کمترین مقاومت فشاری مربوط به نمونه فاقد الیاف و حاوی ۲۰ درصد سیمان

جایگزین است که مقدار آن ۱۶ مگاپاسکال می‌باشد.

۶. در شرایط محیطی، بیشترین مقاومت فشاری و کششی بتن قلیافعال‌شده حاوی خرده لاستیک و الیاف پلی‌الفین (۱٪) به ترتیب ۴۴/۶ مگاپاسکال و ۴/۸۷ مگاپاسکال مشاهده شد که مربوط به حالت ۲۰ درصد جایگزینی سیمان با سرباره است. در مقابل، در شرایط مجاورت اسیدسولفوریک، بیشترین مقاومت فشاری مربوط به بتن بدون سیمان و حاوی ۱٪ الیاف پلی‌الفین با مقدار ۲۹ مگاپاسکال است.

۷. در شرایط محیط اسیدی، هر چند بتن قلیافعال‌شده حاوی خرده لاستیک و الیاف پلی‌الفین مقاومت بیشتری نسبت به نمونه‌های بدون افزودنی نشان می‌دهد، افزایش سیمان از ۰ تا ۲۰ درصد (طرح ۷) منجر به کاهش مقاومت می‌شود. علت این کاهش، واکنش کلسیم موجود در سیمان با اسیدسولفوریک و تشکیل ترکیبات گچی مانند سنگ گچ است که سبب کاهش چگالی و یکپارچگی ساختار می‌شود. این پدیده نیز توسط نتایج محاسباتی مقاومت فشاری و کششی و تصاویر SEM تأیید شده است.

سپاسگزاری

- [1] A. Parande et al., "Environmental effects on concrete using ordinary and pozzolana Portland cement," *Construction and Building Materials*, vol. 25, no. 1, pp. 288–297, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.06.027>
- [2] N. Mohamad, K. Muthusamy, R. Embong, A. Kusbiantoro, and M. H. Hashim, "Environmental impact of cement production and solutions: A review," *Materials Today: Proceedings*, vol. 48, pp. 741–746, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.02.212>
- [3] R. Allahvirdizadeh, R. Rashetnia, A. Dousti, and M. Shekarchi, "Application of polymer concrete in repair of concrete structures: A literature review," in *Concrete Solutions*, 2011, pp. 435–444.
- [4] H. U. Ahmed, A. A. Mohammed, S. Rafiq, A. S. Mohammed, A. Mosavi, N. H. Sor, and S. M. Qaidi, "Compressive strength of sustainable geopolymer concrete composites: A state-of-the-art review," *Sustainability*, vol. 13, no. 24, p. 13502, 2021. <https://doi.org/10.3390/su132413502>
- [5] M. Amin, Y. Elsakhawy, K. Abu el-Hassan, and B. A. Abdelsalam, "Behavior evaluation of sustainable high-strength geopolymer concrete based on fly ash, metakaolin, and slag," *Case Studies in Construction Materials*, vol. 16, p. e00976, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2022.e00976>
- [6] Achak, H., M.R. Sohrabi, and S.O. Hoseini, Effects of microsilica and polypropylene fibers on the rheological

- properties, mechanical parameters and durability characteristics of green self-compacting concrete containing ceramic wastes. *Construction and Building Materials*, 2023. 392: p. 131890. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.131890>
- [7] K. Behfarnia and M. Rostami, "The effect of alkaline solution - to - slag ratio on permeability of alkali - activated slag concrete," *International Journal of Civil Engineering*, vol. 16, no. 8, pp. 897–904, 2018. <https://doi.org/10.1007/s40999-017-0234-3>
- [8] A. Jahani, A. R. Estabragh, H. Khajepour, and M. Amini, "Comparison of the effect of cement, ground granulated blast-furnace slag (GGBS), and activated GGBS on stabilization of a clay soil," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 35, no. 3, 2022.
- [9] S. Pilehvar, V. D. Cao, A. M. Szczotok, M. Carmona, L. Valentini, M. Lanzón, R. Pamies, and A. L. Kjøniksen, "Physical and mechanical properties of fly ash and slag geopolymer concrete containing different types of micro-encapsulated phase change materials," *Construction and Building Materials*, vol. 173, pp. 28–39, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.04.016>
- [10] Z. Tang et al., "Investigation on dynamic mechanical properties of fly ash/slag-based geopolymeric recycled aggregate concrete," *Composites Part B: Engineering*, vol. 185, p. 107776, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2020.107776>
- [11] O. A. Mohamed, "Effect of immersing geopolymer slag-fly ash mortar in sulfuric acid on strength development and stability of mass," *Construction and Building Materials*, vol. 341, p. 127786, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.127786>
- [12] A. E. Kurtoglu et al., "Mechanical and durability properties of fly ash and slag-based geopolymer concrete," *Advances in Concrete Construction*, vol. 6, no. 4, p. 345, 2018. <https://doi.org/10.12989/acc.2018.6.4.345>
- [13] W. Yang, H. Liu, P. Zhu, X. Zhu, X. Liu, and X. Yan, "Effect of recycled coarse aggregate quality on the interfacial property and sulfuric acid resistance of geopolymer concrete at different acidity levels," *Construction and Building Materials*, vol. 375, p. 130919, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.130919>
- [14] M. Sienkiewicz et al., "Progress in used tyres management in the European Union: A review," *Waste Management*, vol. 32, no. 10, pp. 1742–1751, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.wasman.2012.05.010>
- [15] J. Shao, H. Zhu, G. Xue, Y. Yu, S. M. Borito, and W. Jiang, "Mechanical and restrained shrinkage behaviors of cement mortar incorporating waste tire rubber particles and expansive agent," *Construction and Building Materials*, vol. 296, p. 123742, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.123742>
- [16] C. A. Issa and G. Salem, "Utilization of recycled crumb rubber as fine aggregates in concrete mix design," *Construction and Building Materials*, vol. 42, pp. 48–52, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.12.054>
- [17] A. Rezapour and S. E. Seyedihosseini Nia, "A Study on the Effect of Shredded Tire Size on the Mechanical Behavior of Sand and Shredded Tire Mixtures Using Direct Shear Test," *Ferdowsi Civil Engineering Journal*, vol. 29, no. 1, pp. 17–36, 2017. <https://doi.org/10.22067/civil.v29i1.41679>
- [18] A. Zadeh et al., "Behavior of Clayey Soils Mixed with Tire Chips," *Ferdowsi Civil Engineering Journal*, vol. 26, no. 2, pp. 117–130, 2015. <https://doi.org/10.22067/civil.v26i2.21991>

- [19] M. Asadzadeh and H. Soltani Jigheh, "Swelling and consolidation properties of clayey soils reinforced with tire-chips," *Ferdowsi Civil Engineering Journal*, vol. 23, no. 2, p. 11, 2012.
- [20] I. W. Adebayo et al., "Effect of crumb rubber and polyethylene fiber on the strength and toughness of fly ash/slag-based geopolymer concrete," *Construction and Building Materials*, vol. 455, p. 139133, 2024. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2024.139133>
- [21] O. Smirnova, A. Kharitonov, and Y. Belentsov, "Influence of polyolefin fibers on the strength and deformability properties of road pavement concrete," *Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition)*, vol. 6, no. 4, pp. 407–417, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.jtte.2017.12.004>
- [22] Q. Z. M. Nejad and M. Varesteh, "Study of the effect of alkaline activator on static and dynamic properties of geopolymer mortars containing frac and fibers," *Ferdowsi Civil Engineering Journal*, vol. 37, no. 2, p. 11, 2025. <https://doi.org/10.22067/jfcei.2025.88923.1312>
- [23] M. G. Azandariani et al., "Mechanical properties of polyolefin and polypropylene fibers-reinforced concrete – An experimental study," *Composites Part C: Open Access*, vol. 12, p. 100410, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.jcomc.2023.100410>
- [24] H. Xu et al., "Experimental study on mechanical properties of fiber-reinforced concrete: Effect of cellulose fiber, polyvinyl alcohol fiber and polyolefin fiber," *Construction and Building Materials*, vol. 261, p. 120610, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.120610>
- [25] M. G. Azandariani et al., "Durability and compressive strength of composite polyolefin fiber-reinforced recycled aggregate concrete: An experimental study," *Composites Part C: Open Access*, vol. 15, p. 100533, 2024. <https://doi.org/10.1016/j.jcomc.2024.100533>
- [26] Q. Z. M. Nejad, D. Nejad, and A. Arin, "Experimental study of mechanical properties of geopolymer mortars containing slag, kaolin powder, and polymer," *Ferdowsi Civil Engineering Journal*, vol. 37, no. 2, pp. 25–50, 2024. <https://doi.org/10.22067/jfcei.2024.79313.1185>
- [27] I. Shafiq, M. Azreen, and M. W. Hussin, "Sulphuric acid resistant of self-compacted geopolymer concrete containing slag and ceramic waste," in *MATEC Web of Conferences*, vol. 97, p. 01102, 2017. <https://doi.org/10.1051/mateconf/20179701102>
- [28] A. Özcan and M. B. Karakoç, "The resistance of blast furnace slag- and ferrochrome slag-based geopolymer concrete against acid attack," *International Journal of Civil Engineering*, vol. 17, no. 10, pp. 1571–1583, 2019. <https://doi.org/10.1007/s40999-019-00425-2>
- [29] W. Yang et al., "Resistance to sulfuric acid corrosion of geopolymer concrete based on different binding materials and alkali concentrations," *Materials*, vol. 14, no. 23, p. 7109, 2021. <https://doi.org/10.3390/ma14237109>
- [30] S. H. Mohammadi, M. V. Pour, and F. Pargar, "Effect of Silica Fume, Metakaolin, Zeolite and Polypropylene Fiber on Chloride Diffusion in Concrete," *Ferdowsi Civil Engineering Journal*, vol. 22, no. 1, pp. 83–96, 2025. <https://doi.org/10.22067/civil.v22i1.9036>

- [31] H. E. Elyamany, A. E. M. A. Elmoaty, and A. R. A. Diab, "Sulphuric acid resistance of slag geopolymer concrete modified with fly ash and silica fume," *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, vol. 45, pp. 2297–2315, 2021. <https://doi.org/10.1007/s40996-020-00515-5>
- [32] T. A. Aiken et al., "Effect of slag content and activator dosage on the resistance of fly ash geopolymer binders to sulfuric acid attack," *Cement and Concrete Research*, vol. 111, pp. 23–40, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2018.06.011>
- [33] A. Mehta and R. Siddique, "Sulfuric acid resistance of fly ash-based geopolymer concrete," *Construction and Building Materials*, vol. 146, pp. 136–143, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.04.077>
- [34] S. Mehdipour et al., "Mechanical properties, durability and environmental evaluation of rubberized concrete incorporating steel fiber and metakaolin at elevated temperatures," *Journal of Cleaner Production*, vol. 254, p. 120126, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.120126>
- [35] D. Hardjito, S. Wallah, and B. Rangan, "Research into engineering properties of geopolymer concrete," in *Proceeding International Conference Geopolymer 2002 – Turn Potential into Profit*, Melbourne, Australia, Oct. 2002.
- [36] M. S. Reddy, P. Dinakar, and B. H. Rao, "A review of the influence of source material's oxide composition on the compressive strength of geopolymer concrete," *Microporous and Mesoporous Materials*, vol. 234, pp. 12–23, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.micromeso.2016.07.005>
- [37] A. A. Aliabdo, M. Abd Elmoaty, and H. A. Salem, "Effect of cement addition, solution resting time and curing characteristics on fly ash-based geopolymer concrete performance," *Construction and Building Materials*, vol. 123, pp. 581–593, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.07.043>
- [38] S. C. Moghaddam et al., "Mechanical properties of fly ash-based geopolymer concrete with crumb rubber and steel fiber under ambient and sulfuric acid conditions," *Construction and Building Materials*, vol. 281, p. 122571, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.122571>
- [39] M. Shahjalal et al., "Fiber-reinforced recycled aggregate concrete with crumb rubber: A state-of-the-art review," *Construction and Building Materials*, vol. 404, p. 133233, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.133233>
- [40] F. Z. Hossain et al., "Mechanical properties of recycled aggregate concrete containing crumb rubber and polypropylene fiber," *Construction and Building Materials*, vol. 225, pp. 983–996, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.07.245>
- [41] R. Assaggaf et al., "Properties and sustainability of treated crumb rubber concrete," *Journal of Building Engineering*, vol. 51, p. 104250, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2022.104250>
- [42] F. Wang and W. Song, "Effects of crumb rubber on compressive strength of cement-treated soil," *Archives of Civil Engineering*, vol. 61, no. 4, pp. 59–78, 2015.
- [43] K. E. Kaloush, G. B. Way, and H. Zhu, "Properties of crumb rubber concrete," *Transportation Research Record*, vol. 1914, no. 1, pp. 8–14, 2005. <https://doi.org/10.1177/0361198105191400102>
- [44] N. M. Noor et al., "Effect of crumb rubber on concrete strength and chloride ion penetration resistance," *Jurnal Teknologi (Sciences & Engineering)*, vol. 77, no. 32, 2015. <https://doi.org/10.11113/jt.v77.7004>

- [45] A. Allahverdi and F. Skvara, "Sulfuric acid attack on hardened paste of geopolymer cements – Part 1: Mechanism of corrosion at relatively high concentrations," *Ceramics Silikáty*, vol. 49, no. 4, p. 225, 2005.
- [46] A. Allahverdi and F. Skvara, "Sulfuric acid attack on hardened paste of geopolymer cements – Part 2: Corrosion mechanism at mild and relatively low concentrations," *Ceramics Silikáty*, vol. 50, no. 1, p. 1, 2006.
- [47] X. Song et al., "Response of geopolymer concrete to sulphuric acid attack," in *Proceeding World Congress Geopolymer*, 2005.
- [48] J. Davidovits, "High-alkali cements for 21st century concretes," *Special Publication*, vol. 144, pp. 383–398, 1994.
<https://doi.org/10.14359/4523>
- [49] J. Gourley and G. Johnson, "Developments in geopolymer precast concrete," in *Proceeding World Congress Geopolymer*, Geopolymer Institute, Saint-Quentin, France, 2005.
- [50] A. M. Izzat et al., "Sulfuric acid attack on ordinary Portland cement and geopolymer material," *Revista de Chimie*, vol. 64, no. 9, pp. 1011–1014, 2013.



Ferdowsi
University of
Mashhad

Ferdowsi Civil Engineering

<https://civil-ferdowsi.um.ac.ir>



Iranian
Concrete
Institute



Pavement
Engineering
Association of
Iran

A Quantitative Assessment of the Accuracy of the Third-Order Acceleration Method Compared to Other Numerical Methods Under Harmonic Loading – A Case Study of a Softening Two-Degree-of-Freedom Structure

Research Article

Masoud Mahmoodabadi¹ , Fatemeh Ansari², Fatemeh Hatfi Ardakani³

DOI: [10.22067/jfcei.2025.91623.1337](https://doi.org/10.22067/jfcei.2025.91623.1337)

1-Introduction:

In general, the dynamic behaviour of structures can be considered either linear or nonlinear, with the governing differential equation being a second-order differential equation. The solution methods are typically divided into two main categories: the mode superposition method and the direct time integration method. In nonlinear systems, if the structural response at a specific time t^* is required, the interval $[0, t]$ is divided into n^* sub-intervals, usually of equal size (Δt). Within each sub-interval ($t = n\Delta t$), the structural properties such as stiffness are assumed to be constant, and the response at the end of each step is calculated. This response is then used as the initial condition for the subsequent step. Among conditionally stable time integration methods, the Newmark linear acceleration method and the central difference method are widely used due to their accuracy. In these two classical approaches, the acceleration is assumed to vary at most linearly within each time step. In this study, however, the acceleration variation within each time step is assumed to be cubic (third-order). Consequently, when the acceleration is represented by a third-order polynomial, the displacement function becomes a fifth-degree polynomial with six coefficients. Since higher-order acceleration introduces more terms into the Taylor series expansion compared to the classical methods, it is expected that the proposed third-order acceleration method will provide greater accuracy. Nevertheless, because this research focuses on a nonlinear softening system, the increase in acceleration order does not necessarily guarantee improved accuracy. For evaluating the weighted residual integral, the least-squares method was applied. In this study, computational tools such as MATLAB were employed to quantitatively compare the accuracy of the proposed third-order acceleration method against other classical methods, including the Newmark average

acceleration method, the Newmark linear acceleration method, the Wilson- θ method, and the parabolic acceleration method.

2. Methodology

In this paper, the acceleration variation in each time step is considered cubic, which represents the novel contribution of the research. To the authors' knowledge, the extension of the third-order acceleration method has been developed for the first time, at least in Iran. The reference solution employed here is the exact response of a shear building with nonlinear softening behavior under sinusoidal loading. Approximate responses obtained from the Newmark methods and the parabolic acceleration method were compared with the exact response through time-history diagrams of the displacements of the first and second stories. The errors of eight different numerical methods were calculated quantitatively and compared. The displacement response of a nonlinear softening two-degree-of-freedom system was analyzed under a range of sinusoidal loadings with varying frequencies and amplitudes.

The angular frequency of the sinusoidal loading was varied from 1 to 30 rad/s, with increments of 0.1 rad/s, yielding 300 different loading cases. The system response under these cases was computed using the eight numerical methods discussed in this study. Using the analytical response method with $\Delta t = 0.001$ s, the displacement response was obtained and regarded as the exact solution. Then, for Δt values of 0.001, 0.002, 0.003, 0.004, 0.005, 0.006, and 0.007 s, the displacement response of the system was computed for peak ground accelerations (PGAs) of 1, 2, 3, 4, and 5 (m/s^2) using the eight numerical methods. The root mean square errors were calculated for the defined Δt values. To compare the performance of the methods, the mean errors over different frequencies and their

* Manuscript received January 12, 2025, Revised June 10, 2025, Accepted October 04, 2025.

¹ Corresponding author. Assistant Professor, Department of Civil Engineering, University of Qom, Qom, Iran.

Email: m.mahmoudabadi@qom.ac.ir.

² Senior student of Structures, Faculty of Engineering, University of Qom, Qom, Iran.

³ Senior student of Structures, Faculty of Engineering, University of Qom, Qom, Iran.

coefficients of variation were evaluated. Additionally, the parabolic acceleration method was extended to a third-order acceleration method, and its error and coefficient of variation were compared with those of the second-order (parabolic) acceleration method.

In Figure (1), the average error averages for different numerical methods for Δt equal to 0.001 seconds to 0.007 seconds for the first floor of a softening shear building are plotted as a bar graph.

3. Conclusion

The results showed that, in the first story, for Δt values ranging from 0.001 to 0.007 seconds, the minimum mean error in most cases was associated with the analytical response method and the Newmark average acceleration method, while the maximum mean error in most cases corresponded to the central difference and Wilson methods. In the second story, with the same Δt range, the minimum mean error in most cases corresponded to the central difference method, whereas the maximum mean error was associated with the Jennings method. Regarding the coefficient of variation, in the first story and within the same Δt range, the maximum value in most cases was related to the second-order acceleration and Wilson methods, while the minimum was related to the Newmark linear acceleration and Newmark average acceleration methods. In the second story, the maximum coefficient of

variation in most cases was associated with the central difference method, while the minimum corresponded to the Wilson method. In both stories, the mean error and the coefficient of variation for the second-order and third-order acceleration methods generally showed only minor differences. Overall, in the first story, the analytical response method had the lowest mean error, while the Wilson method exhibited the highest mean error. The second-order and third-order acceleration methods ranked second and fourth, respectively. In the second story, the central difference method had the lowest mean error, while the Jennings method had the highest mean error. The second-order and third-order acceleration methods ranked sixth and seventh, respectively. From the perspective of the coefficient of variation, in the first story, the highest value corresponded to the analytical response method, and the lowest to the Newmark average acceleration method, with the second-order and third-order acceleration methods ranked sixth and seventh, respectively. In the second story, the highest coefficient of variation was related to the central difference method, while the lowest was associated with the Wilson method. The second-order and third-order acceleration methods ranked fourth and fifth, respectively.

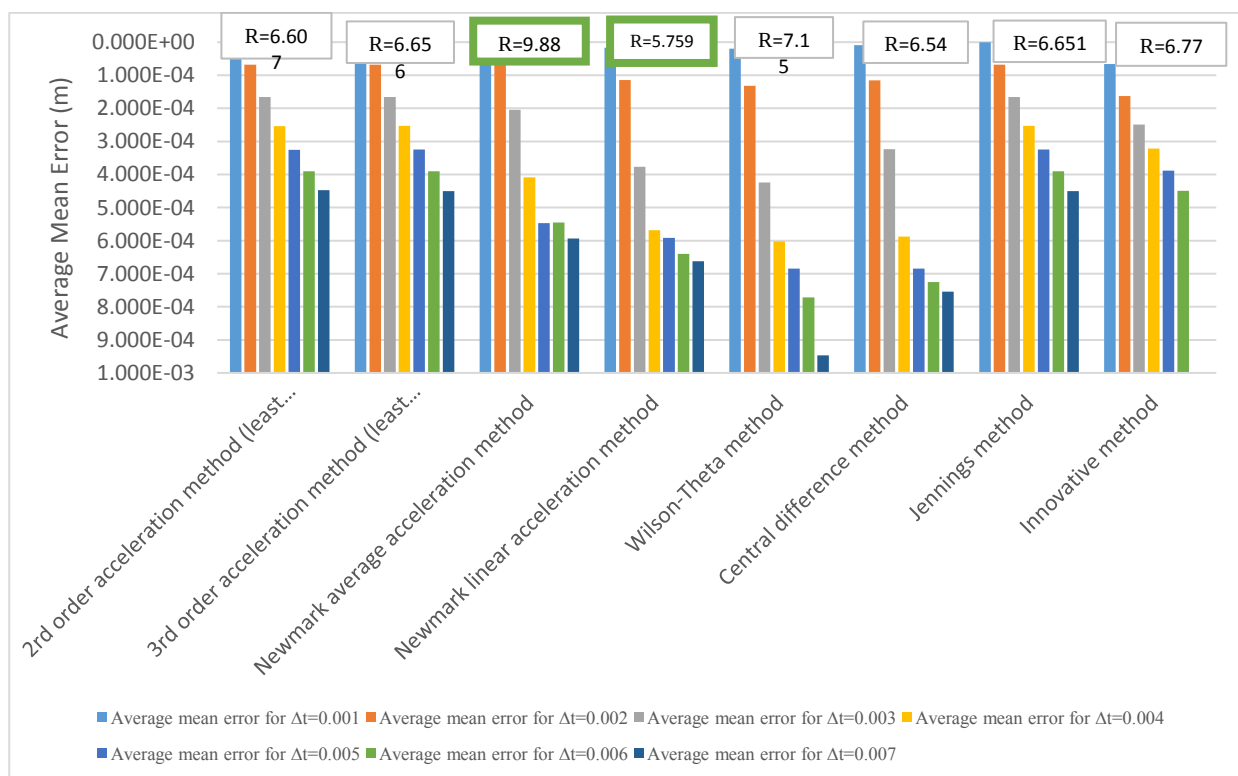


Figure. 1: Average value of the error means of different numerical methods for Δt equal to 0.001 seconds to 0.007 seconds for the first floor of a softening shear building



بررسی کمی میزان دقت روش شتاب مرتبه ۳ نسبت به روش‌های دیگر عددی برای بارگذاری هارمونیک - مطالعه موردی یک سازه نرم شونده دو درجه آزاد*

مقاله پژوهشی

فاطمه هاتفی اردکانی^(۳)

فاطمه انصاری^(۲)

مسعود محمودآبادی^(۱) 

DOI: 10.22067/jfcej.2025.91623.1337

چکیده در این مقاله، پاسخ جابه‌جایی یک سیستم دو درجه آزاد نرم شونده غیر خطی، تحت طیفی از بارگذاری‌های سینوسی با فرکانس‌های مختلف و به ازای PGAهای متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است. از ۸ روش عددی که شامل روش شتاب مرتبه ۳، روش شتاب مرتبه ۲، روش نیومارک (روش شتاب خطی)، روش نیومارک (روش شتاب متوسط)، روش ویلسون - تتا، روش تفاضل مرکزی، روش جینگز و روش پاسخ تحلیلی بود، برای محاسبه پاسخ جابه‌جایی این سیستم استفاده گردید. با استفاده از این هشت روش، جابه‌جایی این سیستم به ازای PGAهای مختلف محاسبه گردید و مقادیر جذر میانگین مربعات خطا و ضریب تغییرات خطای این ۸ روش به ازای Δt های مختلف محاسبه گردید که نتایج کار به صورت نمودارهایی میله‌ای آورده شده است.

واژه‌های کلیدی روش شتاب مرتبه ۳، روش‌های عددی در دینامیک سازه‌ها، سیستم نرم شونده، جذر میانگین مربعات خطا، ضریب تغییرات خطا.

A Quantitative Assessment of the Accuracy of the Third-Order Acceleration Method Compared to Other Numerical Methods Under Harmonic Loading – A Case Study of a Softening Two-Degree-of-Freedom Structure

Masoud Mahmoodabadi

Fatemeh Ansari

Fatemeh Hatfi Ardakani

Abstract In this paper, the displacement response of a nonlinear two-degree-of-freedom softening system is investigated under a range of sinusoidal loadings with different frequencies and for different PGAs. Eight numerical methods including the 3rd-order acceleration method, the 2nd-order acceleration method, the Newmark method (linear acceleration method), the Newmark method (average acceleration method), the Wilson-Theta method, the central difference method, the Jennings method and the innovative method were used to calculate the displacement response of this system. Using these eight methods, the displacement of this system was calculated for different PGAs and the values of the root mean square error and the error coefficient of variation of these 8 methods were calculated for different Δt s, and the results of the work are presented in the form of bar graphs.

Keywords 3rd-Order Acceleration Method, Numerical Methods in Structural Dynamics, Softening System, Root Mean Square Error, Error Coefficient of Variation.

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۳/۱۰/۲۳ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۴/۷/۱۲ می‌باشد.

Email: m.mahmoudabadi@qom.ac.ir

(۱) نویسنده مسئول، استادیار، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران.

(۲) فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی سازه، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران.

(۳) فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی سازه، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران.

مقدمه

در حالت کلی، رفتار دینامیکی سازه‌ها به دو صورت خطی و غیر خطی در نظر گرفته می‌شود که معادله دیفرانسیل حاکم بر این سیستم‌ها یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم خواهد بود به طوری که روش‌های حل آن به دو دسته کلی روش جمع آثار مدی و روش انتگرال‌گیری مستقیم زمانی دسته‌بندی می‌شود.

در سیستم‌های غیر خطی، اگر پاسخ سازه در لحظه t مورد نظر باشد، طبق روش انتگرال‌گیری مستقیم زمانی، ابتدا بازه $[0, t]$ به n زیربازه تقسیم می‌شود و معمولاً طول این زیربازه‌ها (Δt) را با هم مساوی در نظر می‌گیرند. در هر یک از این زیربازه‌ها $(\Delta t = t/n)$ خصوصیات سازه مانند سختی، ثابت در نظر گرفته می‌شود و پاسخ در انتهای هر گام محاسبه می‌شود و سپس، از این پاسخ به عنوان شرایط اولیه برای گام بعدی استفاده می‌شود. از بین روش‌های انتگرال‌گیری زمانی مشروط پایدار، روش‌های شتاب خطی نیومارک و تفاضل مرکزی به علت دقت خوب، بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرند که در این دو روش کلاسیک، مرتبه تغییرات شتاب، حداکثر به صورت خطی تغییر می‌کند.

در مرجع [1] مرتبه تغییرات شتاب در هر گام زمانی به صورت سهموی فرض می‌شود که در نتیجه چندجمله‌ای مرتبه چهار تابع جابه‌جایی، دارای پنج ضریب مجهول خواهد بود. در این تحقیق، این مقاله به عنوان مرجع اصلی در نظر گرفته شد با این تفاوت که مرتبه تغییرات شتاب در هر گام زمانی به صورت درجه ۳ در نظر گرفته شد. در نتیجه، در این حالت که شتاب به صورت چندجمله‌ای مرتبه سوم در نظر گرفته شد، تابع جابه‌جایی، یک تابع درجه ۵ با شش ضریب بود. با توجه به اینکه با افزایش مرتبه شتاب، تعداد جملات بیشتری در بسط سری تیلور نسبت به روش‌های کلاسیک موجود در نظر گرفته می‌شود بنابراین انتظار می‌رود که در روش پیشنهادی با مرتبه شتاب درجه ۳، دقت آن نسبت به روش‌های کلاسیک دیگر بالاتر باشد. در این پژوهش، چون مطالعه موردی بر روی یک سیستم غیر خطی نرم شونده صورت گرفته است در نتیجه، لزوماً با افزایش مرتبه شتاب، دقت تحلیل افزایش نمی‌یابد. در این روش برای محاسبه انتگرال باقی‌مانده وزن‌دار از روش حداقل مربعات استفاده شد.

غلامپور و همکاران [1]، یک روش باقی‌مانده وزن‌دار با استفاده از چند تابع وزنی برای حل مسائل دینامیکی غیر خطی سازه‌ها ارائه دادند. آن‌ها مرتبه تغییرات شتاب را در هر گام زمانی

به صورت سهموی فرض کردند. در نتیجه چندجمله‌ای جابه‌جایی مربوطه از درجه ۴ بود و لازم بود که پنج ضریب مجهول این چندجمله‌ای محاسبه گردد. آن‌ها برای محاسبه این پنج ضریب مجهول از پنج معادله استفاده کردند. آن‌ها سه معادله از این ۵ معادله را از ارضای معادلات جابه‌جایی، سرعت و شتاب در ابتدای هر گام به دست آوردند. آن‌ها دو معادله دیگر را با محاسبه انتگرال باقی‌مانده وزن‌دار و با چهار تابع وزنی؛ واحد، پترو گالرکین، حداقل مربعات و کالوکیشن به دست آوردند. آن‌ها اذعان داشتند که از روش شتاب سهموی پاسخ‌های بهتر و دقیق‌تری حاصل می‌گردد.

قاسمیه و کریمی راد [2]، یک روش جدید انتگرال‌گیری زمانی برای حل معادله حرکت پیشنهاد کردند. آن‌ها بیان داشتند با افزایش مرتبه تغییرات شتاب به صورت سهموی، دقت انتگرال‌گیری افزایش می‌یابد و روش جدید به صورت غیر مشروط پایدار است. آن‌ها همچنین اذعان داشتند در سازه‌های چند درجه آزادی برای میرا شدن اثر مدهای مصنوعی از پاسخ سازه بایستی از یک الگوریتم انتگرال‌گیری با میرایی عددی استفاده شود.

غلامپور و قاسمیه [3]، یک روش جدید انتگرال‌گیری مستقیم زمانی برای حل مسائل دینامیکی غیر خطی سازه‌ای ارائه کردند. در روش پیشنهادی آن‌ها مرتبه انتگرال‌گیری زمانی آن‌ها بالاتر از مرتبه انتگرال‌گیری خانواده روش‌های مرسوم نیومارک بود. آن‌ها تغییرات شتاب را در هر گام زمانی به صورت درجه ۲ در نظر گرفتند. آن‌ها از دو پارامتر متغیر برای افزایش پایداری و دقت روش خود استفاده کردند. آن‌ها نتایج به دست آمده از این روش جدید مرتبه بالاتر را با روش ضمنی ویلسون - تتا و نیز روش شتاب متوسط نیومارک مقایسه کردند.

غلامپور و قاسمیه [4]، یک روش جدیدی برای حل مسائل دینامیکی غیر خطی با استفاده از انتگرال‌گیری مستقیم زمانی پیشنهاد دادند. در روش پیشنهادی آن‌ها که شامل مجموعه‌ای از روش‌های مستقیم انتگرال‌گیری زمانی بود، مرتبه انتگرال‌گیری بالاتر از روش‌های کلاسیک و متعارف بود. در روش پیشنهاد شده توسط آن‌ها، تغییرات درجه دوم برای شتاب در هر گام زمانی فرض می‌گردید. آن‌ها نتایج به دست آمده از این روش جدید مرتبه بالاتر را با روش تفاضل مرکزی و نیز روش شتاب خطی نیومارک مقایسه کردند. آن‌ها اذعان داشتند با توجه به مرتبه

که در نتیجه، معادله تغییر مکان آن که با دو بار انتگرالگیری از معادله شتاب به دست می‌آید یک منحنی درجه پنج است که دارای شش ضریب مجهول می‌باشد. برای مقایسه کمی میزان خطای این روش با دیگر روش‌های مطرح عددی، یک سیستم یک درجه آزاد خطی با فرکانس یک هرتز و میرایی‌های مشخص ۱، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد در نظر گرفته شد. سپس، به این سیستم، بارگذاری هارمونیک سینوسی با فرکانس مشخص اعمال گردید. پاسخ دقیق این سیستم در کتب دینامیک سازه‌ها موجود است. نسبت فرکانس بارگذاری به فرکانس ارتعاش طبیعی سیستم از ۰/۱ تا ۳ با افزایش ۰/۱ تغییر می‌کرد. مقایسه برای ده Δt که کوچک‌ترین آن‌ها برابر با ۰/۲ ثانیه و بزرگ‌ترین آن‌ها برابر با ۰/۲۰ ثانیه بود انجام گردید. میزان کاهش خطا برای روش شتاب مرتبه سه نسبت به روش شتاب مرتبه دوم ناچیز بود. کمترین خطا مربوط به روش جنینگز ارتقا یافته و بیشترین خطا نیز در بعضی Δt ها مربوط به روش ویلسون و در سایر Δt ها مربوط به روش تفاضل مرکزی است.

محمودآبادی و همکاران [9]، به بررسی پاسخ جابه‌جایی یک سیستم یک درجه آزاد سخت‌شونده غیر خطی تحت بارگذاری‌های سینوسی با فرکانس‌ها و دامنه‌های مختلف پرداختند. در این مطالعه، با استفاده از ۹ روش عددی، پاسخ جابه‌جایی سیستم در شرایط مختلف محاسبه گردید. با استفاده از روش ابداعی و استفاده از Δt برابر با ۰/۰۱ ثانیه، پاسخ جابه‌جایی سیستم به عنوان پاسخ دقیق سیستم قلمداد گردید. نتایج بررسی‌ها نشان داد که خطای روش شتاب مرتبه ۳ نسبت به خطای روش شتاب مرتبه ۲ به ازای Δt ها و دامنه نیروهای مختلف، تفاوت چندانی با یکدیگر نداشتند. همچنین، کمترین میزان خطا، عموماً مربوط به روش جنینگز ارتقا یافته و بیشترین آن اغلب مربوط به روش ویلسون و روش تفاضل مرکزی می‌شد.

چانگ (Chang) [10] به بررسی روش ساده نیومارک پرداخت که بر اساس نتایج ارزیابی تحلیلی انجام شده بود. او اذعان داشت در حل گام به گام یک سیستم الاستیک خطی، یک گام زمانی مناسب می‌تواند بر پایه نتایج ارزیابی تحلیلی انتخاب شود؛ اگر چه هیچ راهی برای انتخاب یک گام زمانی مناسب برای انتگرال‌گیری دقیق یک سیستم غیر خطی وجود ندارد. او در این مطالعه بعد از معرفی درجه غیر خطی لحظه‌ای، ویژگی‌های عددی روش صریح نیومارک را به صورت تحلیلی مورد ارزیابی قرار

بالاتر تغییرات شتاب در هر گام زمانی نسبت به روش‌های کلاسیک، دقت این روش نسبت به روش‌های کلاسیک بالاتر است.

محمودآبادی و همکاران [5]، روش جنینگز را با استفاده از تابع درونیابی اسپلاین درجه سه ارتقا دادند. آن‌ها به صورت مقایسه‌ای مزیت‌ها و معایب روش جنینگز را که مبتنی بر روابط دقیق و فرض تغییرات خطی تحریک بود نسبت به روش درونیابی اسپلاین ارزیابی کردند.

محمودآبادی و همکاران [6]، طیف‌های شبه‌شتاب سه شتاب‌نگاشت السترو، ناغان و طبس را که با روش درونیابی خطی تحریک (روش جنینگز) و نیز با استفاده از تابع اسپلاین مکعبی به دست آمده بودند، با یکدیگر مقایسه کردند. آن‌ها سه شتاب‌نگاشت السترو، ناغان و طبس را در نظر گرفتند و طیف پاسخ شبه‌شتاب همپایه شده (ضریب برش پایه) آن‌ها را برای مقادیر میرایی مختلف با استفاده از روش درونیابی خطی و نیز درونیابی با تابع اسپلاین محاسبه کردند. آن‌ها اذعان داشتند که مقادیر طیف شبه‌شتاب محاسبه شده با روش درونیابی اسپلاین در دوره تناوب‌های خیلی کوچک و میرایی‌های کم، اختلاف قابل ملاحظه‌ای با مقادیر متناظر طیف شبه‌شتاب محاسبه شده با روش درونیابی خطی دارد.

محمودآبادی و حسینی [7]، طیف‌های پاسخ غیر خطی شبه‌شتاب سیستم‌های الاستوپلاستیک با شکل‌پذیری ثابت را برای سه شتاب‌نگاشت که با روش درونیابی خطی تحریک شده بودند و نیز با استفاده از تابع اسپلاین مکعبی به دست آمده بودند، با یکدیگر مقایسه کردند. طیف‌های پاسخ غیر خطی برای شکل‌پذیری‌های ۱، ۱/۵، ۲، ۴ و ۸ محاسبه شدند. برای بررسی جزئی‌تر، فاصله زمانی بین نقاط شتاب‌نگاشت‌ها به ترتیب به ۲، ۵، ۱۰، ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم گردیدند و شتاب‌نگاشت‌های جدیدی یک‌بار با استفاده از درونیابی خطی و یک‌بار با استفاده از درونیابی اسپلاین تولید گردید و طیف‌های پاسخ غیر خطی این دو نوع شتاب‌نگاشت با یکدیگر مقایسه شدند. نتایج کار حاکی از این موضوع بود که مقادیر بیشینه و کمینه اختلاف مقادیر قابل ملاحظه‌ای داشتند.

محمودآبادی و همکاران [8]، روش عددی شتاب مرتبه ۳ را ارائه کردند. فرض اساسی این روش این بود که تغییرات شتاب در بازه زمانی Δt به صورت یک چندجمله‌ای درجه سوم باشد

داد.

در این مقاله از قابلیت‌های نرم‌افزارهای محاسباتی مانند متلب (Matlab) استفاده شده است و به صورت کمی به مقایسه میزان دقت روش شتاب عددی درجه ۳ با روش‌های کلاسیک دیگر مانند روش شتاب متوسط نیومارک، روش شتاب خطی نیومارک، روش ویلسون-تتا و روش شتاب سهموی که در مرجع [1] ارائه گردیده، پرداخته شده است.

در مرجع [1] ساختارسازی روش شتاب سهموی ارائه گردیده است. در این روش، تغییرات شتاب در هر گام زمانی به صورت درجه ۲ در نظر گرفته شده است. در این مقاله، تغییرات شتاب در هر گام زمانی به صورت درجه ۳ در نظر گرفته شده است که این موضوع نوآوری این مقاله است. نویسندگان این مقاله بر این باورند که بسط روش شتاب مرتبه ۳ برای اولین بار است که لااقل در ایران انجام می‌شود. لازم به ذکر است در این مرجع پاسخ دقیق یک ساختمان برشی با رفتار غیر خطی تحت بارگذاری سینوسی محاسبه گردیده است و سپس پاسخ تقریبی آن با روش نیومارک و روش شتاب سهموی محاسبه گردیده است و به صورت نمودارهای تاریخچه زمانی، پاسخ طبقات اول و دوم با پاسخ دقیق آن‌ها مقایسه شده است. نقصی که به نظر می‌رسد در این مرجع وجود دارد، این است که پاسخ‌های تقریبی با پاسخ‌های دقیق متناظرشان به صورت کیفی و نموداری مقایسه شده‌اند. در این مقاله، خطاهای ۸ روش مختلف عددی، به صورت کمی (عددی) محاسبه شده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در این مقاله، پاسخ جابه‌جایی یک سیستم دو درجه آزاد نرم شونده غیر خطی، تحت طیفی از بارگذاری‌های سینوسی با فرکانس‌های مختلف و دامنه نیروهای متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است. فرکانس زاویه‌ای بارگذاری سینوسی از ۱ تا ۳۰ رادیان بر ثانیه با افزایش ۰/۱ رادیان بر ثانیه تغییر داده شد و بدین ترتیب پاسخ این سیستم تحت این ۳۰۰ بارگذاری سینوسی با ۸ روش عددی مطرح گردیده در این مقاله، محاسبه شده است. با استفاده از روش پاسخ تحلیلی و با استفاده از Δt برابر با ۰/۰۰۱ تا ۰/۰۰۳، پاسخ جابه‌جایی سیستم محاسبه و به عنوان پاسخ دقیق سیستم قلمداد گردیده است. سپس برای Δt های ۰/۰۰۱، ۰/۰۰۲، ۰/۰۰۳، ۰/۰۰۴، ۰/۰۰۵، ۰/۰۰۶ و ۰/۰۰۷ ثانیه و با استفاده از ۸ روش عددی نام برده شده در بخش چکیده، پاسخ جابه‌جایی این سیستم به ازای PGAهای ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ متر بر مجذور ثانیه

محاسبه گردید و مقادیر جذر میانگین مربعات خطا برای Δt های تعریف شده در بالا محاسبه گردید. برای مقایسه روش‌های مختلف با یکدیگر، میانگین خطاهای فرکانس‌های مختلف و نیز ضریب تغییرات آن‌ها با یکدیگر مقایسه شده و نتیجه‌گیری‌های لازم انجام شده است. علاوه بر این، روش شتاب سهموی، به روش شتاب مرتبه سوم بسط داده شده و میزان خطای این روش و نیز ضریب تغییرات آن، با روش شتاب مرتبه دوم (سهموی)، مقایسه و نتیجه‌گیری‌های لازم انجام شده است.

در ادامه در بخش ۲، روش شتاب مرتبه ۳ به تفصیل شرح داده شده است. همچنین در بخش‌های ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ مقاله، به ترتیب روش‌های شتاب مرتبه ۲، روش نیومارک (روش شتاب متوسط و شتاب خطی)، روش ویلسون، روش تفاضل مرکزی و روش جینگز و در بخش ۸، روش پاسخ تحلیلی شرح داده شده است. در بخش ۹ و ۱۰، یک سیستم دو درجه آزاد نرم شونده غیر خطی، تحت طیف وسیعی از بارگذاری‌های هارمونیک سینوسی قرار گرفته و خطاهای روش‌های مختلف با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در بخش ۱۱ نتیجه‌گیری و در پایان در بخش ۱۲، پیشنهادات برای کارهای بعدی آمده است.

روش شتاب مرتبه ۳

معادله دیفرانسیل حرکت برای یک سازه یک درجه آزاد با رفتار خطی به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + K_1y = P(t) \quad (1)$$

که در این رابطه M ، C و K_1 به ترتیب جرم، میرایی و سختی سازه است. $P(t)$ نیروی وارده به سازه و y ، $\dot{y}$ و $\ddot{y}$ به ترتیب جابه‌جایی، سرعت و شتاب خواهند بود. در روش پیشنهادی، تغییرات شتاب در هر گام زمانی به صورت یک چندجمله‌ای مرتبه سوم در نظر گرفته می‌شود که در نتیجه تغییرات تغییر مکان در هر گام زمانی به صورت یک تابع چندجمله‌ای کامل مرتبه پنج خواهد بود که این تابع به صورت رابطه زیر نوشته می‌شود:

$$y(t) = at^5 + bt^4 + ct^3 + dt^2 + et + f \quad (2)$$

که در این رابطه a تا f شش ضریب ثابت مجهول است که باید در هر گام زمانی محاسبه شوند.

با مشتق‌گیری از رابطه (۲) نسبت به زمان، توابع سرعت و شتاب به صورت روابط زیر به دست می‌آیند:

$$y(t) = a\Delta t^5 + b\Delta t^4 + c\Delta t^3 + d\Delta t^2 + e\Delta t + f \quad (12)$$

$$\dot{y}(t) = 5a\Delta t^4 + 4b\Delta t^3 + 3c\Delta t^2 + 2d\Delta t + e \quad (13)$$

$$\ddot{y}(t) = 20a\Delta t^3 + 12b\Delta t^2 + 6c\Delta t + 2d \quad (14)$$

این پاسخ به عنوان شرایط اولیه برای گام زمانی بعدی در نظر گرفته می‌شود و روابط فوق مجدداً برای گام بعدی استفاده می‌شود به طوری که در انتها پاسخ در لحظه مورد نظر به دست آید. حال این توابع وزنی واحد بسط داده شده، پتروگالرکین بسط داده شده و حداقل مربعات، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

تابع وزنی واحد بسط داده شده

در این حالت با استفاده از توابع وزنی $W_1 = 1$ و $W_2 = t$ رابطه (۱۱) به صورت رابطه زیر تبدیل می‌شود:

$$\int_0^{\Delta t} (\text{residual}) dt = 0 \quad (15)$$

$$\int_0^{\Delta t} t(\text{residual}) dt = 0 \quad (16)$$

با در نظر گرفتن همزمان معادلات (۱۲) و (۱۳) و (۱۴)، مجهولات a و b و c محاسبه می‌شوند.

تابع وزنی پترو گالرکین بسط داده شده

در این روش، سه تابع وزنی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$W_1 = t, W_2 = t^2, W_3 = t^3 \quad (17)$$

بنابراین با توجه به این سه تابع وزنی، رابطه (۱۱) به روابط زیر تبدیل می‌شود:

$$\int_0^{\Delta t} t(\text{residual}) dt = 0 \quad (18)$$

$$\int_0^{\Delta t} t^2(\text{residual}) dt = 0 \quad (19)$$

$$\int_0^{\Delta t} t^3(\text{residual}) dt = 0 \quad (20)$$

در نتیجه مجهولات a و b و c با حل همزمان معادلات (۱۸) و (۱۹) و (۲۰) به دست می‌آیند.

تابع وزنی حداقل مربعات بسط داده شده

مربع تابع باقی‌مانده به صورت رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\text{residual}^2 = \int_0^{\Delta t} [m\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + ky(t) - p(t)]^2 \quad (21)$$

$$\dot{y}(t) = 5at^4 + 4bt^3 + 3ct^2 + 2dt + e \quad (3)$$

$$\ddot{y}(t) = 20at^3 + 12bt^2 + 6ct + 2d \quad (4)$$

برای محاسبه این شش ضریب ثابت مجهول در هر گام زمانی، به شش معادله نیاز داریم. سه معادله از ارضای روابط جابه‌جایی و سرعت و شتاب در ابتدای هرگام زمانی به دست می‌آید که به صورت رابطه زیر می‌باشد:

$$y(t=0) = f = y_0, \dot{y}(t=0) = e = \dot{y}_0, \ddot{y}(t=0) = 2d = \ddot{y}_0 \quad (5)$$

از طرفی با ارضای معادله حرکت در ابتدای گام زمانی داریم:

$$M\ddot{y}_0 + C\dot{y}_0 + Ky_0 = p_0 \quad (6)$$

بنابراین با جای‌گذاری روابط (۵) در رابطه (۶) داریم:

$$M(2d) + C(e) + K(f) = p_0 \rightarrow d = \frac{p_0 - C.e - K.f}{2M} \quad (7)$$

معادله چهارم، طبق معادله (۸) از ارضای معادله حرکت در انتهای گام زمانی به دست می‌آید.

$$M.\ddot{y}_{\Delta t} + C.\dot{y}_{\Delta t} + K.y_{\Delta t} = p_{\Delta t} \quad (8)$$

$$M.(20a\Delta t^3 + 12b\Delta t^2 + 6c\Delta t + 2d) + C.(5a\Delta t^4 + 4b\Delta t^3 + 3c\Delta t^2 + 2d\Delta t + e) + K_0(a\Delta t^5 + b\Delta t^4 + c\Delta t^3 + d\Delta t^2 + e\Delta t + f) = p_{\Delta t} \quad (9)$$

همان طور که می‌دانیم در این روش عددی مانند روش‌های کلاسیک دیگر، به دلیل تقریبی بودن معادله تعادل حرکت در بازه $[0, t]$ به طور کامل ارضا نمی‌شود. در نتیجه یک تابع باقی‌مانده می‌توان تعریف کرد، به طوری که:

$$\text{residual} = P - M\ddot{y} - C\dot{y} - Ky \quad (10)$$

که برای حداقل سازی این تابع باقی‌مانده از انتگرال باقی‌مانده وزنی استفاده می‌کنیم که:

$$\int_0^{\Delta t} W_i \times (\text{residual}) dt = 0 \quad (11)$$

که در معادله (۱۱) W_i تابع وزنی است. برای یافتن ضرایب مجهول a ، b و c توابع وزنی را در ادامه به صورت زیر در نظر می‌گیریم. حال با محاسبه این شش ثابت مجهول در هر گام زمانی، پاسخ در انتهای هر گام زمانی با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌شود:

می‌شود، اما در روش شتاب خطی، تغییرات شتاب در هر گام زمانی خطی فرض می‌شود. روش شتاب متوسط، برای هر مقدار Δt ، هر چقدر بزرگ باشد، از نظر عددی پایدار است، اما روش شتاب خطی برای $\Delta t \leq 0.551 T_n$ پایدار است. روابط و ساختارسازی این روش در مرجع [11] آمده است.

روش ویلسون

ویلسون روش شتاب خطی را که به صورت مشروط پایدار بود، اصلاح کرد و آن را با اضافه کردن پارامتری به نام θ به صورت پایدار غیر مشروط درآورد. اگر $\theta = 1$ باشد، روش ویلسون به روش شتاب خطی تبدیل می‌گردد. اگر $\theta \geq 1/37$ باشد، روش ویلسون پایدار غیر مشروط است. به استناد مرجع [11]، مقدار $\theta = 1/42$ دقت بهینه دارد. در این مقاله از مقدار بهینه θ استفاده شده است.

روش تفاضل مرکزی

این روش مبتنی بر تقریب تفاضل محدود از مشتقات زمانی جابه-جایی (یعنی سرعت و شتاب) است. این روش از روش‌های صریح و پایدار مشروط است؛ یعنی اگر $\Delta t < \frac{T_n}{\pi}$ باشد، از نظر عددی روش پایدار است. جزئیات این روش در مرجع [10] آمده است.

روش جنینگز

روش مبتنی بر روابط دقیق و فرض تغییرات خطی تحریک، روش متعارف و معمولی است که برای محاسبه پاسخ سازه‌ها در برابر زلزله در محدوده رفتار خطی از آن استفاده می‌شود. علت اصلی نام‌گذاری این روش به نام جنینگز، به مراجع [11,12] برمی‌گردد. در روش درون‌یابی خطی تحریک، نقاط شتاب‌نگاشت با پاره‌خط‌هایی به یکدیگر متصل می‌شوند. در نتیجه در محل اتصال پاره‌خط‌ها، شیب آن‌ها لزوماً با یکدیگر برابر نمی‌باشد و فقط مقادیر تابع در محل اتصال آن‌ها با یکدیگر برابر است. لازم به ذکر است روش جنینگز مبتنی بر روابط دقیق و فرض تغییرات خطی تحریک است و برای سیستم‌های یک و چند درجه آزاد دینامیکی خطی قابل استفاده است. در این مقاله که یک سیستم دو درجه آزاد نرم شونده غیر خطی مورد بررسی قرار گرفته است، فرض شده است که در هر گام زمانی، سختی سیستم ثابت است

برای حداقل‌سازی این تابع باقی‌مانده، سه معادله زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\frac{\partial(\text{residual})^2}{\partial a} = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial(\text{residual})^2}{\partial b} = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial(\text{residual})^2}{\partial c} = 0 \quad (24)$$

بنابراین با به‌کارگیری معادلات (۱۸) و (۱۹) و (۲۰)، در معادلات (۲۲) و (۲۳) و (۲۴)، به دست می‌آید:

$$\int_0^{\Delta t} [m\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + Ky(t) - p(t)] \left(m \frac{\partial \ddot{y}(t)}{\partial a} + C \frac{\partial \dot{y}(t)}{\partial a} + K \frac{\partial y(t)}{\partial a} \right) dt = 0 \quad (25)$$

$$\int_0^{\Delta t} [m\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + Ky(t) - p(t)] \left(m \frac{\partial \ddot{y}(t)}{\partial b} + C \frac{\partial \dot{y}(t)}{\partial b} + K \frac{\partial y(t)}{\partial b} \right) dt = 0 \quad (26)$$

$$\int_0^{\Delta t} [m\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + Ky(t) - p(t)] \left(m \frac{\partial \ddot{y}(t)}{\partial c} + C \frac{\partial \dot{y}(t)}{\partial c} + K \frac{\partial y(t)}{\partial c} \right) dt = 0 \quad (27)$$

حال با حل همزمان معادلات (۲۵) و (۲۶) و (۲۷)، مجهولات a و b و c یافت می‌شوند.

سایر روش‌های عددی

روش شتاب مرتبه ۲

در این روش شتاب در هر گام زمانی به صورت سهموی در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه تابع تغییر مکان یک چند جمله‌ای درجه چهار بر حسب زمان است. ساختارسازی این روش کاملاً شبیه به روش شتاب مرتبه ۳ است که به لحاظ رعایت اختصار از آوردن آن صرف نظر شده است. روش شتاب مرتبه ۲ در مرجع [1] به طور کامل توضیح داده شده است.

روش نیومارک (روش شتاب متوسط و شتاب خطی)

نیومارک در سال ۱۹۵۹ دو روش معروف، موسوم به روش شتاب متوسط و روش شتاب خطی ارائه کرده است [11]. در روش شتاب متوسط، تغییرات شتاب در هر گام زمانی ثابت فرض

روش پاسخ تحلیلی

با توجه به اینکه پاسخ تحلیلی (دقیق) سیستم‌های یک درجه آزاد خطی نسبت به بارگذاری هارمونیک سینوسی در کتب دینامیک سازه‌ها موجود است [10]. لذا می‌توان در هر بازه زمانی Δt فرض کرد که سختی سیستم یک درجه آزاد مقدار ثابتی است و در این بازه زمانی از ساختارسازی موجود، استفاده کرد. در ابتدای هر بازه زمانی، سیستم دارای t_0 ای می‌باشد که مقدار آن از صفر تا $(N-1)\Delta t$ می‌تواند تغییر کند.

$$\begin{aligned} m\ddot{u} + ku &= p_0 \sin \omega(t_0 + t) \\ &= p_0[\sin \omega t_0 \times \cos \omega t + \cos \omega t_0 \times \sin \omega t] \\ &= c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t \end{aligned} \quad (32)$$

که در رابطه (۱۹) مقدار t_0 همان طوری که در بالا ذکر گردید از صفر تا $(N-1)\Delta t$ می‌تواند تغییر کند و $c_1 = p_0 \sin(\omega t_0)$ و $c_2 = p_0 \cos(\omega t_0)$ است. منظور از N ، تعداد نقاط بارگذاری سینوسی است. حل عمومی معادله دیفرانسیل (۳۲) عبارت است از:

$$u_c(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (33)$$

و حل خصوصی آن در حالتی که $\omega \neq \omega_n$ باشد (ω فرکانس بارگذاری سینوسی است) عبارت است از:

$$u_p(t) = c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t \quad (34)$$

و در حالتی که $\omega = \omega_n$ باشد (حالت تشدید) حل خصوصی معادله دیفرانسیل (۱۹) برابر است با:

$$u_p(t) = c_3 t \cos \omega_n t + c_4 t \sin \omega_n t \quad (35)$$

مقادیر ثابت A و B با اعمال شرایط اولیه در ابتدای بازه Δt محاسبه می‌شوند. همچنین، مقادیر ثابت c_1 و c_2 و c_3 و c_4 نیز با روش‌های مرسوم حل معادلات دیفرانسیل به دست می‌آیند.

مشخصات جرم و سختی سیستم دو درجه آزاد نرم شونده

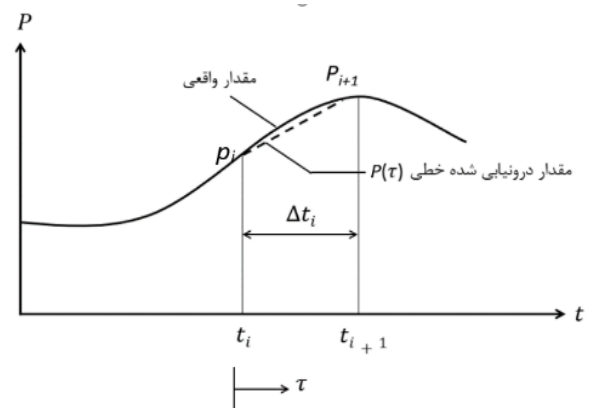
یک سیستم دو درجه آزاد نرم شونده مطابق شکل (۲) بدون میرایی با جرم ۱۰۰۰ کیلوگرم برای هر طبقه و سختی اولیه طبقه اول برابر 10^7 نیوتن بر متر و سختی اولیه طبقه دوم برابر 10^4

و بر مبنای تغییر مکان‌های این سیستم در ابتدای گام، سختی سیستم محاسبه شده است و سپس این سیستم دو درجه آزاد خطی، به دو سیستم یک درجه آزاد خطی تبدیل گردیده است. معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت سیستم یک درجه آزادی خطی جرم - فنر - میراگر عبارت است از:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = P(t) \quad (28)$$

که در این معادله u ، $\dot{u}$ و $\ddot{u}$ به ترتیب مقادیر جابه‌جایی، سرعت و شتاب جرم m می‌باشند.

روش جینگز، روشی عددی برای حل معادله دیفرانسیل (۲۸) می‌باشد. این روش مبتنی بر روابط دقیق و فرض تغییرات خطی تابع تحریک $P(t)$ است که در شکل (۱) مشخص شده است.



شکل ۱ نمادهای مورد استفاده در درون‌یابی خطی تحریک [11]

تابع تحریک $p(\tau)$ در بازه زمانی $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ را می‌توان به صورت یک تابع خطی بر حسب τ به شکل زیر بیان کرد:

$$p(\tau) = P_i + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \tau \quad (29)$$

که در آن $\Delta p_i = P_{i+1} - P_i$ است و متغیر τ از صفر تا Δt_i تغییر می‌کند. جزئیات کار در مرجع [10] توضیح داده شده است و در نهایت در این مرجع، معادلات بازگشتی زیر برای محاسبه u_{i+1} و $\dot{u}_{i+1}$ ارائه شده است:

$$u_{i+1} = Au_i + B\dot{u}_i + Cp_i + Dp_{i+1} \quad (30)$$

$$\dot{u}_{i+1} = A'\dot{u}_i + B'\ddot{u}_i + C'\dot{p}_i + D'p_{i+1} \quad (31)$$

مقادیر هشت ضریب $A, B, C, D, \dots, D'$ که در سمت راست روابط (۳۰) و (۳۱) وجود دارند، در مرجع [10] آورده شده‌اند.

تغییرات سختی طبقات اول و دوم برحسب تغییر مکان نسبی در شکل (۳) و (۴) آورده شده است. این شکل به صورت یک سهمی درجه دو است و حدود تغییرات جابه‌جایی نسبی در طبقه اول از ۰/۰۵- تا ۰/۰۵+ متر و در طبقه دوم از ۲۰- تا ۲۰+ متر در نظر گرفته شده است.

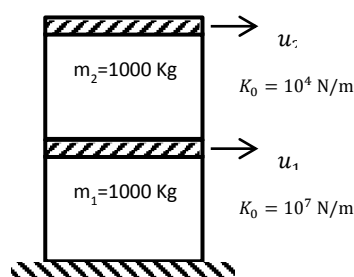
سیستم مورد بحث تحت شتاب‌نگاشت پایه $50 \sin(t)$ قرار داده شد و با دو روش پاسخ تحلیلی و نیومارک شتاب متوسط پاسخ جابه‌جایی طبقات اول و دوم آن به دست آورده شده است. نمودارهای تاریخچه زمانی مربوط در شکل (۶) آورده شده است. در مرجع [9] نمودار تاریخچه زمانی این سیستم تحت این بارگذاری مطابق شکل (۵) داده شده است. این دو نمودار با هم تطابق مناسبی دارند و بدین ترتیب صحت محاسبات اثبات می‌گردد.

نیوتن بر متر مورد بررسی قرار گرفته است. مشخصات جرم و سختی این سیستم از مرجع [10] اخذ گردیده است. همچنین، سختی‌ای که برای طبقه اول و دوم این مدل در نظر گرفته شده است، مطابق رابطه (۲۳) و (۲۴) است:

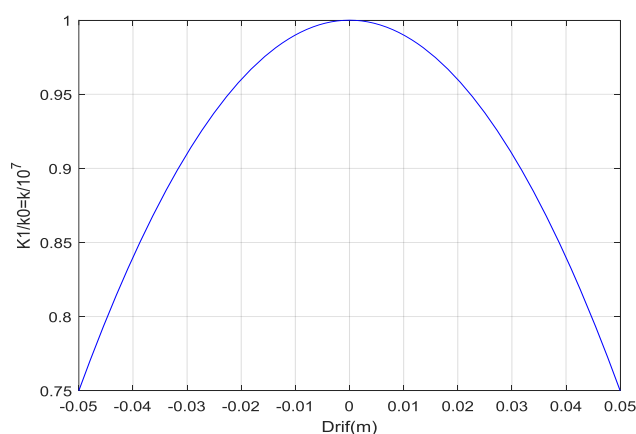
$$K_1 = K_0[1 + \alpha_1 (u)^2] = 10^7[1 - 10^2(\Delta u)^2] \quad (36)$$

$$K_2 = K_0[1 + \alpha_2 (u)^2] = 10^4[1 - 10^{-3}(\Delta u)^2] \quad (37)$$

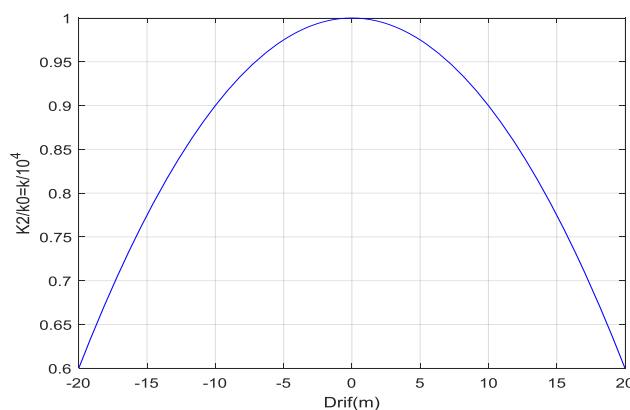
در رابطه (۳۶) و (۳۷)، Δu تغییر مکان نسبی طبقه است.



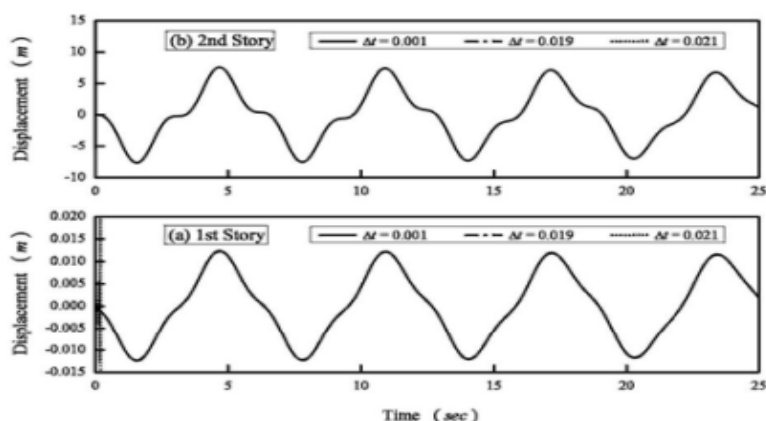
شکل ۲ مشخصات جرم و سختی اولیه سیستم دو درجه آزاد مورد بررسی



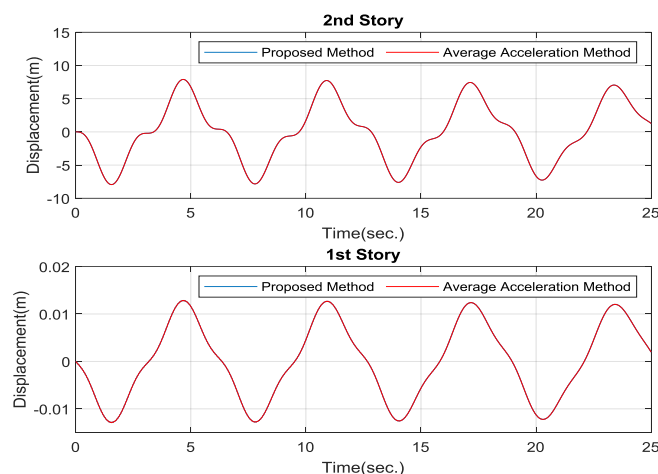
شکل ۳ تغییرات سختی طبقه اول سیستم نرم شونده بر حسب تغییر مکان نسبی آن‌ها



شکل ۴ تغییرات سختی طبقه دوم سیستم نرم شونده بر حسب تغییر مکان نسبی آن‌ها



شکل ۵ نمودار تاریخچه زمانی تغییر مکان طبقات اول و دوم سیستم نرم شونده با $\text{PGA} = 50 \text{ m/s}^2$ و $\Delta t = 0.001 \text{ s}$ با روش نیومارک برای فرکانس 1 rad/s [9]



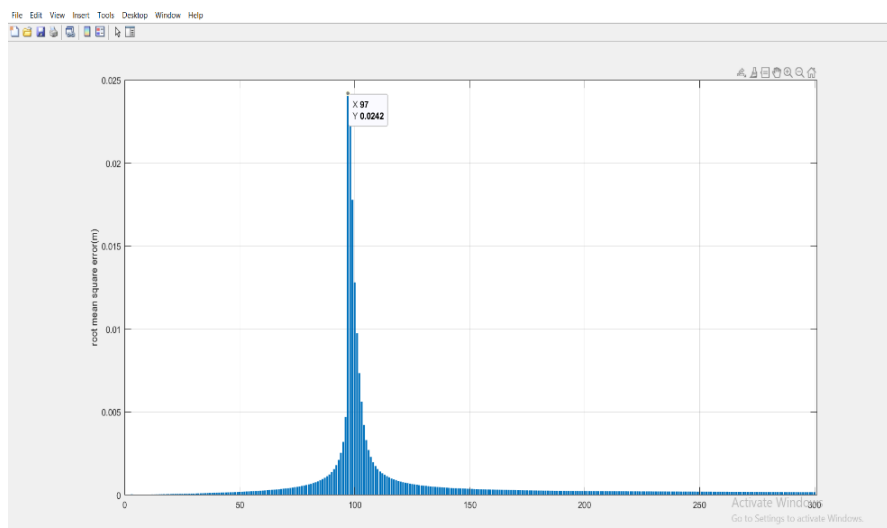
شکل ۶ نمودار تاریخچه زمانی تغییر مکان طبقات اول و دوم سیستم نرم شونده با $\text{PGA} = 50 \text{ m/s}^2$ و $\Delta t = 0.001 \text{ s}$ با دو روش پاسخ تحلیلی و نیومارک (شتاب متوسط) برای فرکانس ۱ رادیان بر ثانیه

معرفی شده در بخش‌های قبلی پاسخ جابه‌جایی این سیستم به ازای PGA های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ متر بر مجذور ثانیه محاسبه گردید.

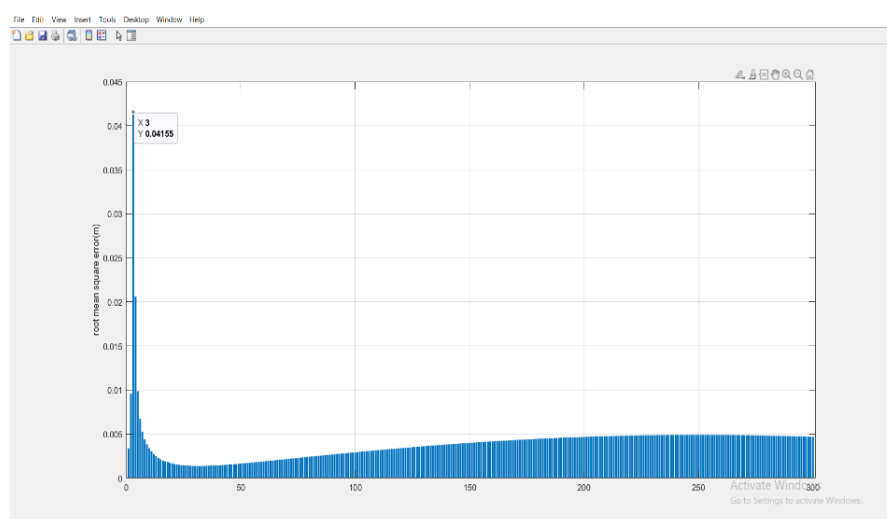
در شکل (۷) و (۸) به عنوان نمونه مقادیر جذر میانگین مربعات خطا برای طبقات اول و دوم به صورت نمودار میله‌ای از نرم‌افزار متلب برای PGA ۵ متر بر مجذور ثانیه و گام زمانی 0.007 ثانیه آورده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود حداکثر خطا در طبقه اول مربوط به فرکانس بارگذاری 97 رادیان بر ثانیه است. مقدار حداکثر خطا برابر $10^{-2} \times 2/42$ متر و مقدار میانگین خطا برابر $10^{-4} \times 7/399$ متر است. در طبقه دوم حداکثر خطا مربوط به فرکانس بارگذاری 3 رادیان بر ثانیه است. مقدار حداکثر خطا برابر $10^{-2} \times 4/155$ متر و مقدار میانگین خطا برابر $10^{-3} \times 3/893$ متر است.

مقایسه کمی میزان دقت روش‌های مختلف عددی با یکدیگر

سیستم دو درجه آزاد نرم شونده غیر خطی معرفی شده در بالا تحت طیف وسیعی از بارگذاری‌های هارمونیک سینوسی قرار گرفت. فرکانس زاویه‌ای بارگذاری سینوسی از 1 تا 300 رادیان بر ثانیه با افزایش 1 رادیان بر ثانیه تغییر داده شد و بدین ترتیب پاسخ این سیستم تحت این 300 بارگذاری سینوسی با 8 روش عددی مطرح شده در بخش‌های قبلی محاسبه گردید. با استفاده از روش پاسخ تحلیلی و با استفاده از Δt برابر با 0.001 ثانیه پاسخ جابه‌جایی سیستم محاسبه گردید و به عنوان پاسخ دقیق سیستم قلمداد گردید. علت این موضوع در مرجع [9] توضیح داده شده است. سپس، برای Δt های 0.001 ، 0.002 ، 0.003 ، 0.004 ، 0.005 ، 0.006 و 0.007 ثانیه و با استفاده از 8 روش عددی



شکل ۷ مقادیر جذر میانگین مربعات خطا برای طبقه اول روش شتاب مرتبه سوم، $\Delta t = 0.007$ ثانیه و $PGA = 5 \text{ m/s}^2$



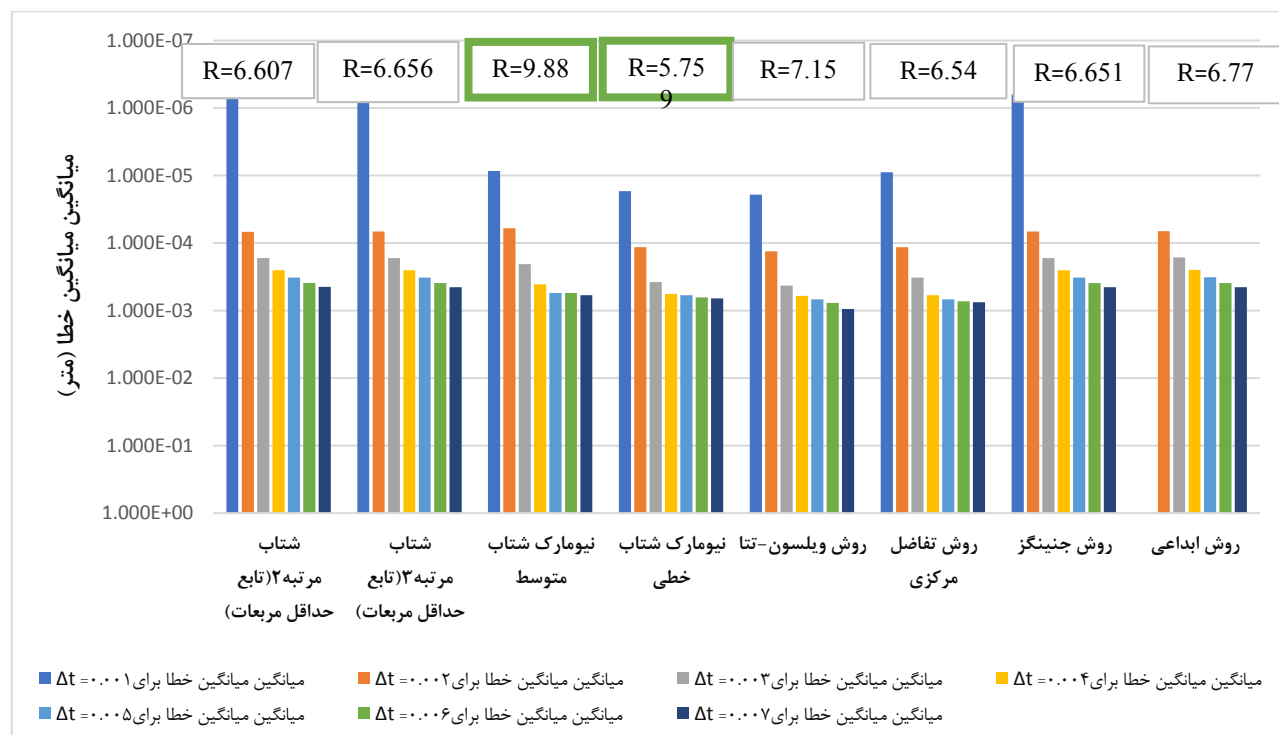
شکل ۸ مقادیر جذر میانگین مربعات خطا برای طبقه دوم روش شتاب مرتبه سوم، $\Delta t = 0.007$ ثانیه و $PGA = 5 \text{ m/s}^2$

بیانگر نسبت خطای گام زمانی 0.007 ثانیه به گام زمانی 0.002 ثانیه است. بزرگ‌ترین این نسبت‌ها برای طبقه اول، مربوط به روش نیومارک شتاب متوسط با نسبت $9/88$ است که حساسیت زیاد این روش را به گام زمانی نشان می‌دهد. کمترین نسبت‌ها مربوط به روش نیومارک شتاب خطی با نسبت $5/759$ است که حساسیت کمتر این روش را به گام زمانی نشان می‌دهد؛ و برای طبقه دوم، مربوط به روش پاسخ تحلیلی با نسبت $12/20$ است که حساسیت نسبتاً زیاد این روش را به گام زمانی نشان می‌دهد. کمترین نسبت‌ها مربوط به روش تفاضل مرکزی با نسبت $10/744$ است که حساسیت کمتر این روش را به گام زمانی نشان می‌دهد. با توجه به اینکه پاسخ جابه‌جایی روش پاسخ تحلیلی برای

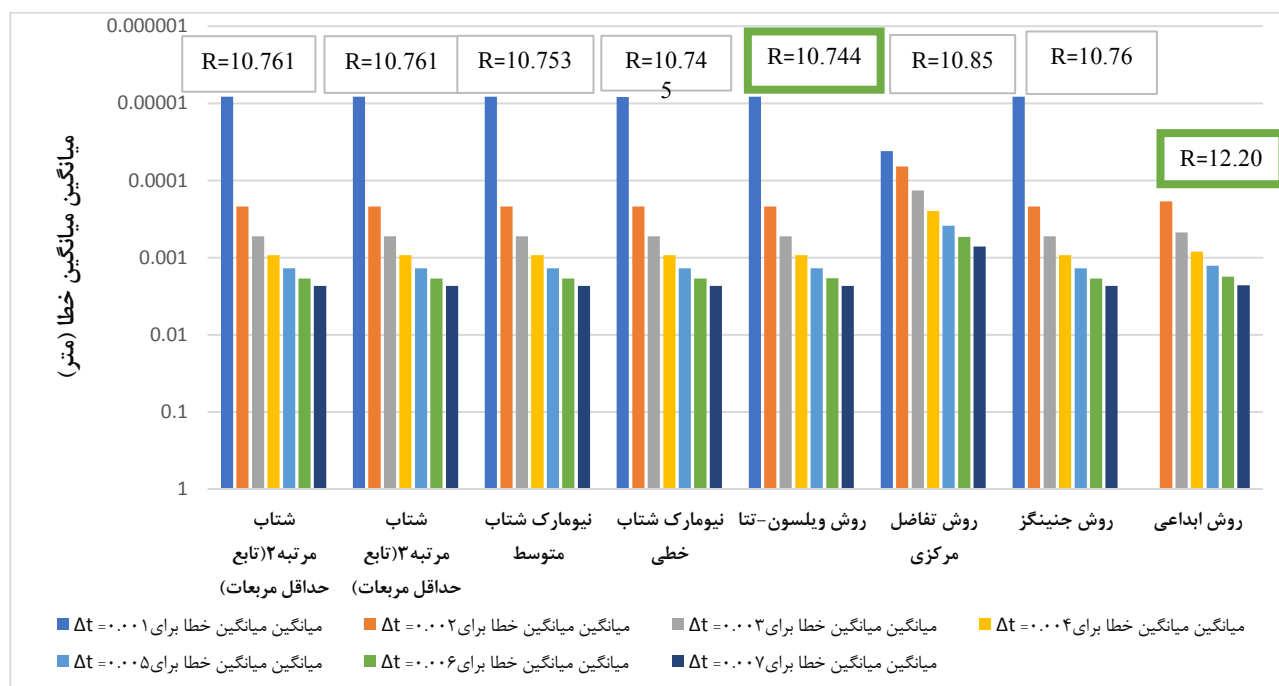
نمودار میانگین کلی سیستم دو درجه آزاد نرم شونده
در نمودارهای میله‌ای نشان داده شده در شکل (۹) و شکل (۱۰)، مقادیر میانگین میانگین خطاها بر حسب گام‌های زمانی مختلف طبقه اول و دوم، برای ۸ روش مذکور در این مقاله، آورده شده است. منظور از میانگین میانگین این است که یک بار با توجه به توضیحات بخش قبل، از مقادیر خطای به دست آمده برای ۳۰۰ فرکانس تحریک، میانگین گرفته شده است و بار دیگر از مقادیر به دست آمده، برای گام‌های زمانی 0.001 تا 0.007 ثانیه به ازای PGAهای ۱ تا ۵ متر بر مجذور ثانیه میانگین می‌گیریم که در نتیجه برای هر گام زمانی، یک میانگین به دست می‌آید. در بالای نمودار میله‌ای هر روش، عددی در کادر درج گردیده است که

روش پاسخ تحلیلی به ازای Δt برابر با $0/001$ ثانیه مقداری قید نگردیده است.

Δt برابر با $0/001$ ثانیه به عنوان پاسخ دقیق قلمداد شده است، در نمودارهای میله‌ای ارائه شده در شکل‌های (۹) و (۱۰)، برای



شکل ۹ میانگین میانگین خطاهای روش‌های مختلف عددی برای Δt برابر با $0/001$ ثانیه تا $0/007$ ثانیه - طبقه اول



شکل ۱۰ میانگین میانگین خطاهای روش‌های مختلف عددی برای Δt برابر با $0/001$ ثانیه تا $0/007$ ثانیه - طبقه دوم

بررسی مقادیر میانگین کلی روش‌های مختلف عددی

از مقادیر میانگین خطای به دست آمده از نرم‌افزار متلب، به ازای Δt های مختلف، میانگین گرفته شده و برای PGA های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ متر بر مجذور ثانیه، نتایج برای طبقات اول و دوم به ترتیب و (۴) قرار داده شده است. در انتها مجدداً از این مقادیر به دست آمده، میانگین گرفته شده و نتایج آن به ترتیب صعودی در جدول‌های رتبه‌بندی (۲) و (۴) قرار داده شده است.

جدول ۱ میانگین خطای طبقه اول به ازای هشت روش مورد بررسی به ترتیب صعودی برای PGA های مختلف

مقادیر میانگین میانگین میانگین خطای طبقه اول								PGA (m/s ²)
روش پاسخ تحلیلی	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش نیومارک شتاب متوسط	روش نیومارک شتاب خطی	روش تفاضل مرکزی	روش ویلسون تنا	۱
$7/329 \times 10^{-5}$	$7/361 \times 10^{-5}$	$7/376 \times 10^{-5}$	$7/379 \times 10^{-5}$	$1/403 \times 10^{-4}$	$1/737 \times 10^{-4}$	$1/804 \times 10^{-4}$	$2/119 \times 10^{-4}$	
روش پاسخ تحلیلی	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش نیومارک شتاب متوسط	روش نیومارک شتاب خطی	روش تفاضل مرکزی	روش ویلسون تنا	۲
$1/544 \times 10^{-4}$	$1/551 \times 10^{-4}$	$1/5589 \times 10^{-4}$	$1/5593 \times 10^{-4}$	$2/438 \times 10^{-4}$	$3/133 \times 10^{-4}$	$3/284 \times 10^{-4}$	$3/752 \times 10^{-4}$	
روش پاسخ تحلیلی	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز	روش نیومارک شتاب متوسط	روش نیومارک شتاب خطی	روش تفاضل مرکزی	روش ویلسون تنا	۳
$2/426 \times 10^{-4}$	$2/427 \times 10^{-4}$	$2/4308 \times 10^{-4}$	$2/435 \times 10^{-4}$	$3/411 \times 10^{-4}$	$4/384 \times 10^{-4}$	$4/678 \times 10^{-4}$	$5/331 \times 10^{-4}$	
روش پاسخ تحلیلی	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز	روش نیومارک شتاب متوسط	روش نیومارک شتاب خطی	روش تفاضل مرکزی	روش ویلسون تنا	۴
$3/055 \times 10^{-4}$	$3/090 \times 10^{-4}$	$3/094 \times 10^{-4}$	$3/093 \times 10^{-4}$	$4/374 \times 10^{-4}$	$5/424 \times 10^{-4}$	$5/862 \times 10^{-4}$	$6/519 \times 10^{-4}$	
روش پاسخ تحلیلی	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز	روش نیومارک شتاب متوسط	روش نیومارک شتاب خطی	روش تفاضل مرکزی	روش ویلسون تنا	۵
$3/947 \times 10^{-4}$	$3/982 \times 10^{-4}$	$3/9872 \times 10^{-4}$	$3/986 \times 10^{-4}$	$5/290 \times 10^{-4}$	$6/549 \times 10^{-4}$	$7/224 \times 10^{-4}$	$7/859 \times 10^{-4}$	

جدول ۲ رتبه‌بندی میانگین میانگین خطای روش‌های مختلف برای طبقه اول به ترتیب صعودی، به ازای PGA های مختلف به ترتیب صعودی

مقادیر میانگین میانگین میانگین میانگین خطای طبقه اول								PGA (m/s ²)
روش پاسخ تحلیلی	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش نیومارک شتاب متوسط	روش نیومارک شتاب خطی	روش تفاضل مرکزی	روش ویلسون تنا	۵-۱
$2/341 \times 10^{-4}$	$2/359 \times 10^{-4}$	$2/361 \times 10^{-4}$	$2/362 \times 10^{-4}$	$2/383 \times 10^{-4}$	$4/245 \times 10^{-4}$	$4/517 \times 10^{-4}$	$5/116 \times 10^{-4}$	
۱	۱/۰۰۸	۱/۰۰۹	۱/۰۰۹	۱/۴۴۵	۱/۸۱۴	۱/۹۵۲	۲/۱۸۶	

جدول ۳ میانگین خطای طبقه دوم به ازای هشت روش مورد بررسی به ترتیب صعودی برای PGAهای مختلف

مقادیر میانگین میانگین خطای طبقه دوم								PGA (m/s ²)
۱	روش تفاضل مرکزی	روش پاسخ تحلیلی	روش ویلسون	روش نیومارک شتاب خطی	روش نیومارک شتاب متوسط	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز
	$1/0.16 \times 10^{-1}$	$3/252 \times 10^{-1}$	$3/4535 \times 10^{-1}$	$3/454 \times 10^{-1}$	$3/456 \times 10^{-1}$	$3/458 \times 10^{-1}$	$3/458 \times 10^{-1}$	$3/459 \times 10^{-1}$
۲	روش تفاضل مرکزی	روش پاسخ تحلیلی	روش ویلسون	روش نیومارک شتاب خطی	روش نیومارک شتاب متوسط	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز
	$2/0.32 \times 10^{-1}$	$6/504 \times 10^{-1}$	$6/907 \times 10^{-1}$	$6/908 \times 10^{-1}$	$6/913 \times 10^{-1}$	$6/9168 \times 10^{-1}$	$6/9168 \times 10^{-1}$	$6/917 \times 10^{-1}$
۳	روش تفاضل مرکزی	روش پاسخ تحلیلی	روش ویلسون	روش نیومارک شتاب خطی	روش نیومارک شتاب متوسط	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز
	$3/0.48 \times 10^{-1}$	$9/756 \times 10^{-1}$	$1/0.59 \times 10^{-1}$	$1/0.362 \times 10^{-1}$	$1/0.369 \times 10^{-1}$	$1/0.37 \times 10^{-1}$	$1/0.375 \times 10^{-1}$	$1/0.375 \times 10^{-1}$
۴	روش تفاضل مرکزی	روش پاسخ تحلیلی	روش ویلسون	روش نیومارک شتاب خطی	روش نیومارک شتاب متوسط	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)
	$4/0.63 \times 10^{-1}$	$1/301 \times 10^{-1}$	$1/3811 \times 10^{-1}$	$1/3816 \times 10^{-1}$	$1/3826 \times 10^{-1}$	$1/3832 \times 10^{-1}$	$1/38347 \times 10^{-1}$	$1/38349 \times 10^{-1}$
۵	روش تفاضل مرکزی	روش پاسخ تحلیلی	روش ویلسون	روش نیومارک شتاب خطی	روش نیومارک شتاب متوسط	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز
	$5/0.80 \times 10^{-1}$	$1/626 \times 10^{-1}$	$1/7268 \times 10^{-1}$	$1/7271 \times 10^{-1}$	$1/7282 \times 10^{-1}$	$1/7292 \times 10^{-1}$	$1/7292 \times 10^{-1}$	$1/7293 \times 10^{-1}$

جدول ۴ رتبه‌بندی میانگین خطای روش‌های مختلف برای طبقه دوم به ترتیب صعودی، به ازای PGAهای مختلف

مقادیر میانگین میانگین میانگین خطای طبقه دوم								PGA (m/s ²)
۵-۱	روش تفاضل مرکزی	روش پاسخ تحلیلی	روش ویلسون	روش نیومارک شتاب خطی	روش نیومارک شتاب متوسط	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز
	$3/0.48 \times 10^{-1}$	$9/756 \times 10^{-1}$	$1/0.359 \times 10^{-1}$	$1/0.362 \times 10^{-1}$	$1/0.37 \times 10^{-1}$	$1/0.374 \times 10^{-1}$	$1/0.375 \times 10^{-1}$	$1/0.376 \times 10^{-1}$
	۱	۳/۲۰۱	۳/۳۹۹	۳/۴۰۰	۳/۴۰۲	۳/۴۰۴	۳/۴۰۴	۳/۴۰۵

بررسی مقادیر ضریب تغییرات روش‌های مختلف

عددی

در نظریه آمار و احتمال، ضریب تغییرات (Coefficient of Variation) که مخفف آن (CV) است، یک معیار بدون بعد است که برای اندازه‌گیری توزیع داده‌های آماری به کار می‌رود که از تقسیم انحراف معیار بر میانگین به دست می‌آید. به عبارت دیگر ضریب تغییرات، میزان پراکندگی به ازای یک واحد از

میانگین را بیان می‌کند. معمولاً ضریب تغییرات را در عدد ۱۰۰ ضرب می‌کنند تا عدد نهایی برحسب درصد به دست بیاید. از ضریب تغییرات برای مقایسه پراکندگی دو یا چند صفت (متغیر) استفاده می‌کنند و کاربرد اصلی آن، مقایسه متغیرهایی است که واحدهای سنجش متفاوتی دارند. این شاخص تنها برای سطح سنجش نسبی کاربرد دارد.

از مقادیر ضریب تغییرات خطای به دست آمده از نرم‌افزار

متلب، به ازای Δt های مختلف، میانگین گرفته شد و برای PGA های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ متر بر مجذور ثانیه، نتایج برای طبقات اول و دوم به ترتیب صعودی در جداول (۵) و (۷) آورده شده است.

در انتها مجدداً از این مقادیر به دست آمده، میانگین گرفته شده و نتایج آن به ترتیب صعودی در جدول‌های رتبه‌بندی (۶) و (۸) قرار داده شده است.

جدول ۵ میزان ضریب تغییرات خطا (برحسب درصد) طبقه اول به ازای هشت روش مورد بررسی به ترتیب صعودی، برای PGA های مختلف

مقادیر میانگین ضریب تغییرات خطای طبقه اول								PGA (m/s ²)
۱	روش نیومارک شتاب متوسط	روش ویلسون تتا	روش نیومارک شتاب خطی	روش تفاضل مرکزی	روش جینگز	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	روش پاسخ تحلیلی (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)
	۲۹۷/۳	۲۹۷/۵۴	۳۰۷/۹۷	۳۲۱/۰۲	۳۲۳/۹	۳۲۶/۵	۳۵۰/۶	۳۵۷/۲
۲	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	روش نیومارک شتاب متوسط	روش ویلسون تتا	روش نیومارک شتاب خطی	روش تفاضل مرکزی	روش جینگز	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش پاسخ تحلیلی
	۳۶۸/۶۵	۲۵۳/۲۶	۲۶۵/۴	۲۷۵/۳	۲۹۱/۸	۳۶۶/۱۷	۳۶۶/۵۵	۳۹۹/۴۸
۳	روش نیومارک شتاب متوسط	روش ویلسون تتا	روش نیومارک شتاب خطی	روش تفاضل مرکزی	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	روش پاسخ تحلیلی
	۲۳۸/۷	۲۵۳/۴۸	۲۵۹/۸۶	۲۶۷/۰۴	۳۶۳/۱	۳۶۳/۱۸	۳۶۴/۲۴	۴۰۳/۰۱
۴	روش ویلسون تتا	روش نیومارک شتاب متوسط	روش نیومارک شتاب خطی	روش تفاضل مرکزی	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	روش پاسخ تحلیلی
	۲۲۲/۱۵۷	۲۳۶/۹۳۵	۲۳۷/۵۹۴	۲۴۸/۵۸۶	۳۵۲/۸۵۷	۳۵۲/۹۲۵	۳۵۴/۴۴۳	۳۸۵/۳
۵	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش ویلسون تتا	روش نیومارک شتاب خطی	روش تفاضل مرکزی	روش نیومارک شتاب متوسط	روش جینگز	روش پاسخ تحلیلی
	۳۴۷/۵۱	۳۴۶/۴۲	۲۲۹/۱	۲۳۶/۹	۲۳۷/۹	۲۳۸/۷	۳۴۶/۵	۳۷۹/۲

جدول ۶ رتبه‌بندی ضریب تغییرات خطا روش‌های مختلف برای طبقه اول به ترتیب صعودی، به ازای PGA های مختلف

مقادیر میانگین ضریب تغییرات خطای طبقه اول								PGA (m/s ²)
۵-۱	روش نیومارک شتاب متوسط	روش ویلسون تتا	روش نیومارک شتاب خطی	روش تفاضل مرکزی	روش جینگز	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش پاسخ تحلیلی
	۲۵۲/۹۸	۲۵۴/۹۵	۲۶۳/۵۴	۲۷۳/۲۹	۳۵۰/۵۴	۳۵۲/۲۸	۳۵۷/۲۳	۳۸۳/۵۳
	۱	۱/۰۰۷۷	۱/۰۴۱۷	۱/۰۸۰۲	۱/۳۸۵	۱/۳۹۲	۱/۴۱۲	۱/۵۱۶

جدول ۷ میزان ضریب تغییرات خطا طبقه دوم به ازای هشت روش مورد بررسی برای PGAهای مختلف به ترتیب صعودی

مقادیر میانگین ضریب تغییرات خطا طبقه دوم								PGA (m/s ²)
روش ویلسون تتا	روش نیومارک	روش نیومارک	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز	روش پاسخ تحلیلی	روش تفاضل مرکزی	۱
۶۵/۰۶	۶۵/۰۷	۶۵/۳۱	۶۵/۵۰	۶۵/۵۰۶	۶۵/۵۰	۷۳/۰۷	۲۱۳/۷۳	
روش ویلسون تتا	روش نیومارک	روش نیومارک	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز	روش پاسخ تحلیلی	روش تفاضل مرکزی	۲
۶۵/۰۷	۶۵/۰۷۷	۶۵/۳۱۷	۶۵/۵۱	۶۵/۵۱	۶۵/۵۱۲	۷۲/۹۱	۲۱۳/۷۶	
روش ویلسون تتا	روش نیومارک	روش نیومارک	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز	روش پاسخ تحلیلی	روش تفاضل مرکزی	۳
۶۵/۰۷۸	۶۵/۰۸۴	۶۵/۳۲۴	۶۵/۵۰۴	۶۵/۵۱۸	۶۵/۵۱۸	۷۲/۹۲	۲۱۳/۷۸	
روش ویلسون تتا	روش نیومارک	روش نیومارک	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز	روش پاسخ تحلیلی	روش تفاضل مرکزی	۴
۶۵/۰۸۸	۶۵/۰۹۵	۶۵/۳۲۵	۶۵/۵۲۵۷	۶۵/۵۲۹۱	۶۵/۵۲۹	۷۲/۹۳	۲۱۳/۷۸۱	
روش ویلسون تتا	روش نیومارک	روش نیومارک	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز	روش پاسخ تحلیلی	روش تفاضل مرکزی	۵
۶۵/۱۰۴	۶۵/۱۱۱	۶۵/۳۴۹	۶۵/۵۴	۶۵/۵۴	۶۵/۵۴۳	۷۲/۹۴۶	۲۱۳/۸۱	

جدول ۸ رتبه‌بندی ضریب تغییرات خطا روش‌های مختلف برای طبقه دوم به ترتیب صعودی، به ازای PGAهای مختلف

مقادیر میانگین میانگین ضریب تغییرات خطا طبقه دوم								PGA (m/s)
روش ویلسون تتا	روش نیومارک	روش نیومارک	شتاب مرتبه ۲ (تابع حداقل مربعات)	شتاب مرتبه ۳ (تابع حداقل مربعات)	روش جینگز	روش پاسخ تحلیلی	روش تفاضل مرکزی	۵-۱
۶۵/۰۸۱	۶۵/۰۸۸	۶۵/۳۲۸	۶۵/۵۱۷	۶۵/۵۲۰	۶۵/۵۲۲	۷۲/۹۵۶	۲۱۳/۷۷	
۱	۱/۰۰۱۱	۱/۰۰۳۸	۱/۰۰۶۶	۱/۰۰۶۷	۱/۰۰۶۸	۱/۱۲۱	۳/۲۸۵	

تغییرات مشاهده شده در داده‌ها است. به عبارت دیگر، ضریب تعیین نشان می‌دهد که چه مقدار از واریانس متغیر وابسته توسط متغیرهای مستقل در مدل توضیح داده شده است. مقدار R^2 بین صفر تا ۱ متغیر است. هر چه این مقدار به ۱ نزدیک‌تر باشد، مدل توانایی بهتری در توضیح تغییرات داده‌ها دارد. فرمول این شاخص به صورت زیر است:

$$R^2 = \frac{\sum(Y_t - \bar{Y})^2}{\sum(Y_t - \bar{Y})^2} \quad (24)$$

که در آن $\sum(\hat{Y}_t - \bar{Y})^2$ ، تغییرات توضیح داده شده در Y و $\sum(Y_t - \bar{Y})^2$ برابر با کل تغییرات در Y است.

در جدول (۹) و جدول (۱۰) روابط مربوط به روند افزایش خطای روش‌های مختلف بر حسب گام زمانی برای طبقه اول و دوم آورده شده است. این روابط چندجمله‌ای‌های درجه ۳ و روابط توانی هستند که چندجمله‌ای‌ها، ضریب تعیین (R -squared correlation) (R^2) بزرگ‌تر و روابط توانی، ضریب R^2 کوچک‌تری دارند. این مقادیر، همبستگی بسیار مناسبی با مقادیر واقعی‌شان دارند؛ به طوری که برابر یک یا بسیار نزدیک به عدد یک هستند.

ضریب تعیین یا ضریب تشخیص، یک معیار آماری است که نشان‌دهنده نسبت تغییرات توضیح داده شده توسط مدل به کل

جدول ۹ روابط مربوط به روند افزایش خطای روش‌های مختلف بر حسب گام زمانی برای طبقه اول ($x \equiv \Delta t$)

ردیف	نام روش	فرمول روند افزایش خطا	R^2
۱	روش شتاب مرتبه دوم (تابع وزنی حداقل مربعات)	$y = -7 \times 10^{-7}x^3 + 6 \times 10^{-6}x^2 + 7 \times 10^{-5}x - 8 \times 10^{-5}$	$9/982 \times 10^{-1}$
		$y = 2 \times 10^{-6}x^{3.1208}$	$8/096 \times 10^{-1}$
۲	روش شتاب مرتبه سوم (تابع حداقل مربعات)	$y = -9 \times 10^{-7}x^3 + 8 \times 10^{-6}x^2 + 6 \times 10^{-5}x - 7 \times 10^{-5}$	$9/989 \times 10^{-1}$
		$y = 2 \times 10^{-6}x^{3.1318}$	$8/126 \times 10^{-1}$
۳	روش نیومارک شتاب متوسط	$y = -7 \times 10^{-6}x^3 + 7 \times 10^{-5}x^2 - 8 \times 10^{-5}x + 2 \times 10^{-5}$	$9/852 \times 10^{-1}$
		$y = 1 \times 10^{-5}e^{0.6471x}$	$5/923 \times 10^{-1}$
۴	روش شتاب نیومارک شتاب خطی	$y = -3 \times 10^{-6}x^3 + 1 \times 10^{-5}x^2 + 0.0002x - 0.0002$	$9/747 \times 10^{-1}$
		$y = 3 \times 10^{-5}x^{1.9028}$	$7/431 \times 10^{-1}$
۵	روش ویلسون	$y = 8 \times 10^{-7}x^3 - 2 \times 10^{-5}x^2 + 0.0003x - 0.0003$	$9/823 \times 10^{-1}$
		$y = 3 \times 10^{-5}x^{1.9732}$	$8/794 \times 10^{-1}$
۶	روش تفاضل مرکزی	$y = -6 \times 10^{-6}x^3 + 6 \times 10^{-5}x^2 + 3 \times 10^{-5}x - 9 \times 10^{-5}$	$9/878 \times 10^{-1}$
		$y = 2 \times 10^{-5}x^{2.27}$	$7/544 \times 10^{-1}$
۷	روش جینگز	$y = -9 \times 10^{-7}x^3 + 8 \times 10^{-6}x^2 + 6 \times 10^{-5}x - 7 \times 10^{-5}$	$9/989 \times 10^{-1}$
		$y = 2 \times 10^{-6}x^{3.1315}$	$8/121 \times 10^{-1}$
۸	روش پاسخ تحلیلی	$y = 4 \times 10^{-7}x^3 - 1 \times 10^{-5}x^2 + 0.0001x - 0.0002$	$1/00$
		$y = 3 \times 10^{-5}x^{1.4976}$	$9/712 \times 10^{-1}$

جدول ۱۰ روابط مربوط به روند افزایش خطای روش‌های مختلف بر حسب گام زمانی برای طبقه دوم ($x \equiv \Delta t$)

ردیف	نام روش	فرمول روند افزایش خطا	R^2
۱	روش شتاب مرتبه دوم (تابع وزنی حداقل مربعات)	$y = 3 \times 10^{-5}x^3 - 3 \times 10^{-4}x^2 + 0.0013x - 0.0011$	$7/743 \times 10^{-1}$
		$y = 2 \times 10^{-5}x^{2.5496}$	$7/139 \times 10^{-1}$
۲	روش شتاب مرتبه سوم (تابع حداقل مربعات)	$y = 3 \times 10^{-5}x^3 - 3 \times 10^{-4}x^2 + 0.0013x - 0.0011$	$7/743 \times 10^{-1}$
		$y = 2 \times 10^{-5}x^{2.5496}$	$7/139 \times 10^{-1}$
۳	روش نیومارک شتاب متوسط	$y = 3 \times 10^{-5}x^3 - 3 \times 10^{-4}x^2 + 0.0013x - 0.0011$	$7/743 \times 10^{-1}$
		$y = 2 \times 10^{-5}e^{0.7134x}$	$7/125 \times 10^{-1}$
۴	روش شتاب نیومارک شتاب خطی	$y = 3 \times 10^{-5}x^3 - 3 \times 10^{-4}x^2 + 0.0013x - 0.0011$	$7/742 \times 10^{-1}$
		$y = 2 \times 10^{-5}x^{2.5473}$	$7/138 \times 10^{-1}$
۵	روش ویلسون	$y = 3 \times 10^{-5}x^3 - 3 \times 10^{-4}x^2 + 0.0013x - 0.0011$	$7/743 \times 10^{-1}$
		$y = 2 \times 10^{-5}x^{2.5482}$	$7/138 \times 10^{-1}$
۶	روش تفاضل مرکزی	$y = 9 \times 10^{-6}x^3 - 9 \times 10^{-5}x^2 + 0.0003x - 0.0002$	$7/736 \times 10^{-1}$
		$y = 3 \times 10^{-5}x^{1.3082}$	$6/913 \times 10^{-1}$
۷	روش جینگز	$y = 3 \times 10^{-5}x^3 - 3 \times 10^{-4}x^2 + 0.0013x - 0.0011$	$7/743 \times 10^{-1}$
		$y = 2 \times 10^{-5}x^{2.5496}$	$7/139 \times 10^{-1}$
۸	روش پاسخ تحلیلی	$y = 7 \times 10^{-5}x^3 - 8 \times 10^{-4}x^2 + 0.0036x - 0.0042$	$8/265 \times 10^{-1}$
		$y = 7 \times 10^{-5}x^{1.6724}$	$7/141 \times 10^{-1}$

نتیجه گیری

پاسخ جابه جایی یک سیستم دو درجه آزاد نرم شونده غیر خطی، تحت طیفی از بارگذاری های سینوسی با فرکانس های مختلف و به ازای PGAهای متفاوت مورد بررسی گرفت و مقادیر میانگین خطا و ضریب تغییرات خطا برای طبقه اول و دوم و رتبه بندی آنها در بخش ۱۰ آورده شده است.

نتایج بررسی ها نشان داد که در طبقه اول با تغییرات Δt از ۰/۰۰۱ تا ۰/۰۰۷ ثانیه در اکثر موارد حداقل مقدار میانگین خطا مربوط به روش پاسخ تحلیلی و نیومارک شتاب متوسط و حداکثر مقدار میانگین خطا در اکثر موارد مربوط به روش تفاضل مرکزی و ویلسون می باشد.

در طبقه دوم با تغییرات Δt از ۰/۰۰۱ تا ۰/۰۰۷ ثانیه در اکثر موارد حداقل مقدار میانگین خطا مربوط به روش تفاضل مرکزی و حداکثر مقدار میانگین خطا در اکثر موارد مربوط به روش جینگز می باشد.

در مورد ضریب تغییرات، در طبقه اول با تغییرات Δt از ۰/۰۰۱ تا ۰/۰۰۷ ثانیه در اکثر موارد حداکثر مقدار ضریب تغییرات خطا مربوط به روش های شتاب مرتبه ۲ و ویلسون و حداقل مقدار ضریب تغییرات خطا در اکثر موارد مربوط به روش نیومارک شتاب خطی و روش نیومارک شتاب متوسط است.

در طبقه دوم با تغییرات Δt از ۰/۰۰۱ تا ۰/۰۰۷ ثانیه در اکثر موارد حداکثر مقدار ضریب تغییرات خطا مربوط به روش تفاضل مرکزی و حداقل مقدار ضریب تغییرات خطا در اکثر موارد مربوط به روش ویلسون است. در هر دو طبقه، میانگین و ضریب تغییرات خطا در روش شتاب مرتبه ۲ و روش شتاب مرتبه ۳ عموماً تفاوت جزئی داشتند.

در مجموع در طبقه اول روش پاسخ تحلیلی، کمترین میانگین خطا و روش ویلسون بیشترین میانگین خطا را داشت و روش های شتاب مرتبه ۲ و شتاب مرتبه ۳ در رتبه های دوم و چهارم قرار داشتند.

در طبقه دوم، روش تفاضل مرکزی، کمترین میانگین خطا و روش جینگز بیشترین میانگین خطا را داشت و روش های شتاب مرتبه ۲ و شتاب مرتبه ۳ به ترتیب در رتبه های ششم و هفتم قرار داشتند.

از لحاظ ضریب تغییرات، در طبقه اول بیشترین مقدار ضریب تغییرات مربوط به روش پاسخ تحلیلی و کمترین مقدار آن مربوط به روش نیومارک شتاب متوسط است و روش های شتاب مرتبه ۲ و شتاب مرتبه ۳ به ترتیب در رتبه های ششم و هفتم قرار داشتند.

در طبقه دوم بیشترین مقدار ضریب تغییرات مربوط به روش تفاضل مرکزی و کمترین مقدار آن مربوط به روش ویلسون است و روش های شتاب مرتبه ۲ و شتاب مرتبه ۳ به ترتیب در رتبه های چهارم و پنجم قرار داشتند.

پیشنهادهات

موارد زیر برای ادامه مسیر این تحقیقات، پیشنهاد می شوند:

۱. بررسی اثرات مختلف پارامترها: بررسی اثر تغییر پارامترهایی مانند نوع المان یا ضریب میرایی.
۲. مطالعه درباره شرایطی که روش شتاب مرتبه ۳ در آنها پایدار است یا ممکن است ناپایدار شود.
۳. کاربردهای خاص: می توان روش های مقایسه شده را برای کاربردهای خاصی از سیستم های غیر خطی مورد بررسی قرار داد برای مثال سیستم دینامیکی سازه ای مانند پل ها یا سیستم های مکانیکی مانند ربات ها یا قطعات متحرک پیچیده.
۴. استفاده از سیستم های با اصطکاک و میرایی.
۵. شبیه سازی با استفاده از نرم افزار ABAQUS.

سپاسگزاری

مراجع

- [1] A. A. Gholampour, M. Ghasemiye, and H. Fallahnejad, "Direct time integration method for nonlinear structural problems," in Proceeding 6th National Congress on Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran, 2011.
- [2] M. Ghasemiye and M. Karimirad, "A Parabolic Acceleration Time Integration for Dynamic Problems," *Journal of Civil Engineering and Surveying*, vol. 45, pp. 35-43, 2011.

- [3] A. A. Gholampour and M. Ghassemieh, "New Practical Approach to Nonlinear Dynamic Analysis of Structures: Refinement of Newmark's and Wilson's Classical Methods," *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, vol. 17, pp. 30-34, 2012. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)SC.1943-5576.0000101](https://doi.org/10.1061/(ASCE)SC.1943-5576.0000101)
- [4] A. A. Gholampour and M. Ghassemieh, "A weighted residual quadratic acceleration time integration method in nonlinear structural dynamics," in *Proceeding 2nd International Conference Computer Research and Development (ICAPM)*, Kuala Lumpur, Malaysia, 2010. <https://doi.org/10.1109/ICCRD.2010.123>
- [5] M. Mahmoudabadi, B. Taghavi, S. M. R. Hassani, and S. M. J. Hosseini, "Improvement of the Jennings method using spline interpolation function for numerical calculation of the response coefficient of linear single-degree-of-freedom systems," *Journal of Earthquake Science and Engineering*, vol. 10, no. 4, pp.121-133, 2023. (In Persian) <https://doi.org/10.48303/bese.2023.557640.1087>
- [6] M. Mahmoodabadi, B. Tagvi, S. M. R. Hassani, and S. M. J. Hosseini, "Comparison of pseudo-acceleration spectrum obtained from linear interpolation of excitation with pseudo-acceleration spectrum obtained from interpolation with cubic spline function," *Journal of Structural and Construction Engineering*, vol. 10, no. 12, pp. 189-209, 2023. <https://doi.org/10.22065/jsce.2023.385707.3037>
- [7] M. Mahmoudabadi and M. Hosseini, "Comparing nonlinear response spectra of elastoplastic systems resulting from two excitation interpolation methods," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 36, no. 4, 2023. <https://doi.org/10.22067/jfcei.2023.81150.1216>
- [8] M. Mahmoudabadi, A. F. Hatefi, and F. Ansari, "Quantitative comparison of the accuracy of the 3rd-order numerical acceleration method with other numerical methods," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 37, no. 2, pp. 123-146, 2024. <https://doi.org/10.22067/jfcei.2024.85785.1276>
- [9] M. Mahmoudabadi, F. Ansarii, and F. Hatefi, "A quantitative analysis of the accuracy of the 3rd-order accelerating method compared to other numerical techniques for harmonical loading – a case study of a stiffening one-degree-of-freedom structure," *Journal Earthquake Science and Engineering*, vol. 12, no. 1, pp. 91-108, 2024. (In Persian) <https://doi.org/10.48303/bese.2024.2025162.1154>
- [10] S. Y. Chang, "Accurate integration of nonlinear systems using Newmark explicit method," *Journal Mechanics*, vol. 25, no. 3, pp. 289-297, 2009. <https://doi.org/10.1017/S1727719100002744>
- [11] A. Chopra, *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*, 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2017.
- [12] N. C. Nigam and P. C. Jennings, *Digital Calculation of Response Spectra from Strong-motion Records*. Pasadena, CA: California Institute of Technology, Earthquake Engineering Research Laboratory, 1968.
- [13] N. C. Nigam and P. C. Jennings, "Calculation of Response Spectra from Strong-motion Earthquake Records," *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 59, no. 2, pp. 909-922, 1968. <https://doi.org/10.1785/BSSA0590020909>



Ferdowsi
University of
Mashhad

Ferdowsi Civil Engineering

<https://civil-ferdowsi.um.ac.ir>



Iranian
Concrete
Institute



Pavement
Engineering
Association of
Iran

Numerical Study of the Effect of the Type of Connection between the Pile and the Foundation on the Bearing Capacity and the Settlement Created in the Pile raft Foundations

Research Article

Mahdi Yazdi Nasab¹, Mahmoud Yazdani² 

DOI: [10.22067/jfcej.2025.90657.1328](https://doi.org/10.22067/jfcej.2025.90657.1328)

1- Introduction

Pile Raft Foundations are considered one of the effective systems for transferring the loads of heavy and high-rise structures onto soft and compressible soils. In this system, both the piles and the foundation simultaneously participate in load transfer, which increases load-bearing capacity and controls both Total and differential settlements. Despite extensive research on Pile Raft Foundations, the effect of the type of connection between the foundation and the piles (including fixed, hinged, and non- Connected) has received less attention. In a fixed connection, a complete moment transfer occurs between the pile head and the foundation, while in a hinged connection, the bending moment at the connection between the pile head and the foundation is zero. In the non- connected state, a layer of soil is placed between the foundation and the pile, and load transfer occurs indirectly through the soil.

2- Methodology and Numerical Modeling

In this study, a three-dimensional numerical analysis was conducted using PLAXIS 2020 software to investigate the effect of the type of connection between the piles and the foundation on the mechanical behavior of pile raft foundations under vertical and lateral static loading. To validate the software, the numerical model was compared with experimental and analytical results from the studies of Park and Lee (2015) and Halder (2020). In the validated model, the pile arrangement was 4×4, with a pile diameter $D=0.6$ m and pile length $L=15$ m. A square raft foundation with width $B=9$ m and thickness 1.2 m was considered. The comparison of the load-displacement curves for the two cases, the raft foundation alone and the pile raft foundation, showed a good agreement.

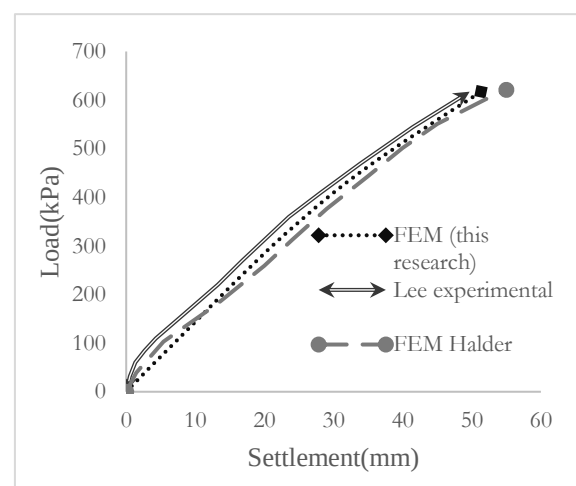


Fig. 1. Software validation diagram in pile raft foundation mode

The numerical model used in this study consists of a square foundation with dimensions 12 m and a thickness of 1.5 meters, supported by 9 piles arranged in a 3×3 pattern. The diameter of each pile is 0.5 meters, and the pile length is 20 m. The underlying soil is modeled as homogeneous sand using the Mohr-Coulomb failure criterion, and the foundation and pile components are modeled elastically. Three different connection types between the foundation and the piles were considered: fixed, hinged, and non-connected state (with a 1-meter thick soil layer between the foundation and pile head).

3- Results and Discussion

The results of the analysis indicated that the type of connection has a significant impact on the Total settlement, axial load distribution, and bending moments in both the foundation and piles.

* Manuscript received June 07, 2024, Revised June 10, 2025, Accepted November 29, 2025 .

¹ Master's Degree, Faculty of Civil Engineering and Environmental Studies, Tarbiat Modares University

² Corresponding Author, Assistant Professor, Faculty of Civil Engineering and Environmental Studies, Tarbiat Modares University.

Email: myazdani@modares.ac.ir

Under vertical static loading, the fixed connection resulted in the least settlement but led to an increase in the bending moments in the piles and foundation. In the hinged connection, a greater settlement occurred in the foundation, but the bending moments were reduced compared to the fixed connection, displaying a more flexible behavior. In the non- connected state, due to the presence of a soil layer between the pile and the foundation, the bending moments were minimized, and the axial load distribution between the piles was more uniform, although the Total settlement slightly increased.

The bending moments along the pile were also examined. At the pile head, which is the connection point between the pile and the raft foundation, only the fixed connection produced a bending moment, whereas the hinged and non- connected state resulted in zero bending moments at this location. Among the three connection types, the bending moments along the pile were the smallest in the non- connected case compared to the other two connection types.

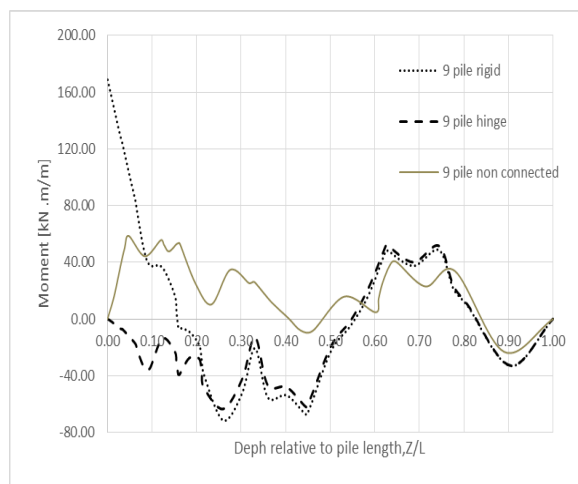


Fig. 2. Comparison of the bending moment created in the pile under the 100 kPa Static Vertical Load at different connection type

The shear force generated in the foundation under vertical static loading in the hinged and fixed connection cases is similar, although the shear force is slightly higher in the hinged connection compared to the fixed connection. The non- connected state exhibits the lowest shear force among the three connection types. Under lateral static loading, the bending moment and shear force developed in both the piles and the foundation are greatest in the fixed connection case and smallest in the non- connected state. The horizontal displacement of the foundation under lateral loading is smallest in the hinged connection case and greatest in the non- connected state.

4- Conclusions

Based on the numerical modeling results, the type of connection between the foundation and the piles plays a crucial role in controlling the deformations and internal forces in pile raft foundations. The fixed connection is the best choice for structures that need to with stand heavy vertical and lateral loads; however, it comes with higher costs and design complexity. The hinged connection is a

balanced system that is suitable for bearing vertical and lateral loads while offering greater flexibility. The non-connected state is a more cost effective option for reducing differential settlements and better controlling stresses in projects that do not require resistance to heavy lateral forces. Overall, the results indicate that the design details of the pile-foundation connection have a significant impact on the system's ultimate performance, and optimizing this aspect can increase efficiency while reducing material usage and costs.



مطالعه عددی تأثیر نوع اتصال بین شمع و پی در ظرفیت باربری و نشست ایجاد شده در پی‌های شناور شمعی*

مقاله پژوهشی



محمود یزدانی^(۲)

مهدی یزدی نسب^(۱)

DOI: 10.22067/jfpei.2025.90657.1328

چکیده مطالعات زیادی بر روی پی‌های شناور شمعی صورت گرفته است. با این حال تأثیر عامل نوع اتصال بین شمع‌ها و پی گسترده، کمتر مورد مطالعه قرار گرفته است. در حالت اتصال گیردار لنگر خمشی در محل اتصال بین شمع و پی وجود دارد اما در حالت اتصال مفصلی بر خلاف حالت اتصال گیردار، لنگر خمشی در محل اتصال بین شمع و پی صفر است. در حالت مفصل هم پی گسترده به صورت مستقیم با شمع اتصال ندارد و یک لایه خاک بین شمع و پی قرار می‌گیرد. در این پژوهش تأثیر نوع اتصال بین شمع و پی در عملکرد کل سیستم به خصوص نشست پی و همچنین توزیع لنگر خمشی در پی و شمع تحت بارگذاری استاتیکی قائم و جانبی مورد مطالعه قرار گرفت. مقدار لنگر خمشی ایجاد شده در شمع و پی تحت بارگذاری استاتیکی قائم و جانبی در حالت مفصل دارای کمترین مقدار و در حالت اتصال گیردار بیشترین مقدار است. دو حالت اتصال گیردار و مفصلی قبل از رسیدن شمع‌ها به حداکثر ظرفیت باربری خود (نقطه تسلیم) رفتار مشابهی دارند. پس از نقطه تسلیم شمع‌ها، در حالت اتصال مفصلی لنگر خمشی کمتری نسبت به حالت اتصال گیردار در پی ایجاد می‌شود، اما نشست ایجاد شده در پی در حالت اتصال مفصلی بیشتر از حالت اتصال گیردار خواهد بود.

واژه‌های کلیدی پی شناور شمعی، ظرفیت باربری، حالت مفصل بین شمع و پی، اتصال گیردار و مفصلی بین شمع و پی، نشست پی گسترده.

Numerical Study of the Effect of the Type of Connection between the Pile and the Foundation on the Bearing Capacity and the Settlement Created in the Pile Raft Foundations

Mahdi Yazdani

Mahmoud Yazdani

Abstract Many studies have been done on the pile raft foundations. However, the effect factor of the type of connection between the piles and the raft foundation has been less studied. The type of rigid connection is a state in there is a bending moment between the pile and the foundation. But in the case of a hinged connection, unlike a rigid connection, the bending moment at the connection between the pile and the foundation is zero. In the non-connected state, the raft foundation is not directly connected to the pile, and a layer of soil is placed between the pile and the foundation. In this research, the effect of the type of connection between the pile and the raft foundation on the performance of the entire system, especially the settlement of the raft foundation, as well as the distribution of the bending moment in the foundation and pile under vertical and lateral static loading was studied. The amount of bending moment created in the pile and foundation under vertical and lateral static loading is the lowest in the detached state and the highest in the rigid connection state. The two states of rigid and hinged connection before the piles reach their maximum bearing capacity (yield point) have a similar behavior. After the yield point of the piles, a lower bending moment is created in the hinged connection state than in the rigid connection state. But the settlement created in the hinged connection mode will be more than the rigid connection.

Key words Piled raft foundation, Bearing capacity, Non-connected between pile and foundation, Rigid and hinged connected between pile and foundation, Settlement of raft foundation.

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۳/۸/۱۶ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۴/۹/۸ می‌باشد.

(۱) کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس.

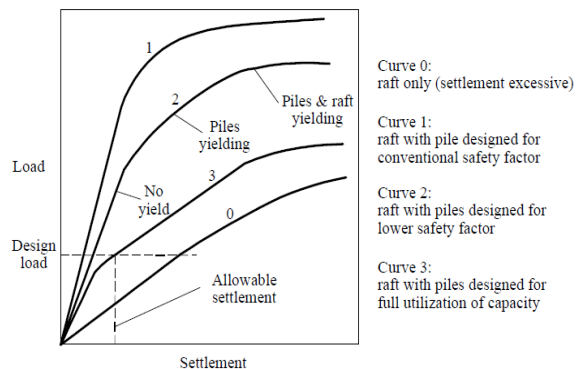
(۲) نویسنده مسئول، استادیار، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس.

مقدمه

پی‌های شناور شمعی که نخستین بار در سال ۱۹۷۲ توسط پولوس و دیویس ارائه شد، یکی از سیستم‌های رایج در طراحی پی برای سازه‌های سنگین است که در آن بار سازه به صورت همزمان توسط پی گسترده و شمع‌ها به زمین منتقل می‌شود. مزیت اصلی این سیستم در مقایسه با پی‌های تنها یا گروه شمع، بهبود عملکرد نشست و افزایش ظرفیت باربری با استفاده بهینه از مصالح است. این روش به ویژه در خاک‌های ضعیف، کاربرد گسترده‌ای دارد.

به طور معمول شمع‌ها برای تحمل تمام بارهای خارجی طراحی می‌شوند. راندولف و کلانسی [1] در نظر گرفته‌اند که برای طراحی پی با شمع‌های کاهنده نشست، فرض بر این است که ۸۰ درصد ظرفیت شمع بسیج می‌شود. در این راستا ضریب اطمینان کمتری می‌تواند برای ظرفیت ژئوتکنیکی شمع‌ها اعمال شود و ظرفیت باربری پی به تنهایی کافی است. در پی گسترده تنها نیز به دلیل سختی پایین خاک، نشست‌های زیادی در سیستم پی ایجاد می‌شود [2-4].

اثرات توأم افزایش ظرفیت باربری و نیز کاهش نشست، توسط پولوس [5] در شکل (۱) نشان داده شده است. با توجه به فلسفه‌های مختلف طراحی، منحنی صفر نشان دهنده طراحی در حالت پی گسترده بدون شمع است. منحنی ۱ نشان دهنده طراحی با ضریب اطمینان بالا است. در منحنی ۲ طراحی با ضریب اطمینان کمتر نسبت به منحنی ۳ انجام شده است و از ظرفیت باربری شمع بیشتر استفاده گردیده و در نهایت، منحنی ۳ از حداکثر ظرفیت باربری شمع استفاده کرده است و کمترین ضریب اطمینان طراحی را دارد.



شکل ۱ منحنی بار - نشست پی‌های شناور شمعی بر اساس فلسفه‌های مختلف طراحی [6,7]

در مطالعه‌ای عددی توسط Singh و همکاران (۲۰۲۴) عملکرد فونداسیون‌های مرکب رادیه - شمع در خاک‌های چسبنده مورد ارزیابی قرار گرفت. با بهره‌گیری از مدل‌سازی اجزای محدود سه‌بعدی، اثر پارامترهایی مانند ضخامت پی، نسبت طول به قطر شمع (L/D)، نسبت فاصله بین شمع‌ها به قطر شمع (S/D) و سختی خاک بر توزیع بار و نشست ایجاد شده بررسی شد.

نتایج این پژوهش نشان داد که با افزایش سختی خاک و پارامترهای هندسی، ظرفیت باربری سیستم افزایش می‌یابد و در این حالت نسبت بار منتقل شده به شمع‌ها بین ۳۸ تا ۶۲ درصد متغیر است. همچنین مشخص شد که زمان فعال شدن اصطکاک جانبی شمع‌ها به شرایط نشست ایجاد شده وابسته است و در خاک‌های سفت، بار شمع‌ها سریع‌تر فعال می‌شود. این یافته‌ها اهمیت تحلیل دقیق اندرکنش بین شمع، پی و خاک را در طراحی فونداسیون‌های مرکب برجسته می‌سازد، به ویژه در شرایط خاک چسبنده که تأخیر در فعال‌سازی اصطکاک جانبی می‌تواند بر نشست نهایی تأثیرگذار باشد [8].

نادیده گرفتن اندرکنش شمع - پی و شمع - خاک منجر به برآورد بیش از حد سختی سیستم و برآورد کمتر نشست نهایی می‌شود. نسبت فاصله شمع‌ها به قطر آن‌ها (s/d) و نسبت سختی پی به شمع (K_r/K_p) نقش کلیدی در توزیع بار و نشست دارد. در مدل‌های واقعی، پی گسترده تا بیش از ۵۰٪ بار قائم را تحمل می‌کند، به شرطی که اندرکنش‌ها به درستی مدل‌سازی شوند [9].

ضریب اندرکنش پی - شمع (α_{cp})

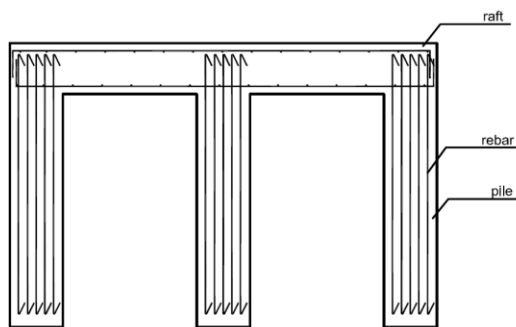
در تحلیل اندرکنش پی و شمع‌ها در فونداسیون مرکب شناور شمع، پولوس نشان داد که سهم باربری پی در پی شناور شمعی وابسته به ضریب اندرکنش پی - شمع و سختی‌های پی و شمع می‌باشد.

$$\alpha_{cp} = 1 - \frac{\ln(r_c/r_o)}{\zeta} \quad (1) \quad (\text{ضریب اندرکنش شمع - پی})$$

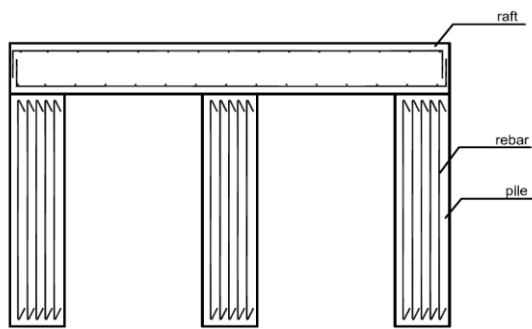
تابع لگاریتمی نسبت شعاع مؤثر به شعاع شمع $\zeta: \ln(r_m/r_o)$
 r_c : شعاع متوسط پی (برابر با مساحت پی تقسیم بر تعداد شمع)

r_o : شعاع شمع

همان طور که تصاویر (۲) و (۳) نشان می‌دهند، در حالت اتصال گیردار شمع‌ها به صورت مستقیم به پی متصل می‌شوند و به عنوان یک سیستم یکپارچه با پی عمل می‌کنند. در این حالت شمع‌ها تمام تنش‌ها (محوری، خمشی، برشی) را مستقیماً به زمین منتقل می‌کنند. همچنین آرماتورهای طولی شمع تا داخل پی ادامه دارند و امکان انتقال لنگر خمشی بین شمع و پی فراهم می‌گردد.



شکل ۲ حالت اتصال صلب



شکل ۳ حالت اتصال مفصلی

در حالت اتصال مفصلی، انتقال لنگرخمشی حذف شده ولی انتقال نیروی محوری و برشی حفظ شده است. شمع‌ها به صورت مفصلی به پی متصل می‌شوند و این اتصال اجازه می‌دهد که شمع‌ها تحت نیروی جانبی و خمشی حرکت کنند و تنش‌های برشی و خمشی را کاهش دهند. این سیستم برای مقاومت در برابر بارهای جانبی مانند زلزله و باد بهینه‌سازی شده است. آرماتورهای شمع فقط تا زیر پی ادامه دارند و سپس قطع می‌شوند، بنابراین هیچ گونه انتقال لنگر خمشی بین شمع و پی وجود ندارد.

گرچه پی شناور شمعی گزینه‌ای بسیار مناسب برای کاهش نشست و افزایش ظرفیت باربری پی است، اما تحت بارهای

$$r_m = \{0.25 + \xi [2.5 \rho (1 - v) - 0.25] \times L\};$$

شمع مؤثر تأثیر شمع در خاک

$$\xi = E_{sl} / E_{sb}$$

نسبت مدول الاستیسیته خاک در نوک شمع به مدول

الاستیسیته لایه باربر زیر آن

$$\rho = E_{sav} / E_{sl}$$

نسبت مدول الاستیسیته متوسط خاک در طول شمع به

مدول الاستیسیته در نوک شمع

v : ضریب پواسون خاک

L : طول شمع

E_{sl} : مدول الاستیسیته خاک در تراز نوک شمع

E_{sb} : مدول الاستیسیته لایه باربر زیر نوک شمع

E_{sav} : مدول الاستیسیته متوسط خاک در امتداد طول شمع

میزان سهم باربری پی گسترده در پی‌های شناور شمعی در

رابطه (۲) ذکر شده است.

$$\frac{P_r}{P_t} = \frac{k_r (1 - \alpha_{cp})}{k_p + k_r (1 - \alpha_{cp})} \quad (2)$$

P_r : سهم باربری پی از کل بار وارد بر پی شناور شمعی

P_t : کل بار وارد بر پی شناور شمعی

k_p و k_r به ترتیب برابر با سختی پی و سختی شمع هستند.

با توجه به رابطه ذکر شده، در حالتی که ضریب اندرکنش بین شمع و پی در کمترین مقدار قرار دارد، سهم باربری پی در پی‌های شناوری شمع بیشترین مقدار است و پی رادیه نسبت به شمع‌ها صلب‌تر است و بار به صورت تقریباً یکنواخت بین شمع‌ها توزیع می‌شود. همچنین مشارکت رادیه در باربری بیشتر خواهد بود (رفتار گسترده‌تر).

در حالت ماکزیم مقدار ضریب اندرکنش بین شمع و پی، شمع‌ها نسبت به پی صلب‌ترند و سیستم شبیه به گروه شمع با کلاهک نازک رفتار می‌کند. بار بیشتر توسط شمع‌ها تحمل می‌شود و نشست موضعی در رادیه رخ می‌دهد. پولوس پیشنهاد می‌کند که برای دستیابی به توزیع مناسب نیرو بین شمع‌ها و پی، باید این نسبت در طراحی بررسی شود.

در مواردی که صلبیت پی زیاد است (به خصوص در سازه‌های سنگین)، نقش انتقال بار توسط پی بسیار پررنگ می‌شود [10].

ایجاد شده در طول شمع در حالت منفصل کمتر از حالت متصل است.

مانا و هالدر (۲۰۲۴) با استفاده از مدل سازی سه بعدی و آزمایش های تجربی نشان دادند که فونداسیون های شناور شمعی در حالت منفصل ۳۰ - ۳۵٪ از بار قائم توسط شمع ها تحمل شده و اصطکاک منفی شدیدتری در طول شمع ها ایجاد می شود. آن ها تأکید دارند که رفتار نشست و توزیع بار در سیستم های متصل و منفصل به طور چشمگیری متفاوت است؛ در حالی که اتصال گیردار، انتقال مستقیم بار و تشکیل لنگر در سرشمع را تقویت می کند و عملکرد پیش بینی شده ای را تضمین می کند [13].

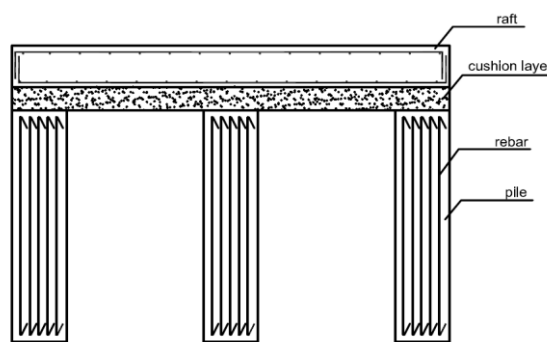
مقادیر نشست ایجاد شده در پی گسترده در حالت منفصل به نوع جنس لایه بین شمع و پی و میزان ضخامت آن بستگی دارد. تحلیل هایی توسط اسلامی و همکاران [14] برای به دست آوردن حالت بهینه چینش و تعداد و نوع شمع در دو حالت اتصال گیردار و منفصل انجام شد و سپس توسط سعیدی عزیز کندی و همکاران [2] موضوع مکانیسم انتقال بار و سهم باربری اعضای سازه ای پی و شمع ها بررسی شده است. مکانیسم انتقال بار در دو حالت اتصال گیردار و منفصل در شکل (۵) نشان می دهد که در حالت متصل، نشست پی گسترده، شمع و خاک اطراف با یکدیگر برابر هستند و به دلیل اتصال بین شمع و پی، عملکرد یکپارچه ای دارند. در پی شناور شمعی منفصل بر خلاف حالت متصل، به دلیل عدم اتصال شمع ها به پی، سختی بیشتر شمع نسبت به خاک بستر و نیز قابلیت فشرده گی لایه میانی، نشست شمع، خاک بستر و پی با یکدیگر برابر نیستند و نشست غیر یکنواخت بین شمع و خاک بستر در تراز نوک شمع به وجود می آید. همچنین به دلیل نشست بیشتر خاک بستر نسبت به شمع، اصطکاک پوسته ای منفی در قسمت بالایی شمع بسیج می گردد [15].

کائو و همکاران با تغییر طول، تعداد و آرایش شمع ها، توزیع لنگر خمشی در پی گسترده و مکانیزم انتقال نیرو در شمع ها را در پی شناور شمعی غیر متصل بررسی کردند. افزایش طول و تعداد شمع ها منجر به کاهش نشست و لنگر خمشی پی می گردد. همچنین به دلیل جدا بودن شمع ها از پی و برخلاف حالت متصل حداکثر تنش محوری در بالای شمع به وجود نمی آید [16].

وارده از سازه به پی، در محل اتصال سازه ای سر شمع و پی تمرکز تنش محوری و لنگر به وجود می آید. در این وضعیت به منظور جلوگیری از وقوع گسیختگی و یا آسیب سازه ای در سر شمع و پی ظرفیت باربری سازه ای شمع ها عامل تعیین کننده در طراحی خواهد بود.

در حالت منفصل پی به صورت مستقیم با شمع اتصال ندارد و یک لایه خاک بین شمع و پی قرار می گیرد (شکل ۴). این شمع ها عمدتاً برای کاهش نشست تفاضلی استفاده می شوند و بار از طریق لایه بالشتکی به طور غیر مستقیم به شمع ها منتقل می شود. در این حالت، تنش ها از طریق تماس جانبی خاک اطراف منتقل می شوند و توزیع یکنواخت فشار روی شمع ها صورت می گیرد.

لایه بالشتکی نقش مهمی در انتقال بار و به طور کلی رفتار بار - نشست در پی شناور شمعی دارد. مصالح مورد استفاده در این لایه می تواند به صورت درشت دانه یا ریزدانه باشد و معمولاً دارای سختی بالاتری نسبت به لایه زیر پی است. سختی بالاتر این لایه نسبت به لایه زیر پی می تواند باعث افزایش سهم باربری پی از کل بار وارده و افزایش کارایی مجموعه شناور شمعی گردد.



شکل ۴. نمایی از مدل سازی پی شناور شمعی در حالت منفصل

این روش در ابتدا توسط وانگ و همکاران (Wong et al) [11] بررسی شده است و نشان می دهد که در حالت منفصل بین شمع و پی، شمع های زیر پی بر خلاف حالت متصل نقش سازه ای ندارند و ضریب اطمینان در نظر گرفته شده برای طراحی شمع در این حالت کمتر از حالت اتصال گیردار است. پس از آن فیورانتیه (Fioravante) [12] تحلیل پی های شناور شمعی در حالت منفصل تحت بار استاتیکی را انجام داد. طبق نتایج به دست آمده از تحلیل انجام شده، مقادیر نیروی محوری

نیروهای جانبی بیان شده است که به شرح شکل (۶) می‌باشد.

تعیین سهم باربری شمع‌ها

نسبت سهم باربری شمع‌ها (α_{pr}) در پی رادیه شمع برابر است با:

$$\alpha_{pr} = \frac{Q_p}{Q_{pr}} \quad (5)$$

که در آن Q_p و Q_{pr} به ترتیب بیانگر بار تحمل شده توسط شمع‌ها و پی رادیه شمع می‌باشد.

همان طور که بیان شد در پی رادیه شمع متصل نشست شمع‌ها با پی برابر است و در این حالت نسبت سهم باربری شمع‌ها برابر است با:

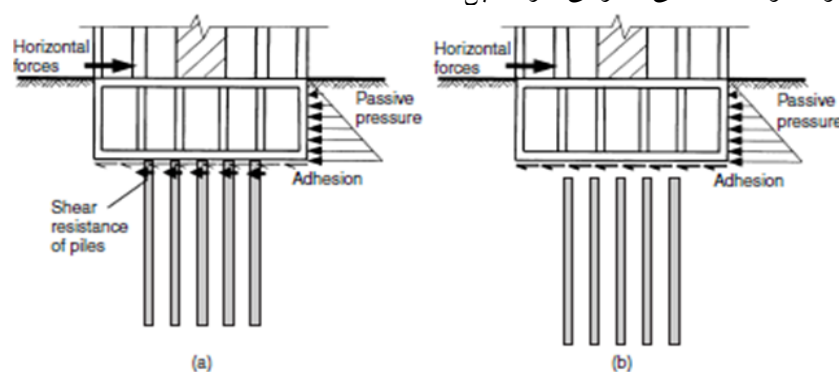
$$\alpha_{pr} = \frac{Q_p}{Q_{pr}} = \frac{k_p w_p}{(k_r + k_p) w_r} = \frac{1}{\frac{k_r}{k_p} + 1} \quad (6)$$

در حالت غیر متصل و با توجه به یکسان نبودن نشست شمع و پی نسبت سهم باربری شمع‌ها به شرح ذیل است [19]:

$$\alpha_{pr} = \frac{Q_p}{Q_{pr}} = \frac{k_p w_p}{(k_r + \frac{k_p w_p}{w_{pr}}) w_{pr}} = \frac{w_p}{\frac{k_r}{k_p} (w_{pr} + w_p)} \quad (7)$$

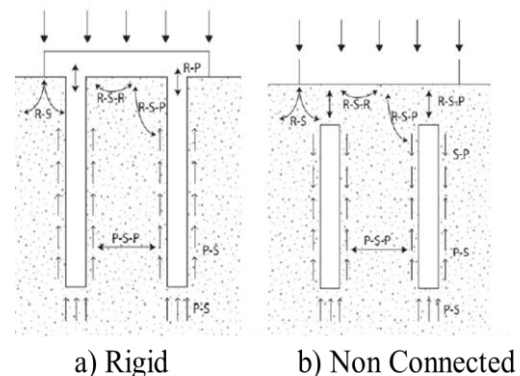
با توجه به روابط (۶) و (۷) میزان سهم باربری شمع در حالت متصل و منفصل وابسته به سختی پی رادیه و شمع و میزان نشست پی، شمع و مجموعه پی شناور شمعی است.

در مطالعه‌ای تجربی و عددی توسط ساتیام و همکاران (۲۰۲۵)، عملکرد سیستم پی شناور شمعی منفصل با به‌کارگیری لایه پلی‌استایرن به همراه ترکیب ژئودرین - ژئوتکستایل مورد ارزیابی قرار گرفت. هدف از این پژوهش، بهینه‌سازی انتقال بار بین پی و شمع‌ها و کاهش نشست کل فونداسیون بود.



شکل ۶ نمایشی از مکانیسم انتقال بار جانبی به پی رادیه - شمع: (a) شمع‌های متصل به پی گسترده (b) شمع‌های منفصل به پی گسترده

ترادیکو اندرکنش‌ها در پی شناور شمعی منفصل را به کمک روش تحلیل اجزای محدود سه‌بعدی و با تغییر تعداد و چینش شمع‌ها و ضخامت لایه میانی بررسی کرد. نتایج نشان می‌دهند که حداکثر نیروی محوری ایجاد شده در طول شمع، در نقطه‌ای پایین‌تر از سر شمع و محل صفحه خشی به وجود می‌آید. این نقطه با افزایش ضخامت لایه میانی به سمت عمق خاک حرکت می‌کند [17].



شکل ۵ نمایشی از مکانیسم انتقال بار در پی شناور شمعی در حالت اتصال گیردار و منفصل [18]

مقایسه نشست ایجاد شده در دو حالت متصل و منفصل به شرح روابط (۳) و (۴) می‌باشد.

$$W_r = W_s = W_p \quad (3) \quad \text{حالت اتصال گیردار}$$

$$W_r > W_s > W_p \quad (4) \quad \text{حالت منفصل}$$

در مطالعات انجام شده توسط وانگ و همکاران [11] نحوه اعمال نیروهای جانبی و مقاومت اعضای سازه‌ای در مقابل

است [8].

هدف اصلی این پژوهش، بررسی عددی تأثیر نوع اتصال بین شمع و پی (گیردار، مفصلی و منفصل) بر رفتار کلی سیستم پی شناور شمعی تحت بارهای قائم و جانبی است.

اهداف جزئی تحقیق شامل موارد زیر است:

۱. مقایسه نشست کلی پی در هر سه نوع اتصال.
۲. تحلیل نحوه توزیع نیروی محوری بین شمع‌ها و پی.
۳. ارزیابی لنگر خمشی و نیروی برشی ایجاد شده در شمع‌ها.
۴. تحلیل نسبت بار منتقل شده به شمع‌ها و پی گسترده.
۵. ارائه پیشنهاد کاربردی برای انتخاب نوع اتصال بهینه در پروژه‌های واقعی.

روش مدل‌سازی عددی مورد استفاده

روش اجزای محدود

در این روش که یکی از روش‌های محیطی یا دیفرانسیلی است درون توده خاکی یا سنگی، به عناصر ساده مهندسی تفکیک می‌شود که هر یک ویژگی‌های خاص خود را دارند و مجموعه این عناصر فرعی، رفتار کلی توده خاک یا سنگ را بیان می‌کنند. اصولاً زمین به صورت پیوسته مدل می‌شود و ناپیوستگی‌ها را می‌توان به صورت جداگانه مدل کرد. محیط مسئله به تعداد محدودی المان تقسیم می‌شود که در نقاط گرهی به هم متصل هستند. هر المان، محدود است یعنی هندسه مشخص و اندازه محدودی دارد. تنش، کرنش و تغییر شکل ایجاد شده در یک المان بر رفتار المان‌های مجاورش اثرگذار است. این رابطه پیچیده بین المان‌های متصل به هم مسئله بسیار پیچیده ریاضی را ایجاد می‌کند. سیستم معادلاتی که مقادیر مجهول را به مقادیر معلوم مرتبط می‌کند، برحسب یک ماتریس سختی عمومی بیان می‌شود.

معرفی نرم‌افزار مورد استفاده

در حال حاضر تعداد زیادی نرم‌افزار برای تحلیل محیط ژئوتکنیکی وجود دارد که از میان آن‌ها نرم‌افزار PLAXIS 2020 با قابلیت‌های گوناگون از جمله در نظر گرفتن اندرکنش خاک و سازه، محاسبه تغییر شکل‌های بزرگ، مدل‌های رفتاری مختلف خاک و سازه و در نظر گرفتن فشار آب حفره‌ای دارای دقت بالایی است. نرم‌افزار PLAXIS 2020

نتایج تحلیل‌ها نشان داد که استفاده از این لایه واسط، موجب بهبود توزیع تنش، کاهش تمرکز نیرو در سر شمع‌ها و همچنین افزایش عملکرد باربری فونداسیون شد. در حالتی که لایه واسط با ژئوسنتتیک تقویت شده باشد، نشست فونداسیون تا بیش از ۳۰٪ کاهش یافت و رفتار سیستم پایدارتری مشاهده شد.

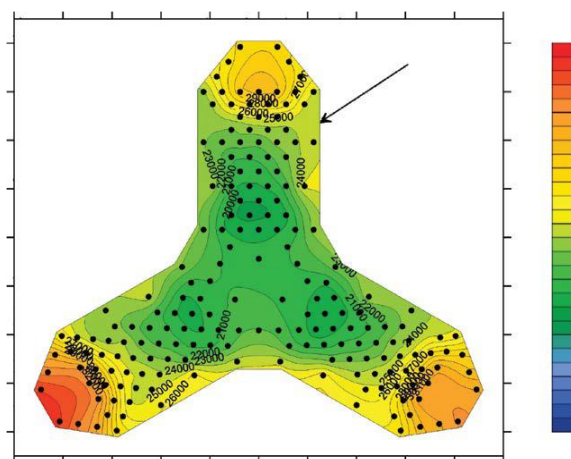
این مطالعه بر اهمیت طراحی مناسب اتصال شمع و پی حتی در مدل‌های منفصل، تأکید دارد و نشان می‌دهد که لایه واسط و ترکیبات تقویتی می‌توانند نقش به‌سزایی در افزایش عملکرد سیستم ایفا کنند [20].

نمونه‌های اجرا شده پی‌های شناور شمعی

برج خلیفه، دبی، امارات متحده عربی

فونداسیون این برج که ۸۲۸ متر طول دارد، شامل فونداسیون شمعی به همراه پی گسترده است. ضخامت فونداسیون گسترده ۳/۷ متر و تعداد ۱۹۷ شمع درجا ریز با قطر ۱/۵ متر در زیر پی گسترده به کار رفته است. طول تقریبی شمع‌ها بین ۴۳ تا ۴۷ متر است. ظرفیت باربری تقریبی هر شمع ۳۰ مگانیوتن برآورد شده است. نوع اتصال به کار رفته در بین شمع و فونداسیون در این پروژه از نوع گیردار است.

شکل پلان ساختمان به صورت "Y" در نظر گرفته شده تا باعث کاهش اثر نیروی باد به سازه و کمک به ساخت‌پذیری سازه شود.



شکل ۷ مقادیر حداکثر نیروی محوری در پلان برج خلیفه

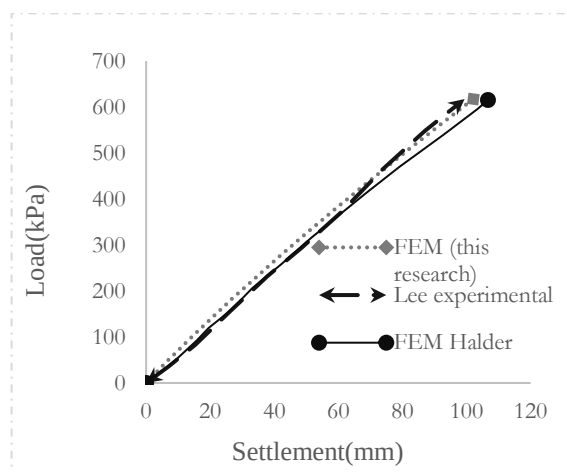
در حالت اتصال گیردار چندین نمونه دیگر شامل برج‌های شانگهای چین، برج‌های دوقلوی اداری امارات نیز اجرا شده

مشخصات مکانیکی خاک و اجزای سازه‌ای همچون شمع و پی به شرح جدول (۱) است.

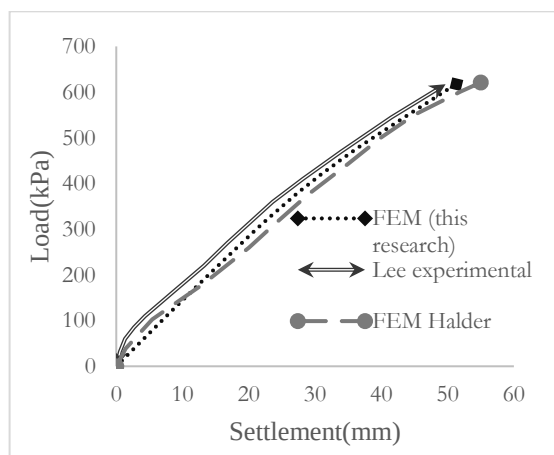
جدول ۱ پارامترهای مصالح مورد استفاده در تحلیل صحت‌سنجی [14]

Parameter	Unit	Soil	Pile& Raft
Elastic modulus, E	$\left(\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}\right)$	50	30000
Internal friction angle, ϕ	(Degree)	43	-
Cohesion, C	$\left(\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}\right)$	0	-
Poisson ratio, ν		0.3	0.2
Unit weight, γ	$\left(\frac{\text{kN}}{\text{m}^3}\right)$	18	25
Dilation angle, ψ	(Degree)	13	-

نتایج مقایسه منحنی بار - جابه‌جایی در دو حالت پی گسترده تنها و پی شناور شمع به شرح شکل‌های (۹) و (۱۰) هستند.



شکل ۹ نمودار صحت‌سنجی نرم‌افزار در حالت پی گسترده تنها

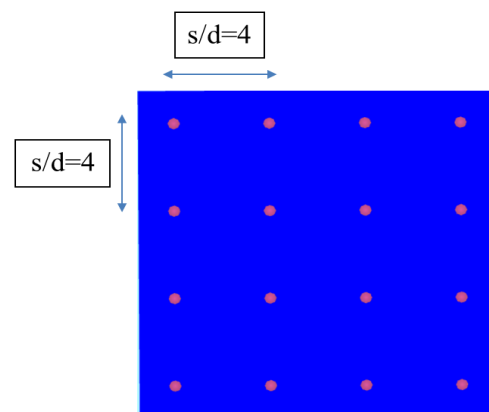


شکل ۱۰ نمودار صحت‌سنجی نرم‌افزار در حالت پی رادیه - شمع

برنامه‌ی رایانه‌ای المان محدود سه‌بعدی است که با استفاده از یک محیط گرافیکی، کاربر را قادر به ساختن یک شبکه‌بندی واقعی سه‌بعدی بر اساس ترکیبی از لایه‌های مختلف می‌کند. به دلیل سه‌بعدی بودن شبکه‌بندی می‌توان رفتار سازه و خاک و همچنین رفتار اندرکنش آن‌ها را بدون به‌کارگیری فرضیات و به صورت کلی و دقیق مورد بررسی قرار داد.

صحت‌سنجی مدل‌سازی انجام شده توسط نرم‌افزار PLAXIS

برای بررسی درستی مدل‌سازی‌های انجام شده، مقایسه‌ای بین این پژوهش با نتایج پژوهش‌های انجام شده توسط پارک و لی (Park & Lee) [21] صورت گرفت. تحلیل انجام شده توسط پارک و لی نیز با یک آنالیز عددی دیگری که توسط هالدر (Halder) [22] انجام شده است، مقایسه گردیده است. در این پژوهش مقایسه با هر دو سری نتایج انجام شده است. آرایش شمع‌ها ۴×۴، قطر D، ۰/۶ متر و طول L_p برابر ۱۵ متر هستند. یک پی گسترده مربعی با عرض B، ۹ متر و ضخامت ۱/۲ متر مورد نظر است. یک شبکه‌بندی نسبتاً ریز در اطراف شمع و پی گسترده ارائه شده، در حالی که یک شبکه‌بندی نسبتاً درشت‌تر از آن در سایر نقاط استفاده شده است. مرزهای کناری در نظر گرفته شده در اطراف پی تا ۲/۵ برابر عرض پی و عمق تا ۲ برابر طول شمع در نظر گرفته شد. در تحلیل‌های انجام شده توسط نرم‌افزار PLAXIS به جای المان فصل مشترک که در محل اندرکنش بین المان سازه‌ای و خاک قرار می‌گیرد، از ضریب کاهنده مقاومت (R_{inter}) استفاده شده است. در تحلیل صحت‌سنجی استفاده شده ضریب کاهنده مقاومت برابر ۰/۶۷ در نظر گرفته شده است.



شکل ۸ پلان مدل‌سازی پی و نحوه آرایش شمع‌ها

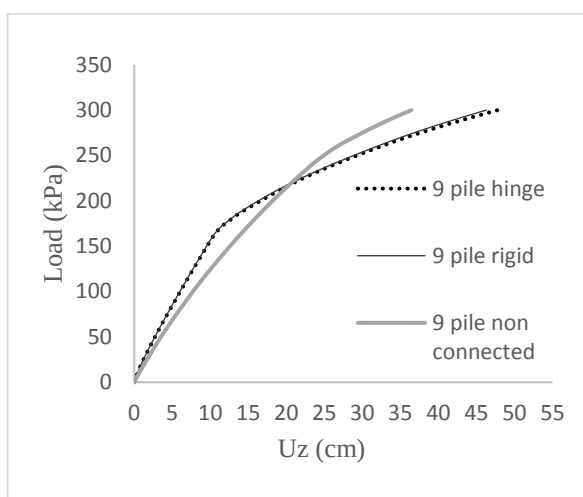
متداول در خاک ماسه‌ای کاربرد فراوان دارد. شمع‌ها و پی با رفتار الاستیک خطی مدل شدند تا تمرکز بر بررسی تأثیر نوع اتصال حفظ شود.

عمق کل مدل برابر ۶۰ متر و ابعاد افقی حداقل ۲/۵ برابر عرض پی لحاظ شد. لبه‌های جانبی مدل در راستای افقی مقید و سطح پایین مدل کاملاً گیردار در نظر گرفته شد. لایه زیر پی به صورت خاک همگن فرض شد تا تأثیر اتصال‌ها بدون تداخل پارامترهای دیگر بررسی شود.

مقایسه نمودارهای مختلف بار - جابه‌جایی مرکز پی

تحت بارگذاری استاتیکی قائم و جانبی

نمودار بار - جابه‌جایی مرکز پی شناور شمعی در حالت بهینه $s/d = 9$ در سه حالت اتصال گیردار، مفصلی و منفصل در شکل (۱۱) ارائه شده است. در این نمودار منظور از U_z مقدار نشست قائم ایجاد شده در مرکز پی است.



شکل ۱۱ نمودار بار - جابه‌جایی قائم مرکز پی تحت بار استاتیکی قائم ۳۰۰ کیلو پاسکال با تعداد ۹ شمع در سه حالت اتصال گیردار، مفصلی و منفصل

طبق نتایج شکل (۱۱) در حالت اتصال گیردار نمودار دوخطی است و پس از رسیدن شمع‌ها به نقطه تسلیم و حداکثر ظرفیت باربری خود نمودار غیر خطی می‌شود و شیب نمودار کاهش پیدا می‌کند. در حالت منفصل شمع‌ها به حداکثر ظرفیت خود نمی‌رسند و همچنان در این حالت، نمودار خطی است. بنابراین در حالت اتصال گیردار تا قبل از رسیدن شمع‌ها به حداکثر ظرفیت خود عملکرد بهتری نسبت به حالت منفصل

بررسی نتایج مشخصات ابعاد مدل‌سازی

پی مربعی به ابعاد B، ۱۲ متر و ضخامت پی ۱/۵ متر است. شمع‌ها با آرایش ۳×۳، برای تحلیل مدل‌سازی شده‌اند. مشخصات شمع مورد استفاده عبارتند از قطر شمع D، ۰/۵ متر و طول شمع L، ۲۰ متر. پارامترهای مورد استفاده در این تحلیل مطابق جدول‌های (۲) و (۳) هستند. تأثیر تغییر اتصال بین شمع و پی از حالت گیردار به مفصلی و منفصل مورد بررسی قرار گرفت. به جای المان فصل مشترک که در محل اندرکنش بین المان سازه‌ای و خاک قرار می‌گیرد، از ضریب کاهنده مقاومت (R_{inter}) برابر ۰/۶۷ استفاده شده است. رفتار شمع و پی گسترده هم الاستیک در نظر گرفته شده است.

جدول ۲ پارامترهای خاک و لایه بین پی و شمع‌های مورد استفاده در مدل

Parameter	Unit	Soil	Cushion Layer
Elastic modulus, E	($\frac{MN}{m^2}$)	10	100
Internal friction angle, ϕ	(Degree)	25	30
Cohesion, C	($\frac{kN}{m^2}$)	0	50
Poisson ratio, ν	-	0.25	0.3
Saturated Unit weight, γ	($\frac{kN}{m^3}$)	17	22

جدول ۳ مشخصات پارامترهای المان‌های سازه‌ای مورد استفاده در مدل

Parameter	Unit	Pile	Raft
Elastic modulus, E	($\frac{MN}{m^2}$)	25000	30000
Poisson ratio, ν	-	0.15	0.15
Saturated Unit weight, γ	($\frac{kN}{m^3}$)	24	24

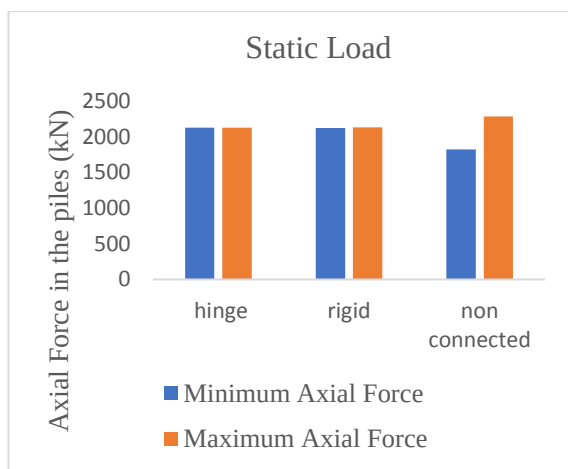
با توجه به ضریب اندرکنش بین شمع و پی (α_{cp}) اشاره شده در این تحقیق، مطابق روابط پولوس، پی رادیه نسبت به شمع دارای صلبیت بیشتری بوده و این موضوع باعث شده است که توزیع نیرو یکنواخت‌تر شود، نشست کلی کاهش یابد و لنگر در پی و شمع‌ها بیشتر ظاهر شود ولی قابل کنترل باشد.

ضخامت لایه بین شمع و پی گسترده یک متر در نظر گرفته شده است. برای خاک از مدل رفتاری موهر - کولمب استفاده شد که علی‌رغم سادگی، برای تحلیل سازه‌های ژئوتکنیکی

بررسی اثر نوع اتصال بین شمع و پی بر پارامتر ضریب

$$R_N = \frac{N_{\max}}{N_{\min}} \text{ عدم یکنواختی}$$

ضریبی به عنوان ضریب عدم یکنواختی تعریف می‌شود که حاصل نسبت حداکثر نیروی محوری ایجاد شده در بین شمع‌ها به حداقل نیروی محوری ایجاد شده در بین آن‌ها است که به صورت رابطه $R_N = \frac{N_{\max}}{N_{\min}}$ تعریف می‌شود. هر چقدر این نسبت بزرگ‌تر باشد، نشان دهنده متفاوت بودن نیروهای وارده بر شمع‌ها و تیپ‌های متفاوت شمع‌ها است.



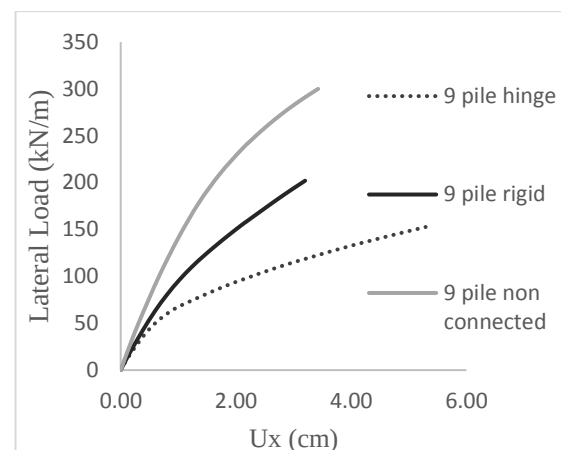
شکل ۱۳ مقادیر حداکثر و حداقل نیروهای محوری ایجاد شده در شمع‌ها در حالت ۹ شمع تحت بار استاتیکی قائم ۳۰۰ کیلو پاسکال در انواع مختلف اتصال شمع و پی برای تعیین پارامتر ضریب یکنواختی ($R_N = \frac{N_{\max}}{N_{\min}}$)

نتایج شکل (۱۳) نشان می‌دهد تحت بارگذاری استاتیکی قائم مقدار ضریب عدم یکنواختی در حالت مفصل بیشتر از دو حالت اتصال گیردار و مفصلی است. در دو حالت اتصال گیردار و مفصلی مقدار نیروی محوری در تمام شمع‌ها به دلیل رسیدن تمام شمع‌ها به حداکثر ظرفیت باربری خود، یکسان است و مقدار ضریب یکنواختی تقریباً برابر یک است. تنها در حالت مفصل، مقدار نیروی محوری شمع میانی کمتر از شمع‌های گوشه است.

نتایج شکل (۱۴) نشان می‌دهد ضریب عدم یکنواختی تحت بارگذاری استاتیکی جانبی در حالت اتصال گیردار بیشترین مقدار را دارد، در حالت اتصال مفصلی این نسبت کمتر از حالت اتصال گیردار است، کمترین مقدار در حالت اتصال مفصل رخ داده است.

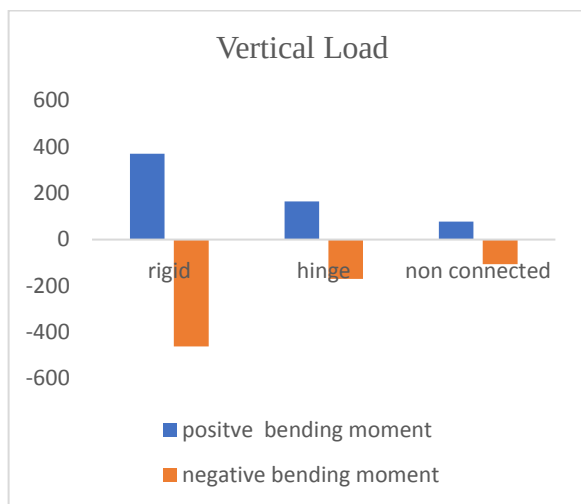
دارند. دو حالت اتصال گیردار و مفصلی هم تحت بارگذاری استاتیکی قائم رفتار مشابهی از خود نشان می‌دهند. در حالت پی گسترده تنها به دلیل نبود شمع، بیشترین نشست در پی رخ داده است.

نتایج شکل (۱۲) نشان می‌دهد که تحت بارگذاری استاتیکی جانبی وارده بر پی، حالت مفصلی نسبت به دو حالت اتصال گیردار و مفصل عملکرد بهتری دارد و جابه‌جایی افقی کمتری در این حالت در پی رخ داده است.

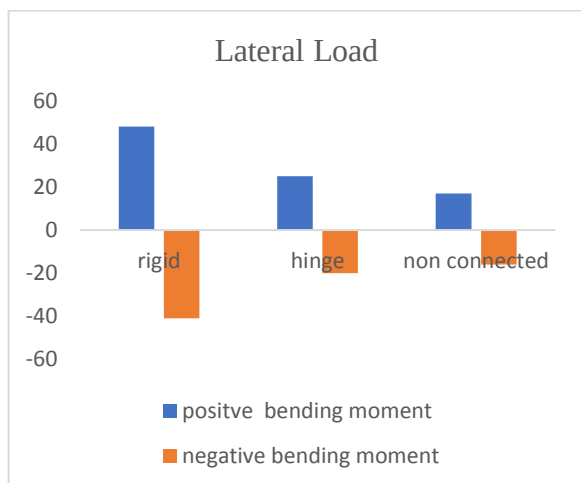


شکل ۱۲ نمودار بار - جابه‌جایی افقی مرکز پی تحت بار استاتیکی جانبی ۲۴۰ کیلو نیوتن بر متر با تعداد ۹ شمع در سه حالت اتصال گیردار، مفصلی و مفصل

در حالت اتصال گیردار، شمع‌ها مستقیماً بارهای عمودی را تحمل می‌کنند و عملکرد خوبی در کاهش نشست کلی دارند. اما ممکن است در برخی موارد نشست‌های تفاضلی بیشتری را تجربه کنند، به دلیل اینکه بار مستقیماً به شمع‌ها منتقل می‌شود. حالت اتصال مفصلی در کاهش نشست کلی و تفاضلی عملکرد خوبی دارد، به خصوص در مناطقی که بارهای جانبی و خمشی بالا هستند. مفصل‌ها اجازه می‌دهند که شمع‌ها بتوانند به راحتی جابه‌جا شوند و نشست را متعادل کنند. حالت مفصل بهترین عملکرد را در کاهش نشست تفاضلی دارد. وجود لایه بالشتکی کمک می‌کند که بارها به طور یکنواخت‌تری توزیع شوند و از ایجاد تمرکز تنش و نشست‌های موضعی جلوگیری شود. نوع و ضخامت لایه بین شمع و پی در مقدار نشست یکنواخت ایجاد شده در حالت مفصل نسبت به دو حالت گیردار و مفصلی اثر زیادی دارد.



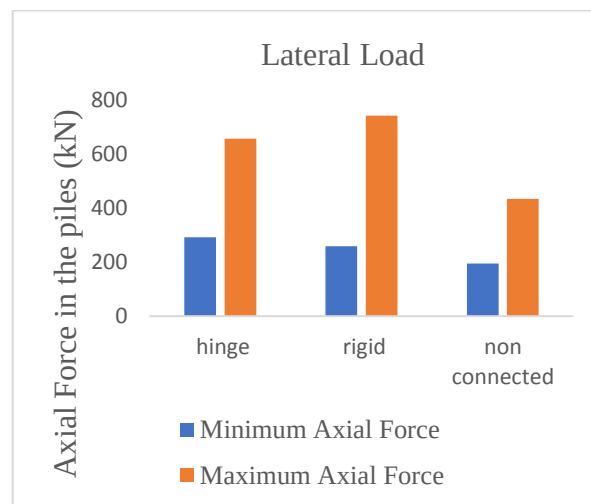
شکل ۱۵ مقایسه حداکثر لنگر خمشی مثبت و منفی ایجاد شده در شمع تحت بار قائم ۳۰۰ کیلو پاسکال در اتصال‌های مختلف بین شمع و پی



شکل ۱۶ مقایسه حداکثر لنگر خمشی مثبت و منفی ایجاد شده در شمع تحت بار جانبی ۲۴۰ کیلونیوتن بر متر در اتصال‌های مختلف بین شمع و پی

مقایسه توزیع لنگر خمشی ایجاد شده در طول شمع در سه حالت اتصال گیردار، مفصلی و منفصل

در شکل (۱۷) مقادیر لنگر خمشی ایجاد شده در شمع‌های مورد نظر در طول شمع بررسی شده است که در هر سه حالت اتصال گیردار، مفصلی و منفصل مقادیر لنگر خمشی در انتهای شمع صفر است. در سر شمع یعنی محل اتصال بین شمع و پی گسترده تنها در حالت اتصال گیردار لنگر خمشی وجود دارد و دو حالت مفصلی و منفصل، مقادیر لنگر خمشی ایجاد شده در آن‌ها صفر است. در سه حالت بررسی شده، مقادیر لنگر خمشی



شکل ۱۴ مقادیر حداکثر و حداقل نیروهای محوری ایجاد شده در شمع‌ها در حالت ۹ شمع تحت بار جانبی ۲۴۰ کیلونیوتن بر متر در انواع مختلف اتصال شمع و پی برای تعیین پارامتر ضریب یکنواختی

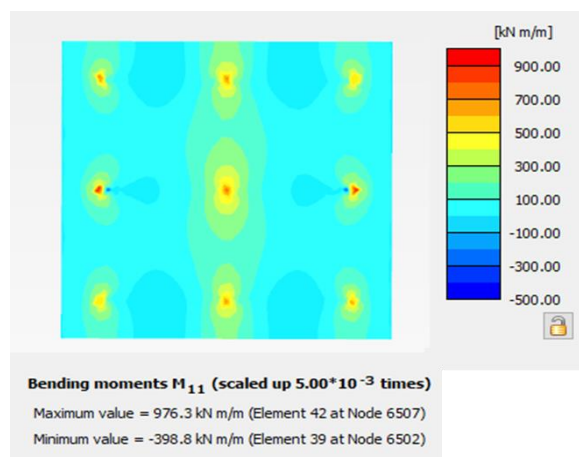
$$(R_N = \frac{N_{max}}{N_{min}})$$

در مجموع در صورتی که شمع‌ها تحت بارگذاری صورت گرفته با اتصال‌های مختلف به حداکثر ظرفیت باربری خود نرسیده باشند، ضریب عدم یکنواختی در حالت منفصل کمتر از حالت اتصال گیردار و مفصلی است و باعث کاهش هزینه و آرماتور مصرفی و یکسان شدن تیپ شمع‌های انتخابی می‌گردد.

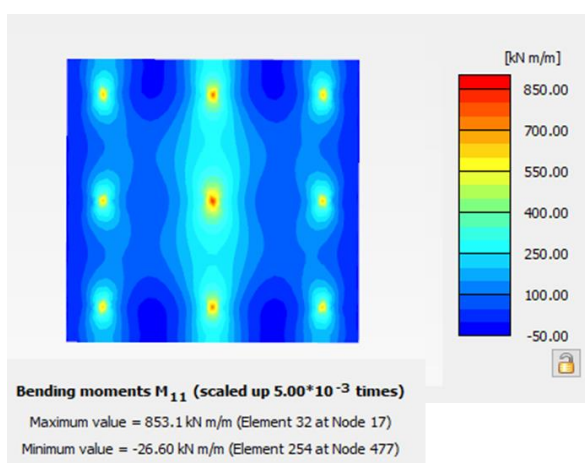
مقایسه حداکثر لنگر خمشی ایجاد شده در شمع در سه حالت اتصال گیردار، مفصلی و منفصل

با توجه به نتایج شکل‌های (۱۵) و (۱۶) مقدار بیشینه لنگر ایجاد شده در طول شمع در حالت اتصال گیردار رخ می‌دهد به این دلیل که در این حالت پی لنگر خمشی را به طور کامل به شمع منتقل می‌کند. در حالت مفصلی، لنگر خمشی کاهش می‌یابد، چون شمع‌ها فقط نیروی محوری و برشی را می‌گیرند. در حالت منفصل، مقدار لنگر خمشی بسیار ناچیز است (عملاً صفر)، چون تماسی بین پی و شمع وجود ندارد.

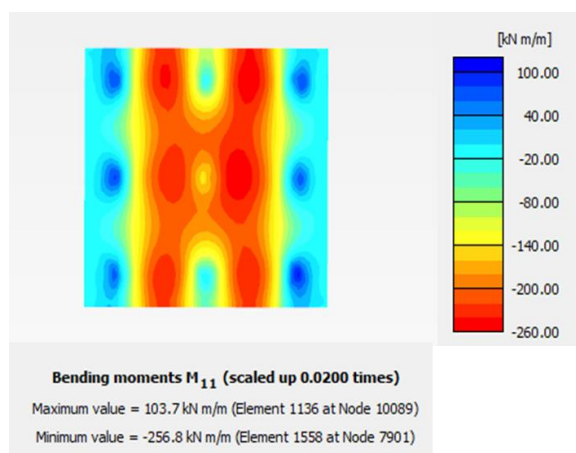
لنگر خمشی مستقیماً وابسته به نوع اتصال و صلبیت پی است. بیشترین لنگر در محل اتصال شمع به پی در حالت گیردار مشاهده شد.



شکل ۱۸ لنگر خمشی ایجاد شده در پی تحت بار قائم ۳۰۰ کیلو پاسکال در حالت اتصال گیردار

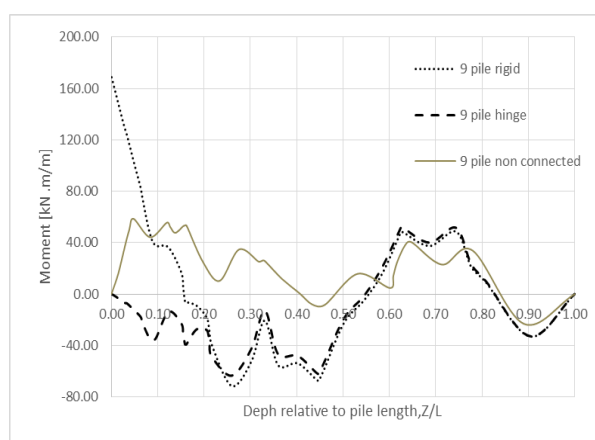


شکل ۱۹ لنگر خمشی ایجاد شده در پی تحت بار قائم ۳۰۰ کیلو پاسکال در حالت اتصال مفصلی



شکل ۲۰ لنگر خمشی ایجاد شده در پی تحت بار قائم ۳۰۰ کیلو پاسکال با در حالت منفصل

ایجاد شده در طول شمع در حالت منفصل کمتر از دو حالت دیگر است.



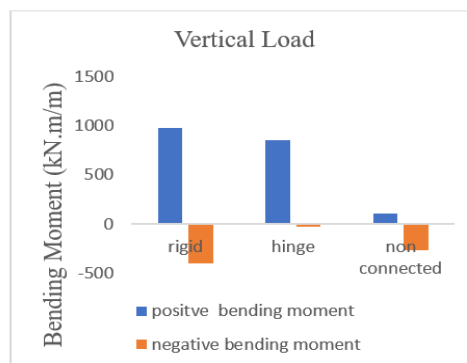
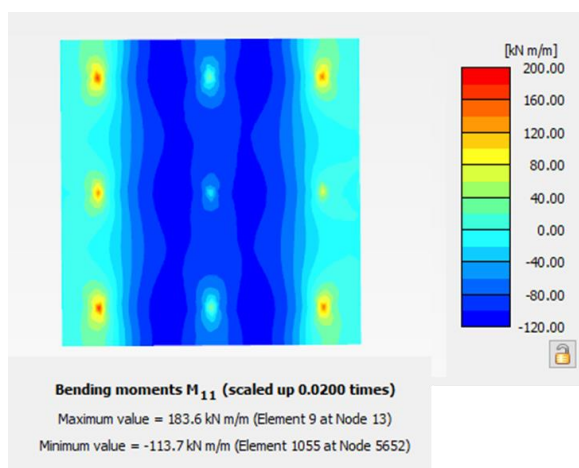
شکل ۱۷ مقایسه لنگر خمشی ایجاد شده در طول شمع تحت بار قائم ۱۰۰ کیلو پاسکال در اتصال‌های مختلف بین شمع و پی

همچنین نتایج نشان می‌دهد که در طول شمع پس از عمق نسبی ۵۰٪ از طول شمع دو حالت اتصال گیردار و مفصلی مقادیر لنگر خمشی تقریباً یکسانی دارند که علت آن این است که در ۵۰٪ پایدی طول شمع، رفتار شمع به صورت گیردار است و به نوعی عمق گیرداری محسوب می‌شود اما در ۵۰٪ بالایی طول شمع تأثیر نوع اتصال وجود دارد و مقادیر لنگر خمشی با یکدیگر متفاوت هستند. بنابراین تأثیر مقدار بار وارده از سطح زمین در ۵۰٪ بالایی طول شمع در مقادیر لنگر خمشی ایجاد شده در شمع وجود دارد.

مقایسه لنگر خمشی ایجاد شده در پی در سه حالت اتصال گیردار، مفصلی و منفصل

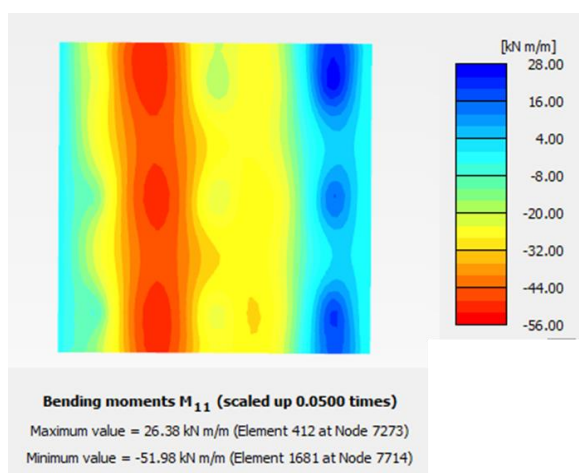
در تحلیل نتایج لنگر خمشی و نیروی برشی ایجاد شده در پی، اثر شمع‌ها در مدلسازی در نظر گرفته شده و نتایج با فرض اثر اندرکنش شمع‌ها با خاک و پی به دست آمده است.

نتایج شکل‌های (۱۸) تا (۲۱) نشان می‌دهد که لنگر خمشی منفی ایجاد شده در پی در حالت اتصال مفصلی دارای کمترین مقدار است. لنگر خمشی مثبت در حالت منفصل دارای کمترین مقدار است. در مجموع تحت بار استاتیکی قائم کمترین لنگر خمشی ایجاد شده در پی در حالت منفصل و بیشترین لنگر خمشی ایجاد شده در حالت اتصال گیردار است.

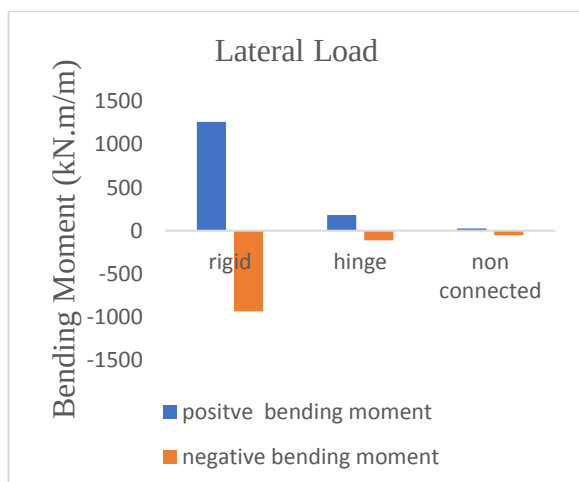


شکل ۲۱ مقایسه حداکثر لنگر خمشی مثبت و منفی ایجاد شده در پی تحت بار قائم ۳۰۰ کیلو پاسکال قائم در اتصالات مختلف بین شمع و پی

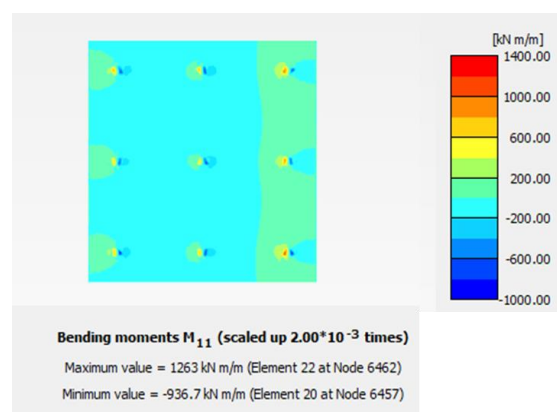
شکل ۲۳ لنگر خمشی ایجاد شده در پی تحت بار جانبی ۲۴۰ کیلونیوتن بر متر در حالت اتصال مفصلی



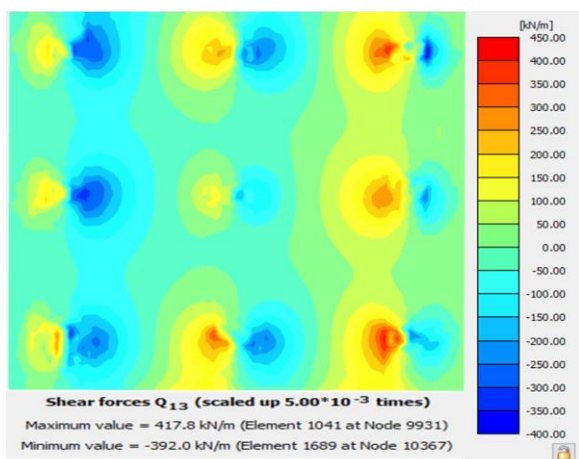
شکل ۲۴ لنگر خمشی ایجاد شده در پی تحت بار جانبی ۲۴۰ کیلونیوتن بر متر در حالت اتصال مفصل



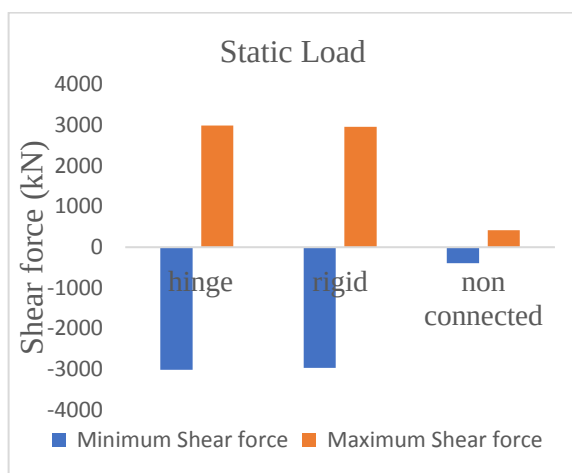
شکل ۲۵ مقایسه حداکثر لنگر خمشی مثبت و منفی ایجاد شده در پی تحت بار جانبی ۲۴۰ کیلونیوتن بر متر در اتصالات مختلف بین شمع و پی



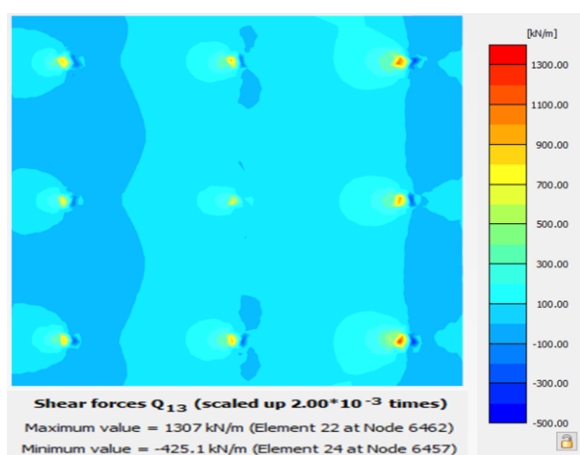
شکل ۲۲ لنگر خمشی ایجاد شده در پی تحت بار جانبی ۲۴۰ کیلونیوتن بر متر در حالت اتصال گیردار



شکل ۲۸ نیروی برشی ایجاد شده در پی تحت بار قائم ۳۰۰ کیلو پاسکال در حالت منفصل



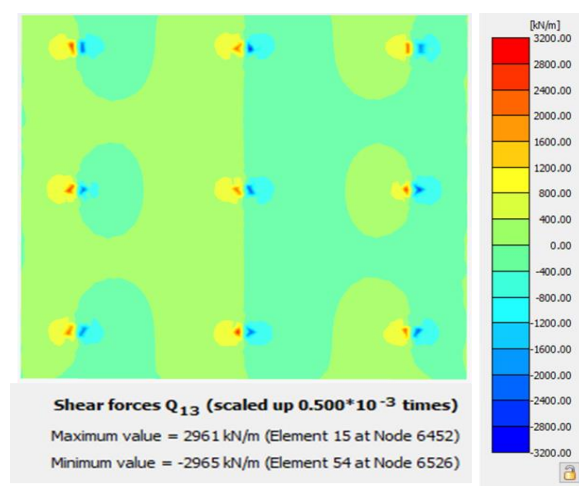
شکل ۲۹ مقایسه نیروی برشی ایجاد شده در پی تحت بار قائم ۳۰۰ کیلو پاسکال در اتصالات های مختلف بین شمع و پی



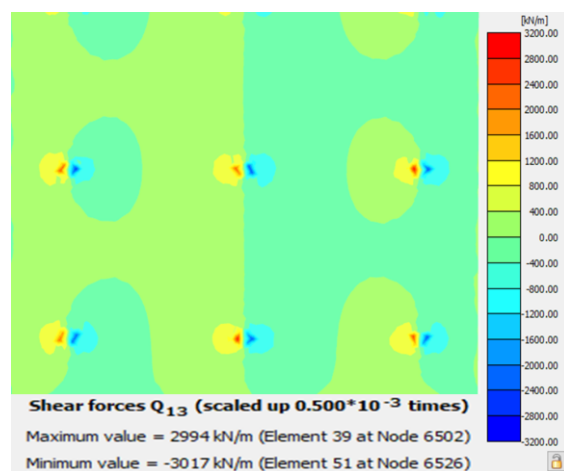
شکل ۳۰ نیروی برشی ایجاد شده در پی تحت بار جانبی ۲۴۰ کیلو نیوتن بر متر در حالت اتصال گیردار

مقایسه نیروی برشی ایجاد شده در پی در سه حالت اتصال گیردار، مفصلی و منفصل

مقایسه نیروی برشی ایجاد شده در پی تحت بارگذاری استاتیکی قائم در شکل های (۲۶) تا (۲۹) نشان می دهد که بیشترین نیروی برشی در حالت اتصال مفصلی دیده می شود، زیرا بار منتقل شده به شکل نقطه ای از شمع به پی وارد می شود. در حالت اتصال گیردار نیز نیروی برشی کمی کمتر از حالت اتصال مفصلی است. در حالت منفصل، توزیع بار گسترده تر است و نیروی برشی نسبت به دو حالت دیگر کمتر است. کاهش مقدار نیروی برشی باعث کاهش مصرف آرماتور برشی و بهینه تر شدن طرح می گردد.



شکل ۲۶ نیروی برشی ایجاد شده در پی تحت بار قائم ۳۰۰ کیلو پاسکال در حالت اتصال گیردار



شکل ۲۷ نیروی برشی ایجاد شده در پی تحت بار قائم ۳۰۰ کیلو پاسکال در حالت اتصال مفصلی

نشست کلی و تفاضلی رخ می‌دهد و مناسب برای بارهای جانبی است. در حالت اتصال مفصل بهترین عملکرد در کاهش نشست تفاضلی به دلیل وجود لایه بالشتکی وجود دارد.

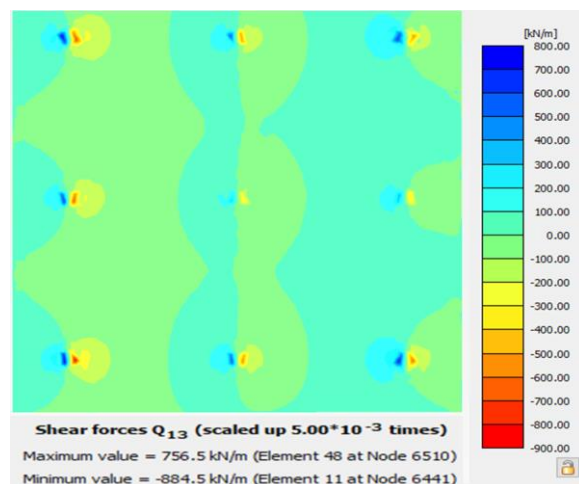
۲. اتصال گیردار نیازمند طراحی دقیق و مصالح قوی‌تر است و نسبت به دو اتصال دیگر پرهزینه‌تر است. اتصال مفصلی طراحی پیچیده دارد و برای اجرا نیاز به مصالح با کیفیت دارد و هزینه اجرای آن از اتصال گیردار کمتر و از اتصال مفصل بیشتر است. اتصال مفصل ساده‌تر از دو حالت دیگر و به کیفیت و جنس مصالح لایه بالشتکی مرتبط است همچنین از دو حالت اتصال دیگر هزینه اجرای آن کمتر است.

۳. اتصال گیردار مناسب برای سازه‌های بلندمرتبه و سنگین در مناطق زلزله‌خیز است. اتصال مفصلی در پروژه‌های نیازمند مقاومت بالا در برابر بارهای جانبی (مثل پل‌ها و ساختمان‌های بلند) کاربرد دارد. اتصال مفصل برای سازه‌های صنعتی یا ساختمان‌ها در خاک‌های ضعیف (تمرکز بر کنترل نشست) مناسب است.

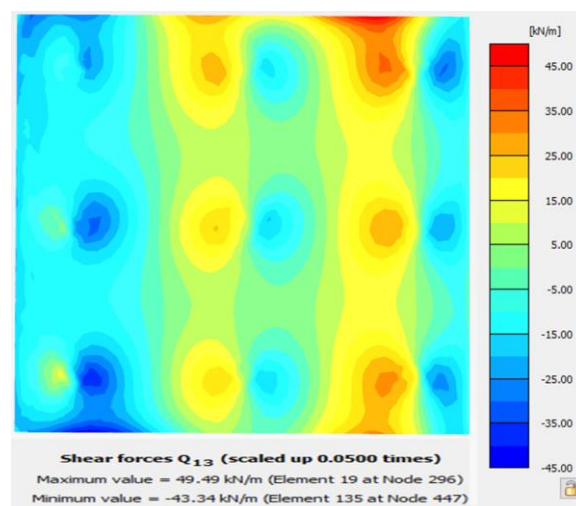
۴. مقدار لنگر خمشی ایجاد شده در شمع و پی تحت بارگذاری‌های استاتیکی قائم و جانبی در حالت مفصل دارای کمترین مقدار و در حالت اتصال گیردار بیشترین مقدار است.

۵. در تحلیل انجام شده، با توجه به وجود خاک ماسه‌ای نرم در زیر پی و استفاده از میان لایه سخت برای حالت مفصل، پی شناور شمعی در صورت استفاده از تعداد کم شمع در حالت اتصال مفصل و در صورت استفاده از تعداد زیاد شمع، اتصال گیردار و مفصلی عملکرد بهتری دارند.

۶. مقایسه نیروی محوری ایجاد شده در شمع در سه حالت اتصال گیردار، مفصلی و مفصل نشان می‌دهد که تحت بارگذاری استاتیکی قائم، مقدار نیروی محوری ایجاد شده در شمع در دو حالت اتصال گیردار و مفصلی تقریباً با یکدیگر برابر است و در حالت مفصل حداکثر نیروی محوری ایجاد شده در شمع بیشتر از دو حالت اتصال گیردار و مفصلی است.



شکل ۳۱ نیروی برشی ایجاد شده در پی تحت بار جانبی ۲۴۰ کیلونیوتن بر متر در حالت اتصال مفصلی



شکل ۳۲ نیروی برشی ایجاد شده در پی تحت بار جانبی ۲۴۰ کیلونیوتن بر متر در حالت اتصال مفصل

با توجه به نتایج شکل‌های (۳۰) تا (۳۲) مقایسه نیروی برشی ایجاد شده در پی تحت بارگذاری جانبی نشان می‌دهد که بیشترین مقدار نیروی برشی ایجاد شده در حالت اتصال گیردار و کمترین مقدار در حالت اتصال مفصل است. اتصال مفصلی تحت بارگذاری جانبی عملکرد بهتری نسبت به حالت بارگذاری استاتیکی قائم دارد.

نتیجه‌گیری

۱. در اتصال گیردار کاهش نشست کلی ولی احتمال نشست تفاضلی بیشتر وجود دارد. در حالت اتصال مفصلی کاهش

واژه‌نامه	مکانیسم انتقال بار	Load Transfer
پی شناور شمعی	ضخامت پی	Raft Thickness
لنگر خمشی	فاصله بین شمع‌ها	Pile Spacing
نیروی برشی	ضریب کاهشده مقاومت	R_{inter}
نیروی محوری	سختی خاک	Soil Stiffness
نشست کلی	ضریب اندرکنش	Interaction Factor
لایه بالشتکی	اصطکاک جانبی شمع	Pile Skin Friction
مدل‌سازی عددی		
المان فصل مشترک		
نشست تفاضلی		
نسبت مشارکت باربری		

سپاسگزاری

مراجع

- [1] M. F. Randolph, "Efficient design of piled rafts," in *Proceeding Deep Foundation on Bored and Auger Piles*, Ghent, Belgium, 1993, pp. 199–130.
- [2] J. A. Hemsley, Ed., *Design Applications of Raft Foundations*. London, U.K.: Thomas Telford, 2000.
- [3] A. S. Azizkandi, H. Rasouli, and M. H. Baziar, "Load sharing and carrying mechanism of piles in non-connected pile rafts using a numerical approach," *International Journal of Civil Engineering*, vol. 17, no. 6, pp. 793–808, 2019. <https://doi.org/10.1007/s40999-018-0356-2>
- [4] M. F. Randolph, "Design methods for pile groups and piled rafts," *Proceeding International Conference on Smart Finance Economic*, 1994, pp. 61–82.
- [5] H. G. Poulos and E. H. Davis, *Pile Foundation Analysis and Design*. 1980.
- [6] H. G. Poulos, "Methods of analysis of piled raft foundations," Report prepared on behalf of Technical Committee TC18 of Piled Foundations, 2001.
- [7] H. G. Poulos, "Practical design procedures for piled raft foundations," in *Design Applications of Raft Foundations*, Thomas Telford Publishing, 2000, pp. 425–467.
- [8] S. Singh, C. H. Solanki, and S. J. Shukla, "Performance analysis and load sharing of combined piled raft foundations on cohesive soil using finite element approach," *Transportation Infrastructure Geotechnology*, vol. 12, no. 1, pp. 1–33, 2025. <https://doi.org/10.1007/s40515-024-00516-1>
- [9] I. Jamil et al., "Analysis and design of piled raft foundation taking into account interaction factors," *Advances in Civil Engineering*, vol. 2022, no. 1, p. 1334136, 2022. <https://doi.org/10.1155/2022/1334136>
- [10] H. G. Poulos, "Piled raft foundations: design and applications," *Géotechnique*, vol. 51, no. 2, pp. 95–113, 2001. <https://doi.org/10.1680/geot.2001.51.2.95>
- [11] I. H. Wong, M. F. Chang, and X. D. Cao, "Raft foundations with disconnected settlement-reducing piles," in *Design Applications of Raft Foundations*, J. A. Hemsley, Ed. London, U.K.: Thomas Telford, 2000, pp. 469–486.
- [12] V. Fioravante and D. Giretti, "Contact versus noncontact piled raft foundations," *Canadian Geotechnical Journal*,

- vol. 47, no. 11, pp. 1271–1287, 2010. <https://doi.org/10.1139/T10-021>
- [13] P. Halder and B. M. Manna, “Connected versus disconnected piled raft systems: A comparative experimental assessment,” *Indian Geotechnical Conference*, 2022, vol. 2, pp. 125–131. https://doi.org/10.1007/978-981-97-1741-5_12
- [14] A. Eslami, M. Veiskarami, and M. M. Eslami, “Study on optimized piled-raft foundations (PRF) performance with connected and non-connected piles—three case histories,” *International Journal of Civil Engineering*, vol. 10, no. 2, pp. 100–111, 2012.
- [15] V. Fioravante, “Load transfer from a raft to a pile with an interposed layer,” *Géotechnique*, vol. 61, no. 2, pp. 121–132, 2011. <https://doi.org/10.1680/geot.7.00187>
- [16] X.-D. Cao, I. H. Wong, and M.-F. Chang, “Behavior of model rafts resting on pile-reinforced sand,” *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, vol. 130, no. 2, pp. 129–138, 2004.
- [17] F. Tradigo, F. Pisanò, C. Di Prisco, and A. Mussi, “Nonlinear soil–structure interaction in disconnected piled raft foundations,” *Computers and Geotechnics*, vol. 63, pp. 121–134, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2014.08.014>
- [18] F. W. Melese and H. F. Gebregziabher, “Behavior of structurally non-connected settlement reducing piles under raft foundation,” *Journal of Civil Environment Engineering*, vol. 11, pp. 1–8, 2021.
- [19] M. J. MalekKhani and J. Bolouri Bazaz, “Experimental and analytical study of the behavior of connected and disconnected piled raft foundations,” *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, vol. 53, no. 12, pp. 5195–5218, 2021. <https://doi.org/10.22060/ceej.2021.18726.6942>
- [20] M. Aaqib and M. Y. Shah, “Performance evaluation of disconnected piled raft foundation incorporated with polystyrene cushion and hybrid geogrid–geotextile base,” *Transportation Geotechnics*, vol. 52, p. 101565, 2025. <https://doi.org/10.1016/j.trgeo.2025.101565>
- [21] D. Park and J. Lee, “Comparative analysis of various interaction effects for piled rafts in sands using centrifuge tests,” *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 141, no. 1, p. 04014082, 2015. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0001183](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001183)
- [22] P. Halder and B. M. Manna, “Performance evaluation of piled rafts in sand based on load-sharing mechanism using finite element model,” *International Journal of Geotechnical Engineering*, pp. 1–8, Feb. 2020. <https://doi.org/10.1080/19386362.2020.1729297>



Ferdowsi
University of
Mashhad

Ferdowsi Civil Engineering

<https://civil-ferdowsi.um.ac.ir>



Iranian
Concrete
Institute



Pavement
Engineering
Association of
Iran

Control of Structural Vibrations Using Improved Model Predictive Control with Kalman Filter*

Research Article

Morteza Ghorbani-uri¹, Amin Gholizad² , Mona Shoaee-Parchin³

DOI: [10.22067/jfcej.2025.94471.1362](https://doi.org/10.22067/jfcej.2025.94471.1362)

1- Introduction

The rising demand for tall, flexible structures necessitates advanced vibration control strategies to mitigate their dynamic response to seismic loads. Among active control mechanisms, the Active Tendon (AT) system has proven to be a reliable solution. Model Predictive Control (MPC) is an effective strategy for guiding this system, calculating control forces by forecasting future structural states. However, the performance of MPC is often compromised by modeling uncertainties and measurement noise.

To address these challenges, this study proposes the integration of MPC with the Kalman Filter (KF) and the Steady-State Kalman Filter (SSKF). In this hybrid framework, the KF delivers more precise state estimations, which the MPC controller then uses to compute the control forces. While the combined MPC-KF approach typically entails high computational complexity, employing the SSKF with its constant gain significantly reduces the computational load, enabling faster real-time implementation. This research comprehensively evaluates and compares the performance of three control algorithms: CMPC, MPC-KF, and MPC-SSKF for an 11-story shear frame equipped with ATs under seismic excitation. The comparison is based on key metrics, including efficiency and time and memory complexity.

2- Methodology

The structural system investigated in this study consists of an 11-story shear building equipped with active tendon dampers installed at every story. The ATs are designed to actively counteract structural vibrations induced by dynamic excitations such as seismic ground motions, thereby enhancing the overall stability and serviceability of the structure. All numerical simulations are carried out in the MATLAB. Three control algorithms i.e. Classical Model Predictive Control (CMPC), Model Predictive Control integrated with the Kalman Filter (MPC-KF), and Model Predictive Control integrated with the Steady-State

Kalman Filter (MPC-SSKF) are implemented and compared. The weighting matrices (Q and R), prediction horizon (Np), and control horizon (Nc) are tuned through an iterative trial-and-error procedure to achieve optimal trade-offs between control accuracy, robustness, and computational efficiency.

The governing equation of motion for the structure subjected to ground acceleration is expressed as eq(1):

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = B_1u(t) + E_1w(t) \quad (1)$$

where M, C, and K denote the mass, damping, and stiffness matrices, respectively.

The model-based control architecture and the schematic configuration of the CMPC framework are illustrated in Fig 1. The cost function of the CMPC is defined as eq (2), while the optimal control signal, subject to predefined constraints, is determined by eq (3).

$$J = (R_s - Y)^T \bar{Q} (R_s - Y) + \Delta u^T \bar{R} \Delta u \quad (2)$$

$$\Delta U = (\Phi^T \bar{Q} \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \bar{Q} (R_s - FZ(k_i)) \quad (3)$$

The Kalman Filter has been extensively recognized as a fundamental estimation and prediction tool for dynamic systems. In this study, the predictive capabilities of the KF are integrated into the CMPC algorithm to enhance state estimation accuracy and improve control robustness against measurement noise and modeling uncertainties. In the KF framework, the a priori (predicted) state vector is computed according to eq (4), and the filter gain is updated recursively using eq (5):

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k(y_k - H_k \hat{x}_k^-) \\ = \text{aposterioristateestimate} \quad (4)$$

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (5)$$

* Manuscript received July 16, 2025, Revised October 22, 2025, Accepted November 29, 2025.

¹ Ph.D. Candidate of Structural Engineering, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran.

² Corresponding Author, Professor, Faculty of Engineering, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran.

Email: gholizad@uma.ac.ir.

³ Ph.D. Candidate of Structural Engineering, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran.

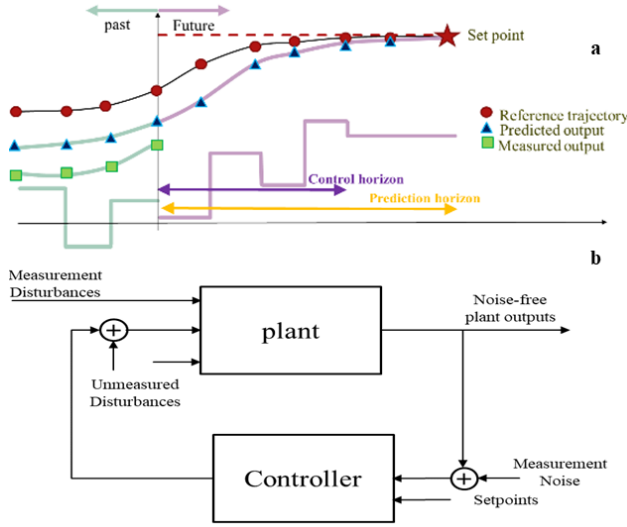


Fig. 1 (a) Schematic representation of the CMPC framework; (b) block diagram of the model-based control system.

From an implementation perspective, computational efficiency and memory economy are critical. The Steady-State Kalman Filter (SSKF) addresses these challenges by employing a constant gain matrix, computed offline. Although this approach may introduce a slight degradation in estimation precision, it significantly reduces computational complexity, facilitating real-time control applications. The applicability of the SSKF assumes a linear time-invariant (LTI) system and stationary process and measurement noises, characterized by constant covariance matrices. The predicted and updated state vectors are then obtained using eq (6) and (7), respectively.

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_\infty(y_k - H\hat{x}_k^-) \quad (6)$$

= aposterioristateestimate

$$K_\infty = (P_\infty H^T + M)(HP_\infty H^T + HM_k + M^T H^T + R)^{-1} \quad (7)$$

3- Results and Discussion

This study evaluates the effectiveness of the proposed control schemes in mitigating seismic vibrations of shear buildings under the Kocaeli and Loma Prieta earthquakes. Weighting matrices (Q, R) and control/prediction horizons (Nc, Np) were tuned via trial-and-error and kept constant across all simulations for consistency. Results include top-story displacement and control force time histories, along with comparative tables of structural responses and computational complexity (execution time and memory) for MPC-KF and MPC-SSKF.

Fig. 1 presents the time histories of control force and top-story displacement of the studied structure under the Kocaeli earthquake. As illustrated, all 3 control strategies significantly reduce the peak top-story displacement compared to the uncontrolled case. Notably, the MPC-KF and MPC-SSKF achieve more than 50% reduction in the

maximum displacement response, indicating a remarkable improvement in predictive capability compared to the CMPC. Moreover, the close agreement between the MPC-KF and MPC-SSKF responses demonstrates that the steady-state simplification has negligible influence on control accuracy.

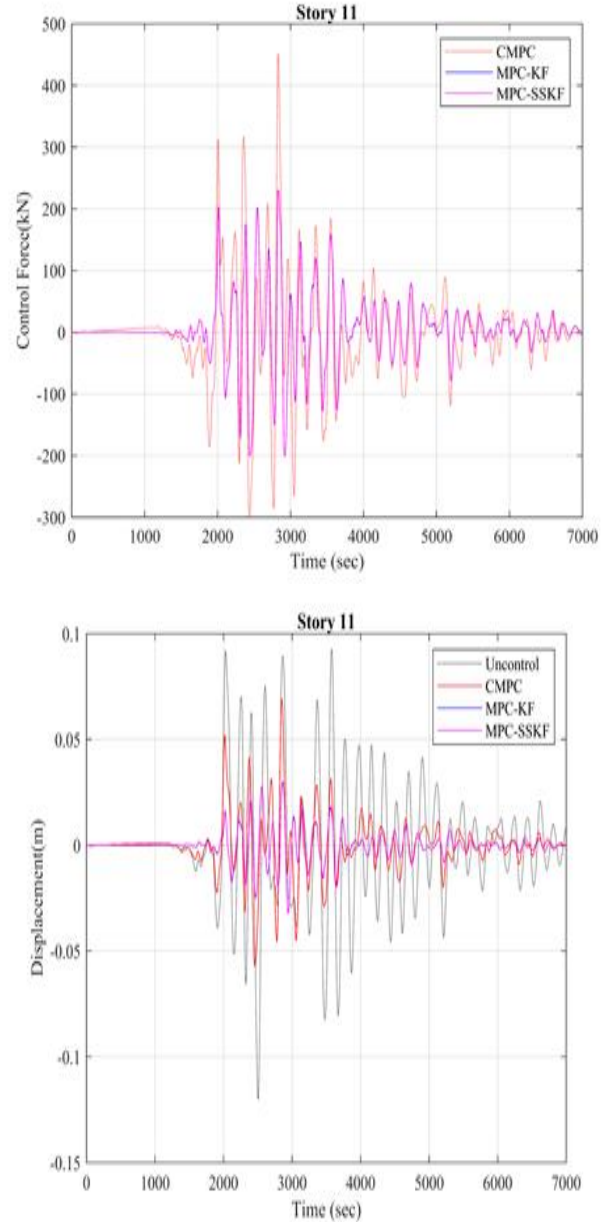


Fig. 1 The time histories of (a) control force and (b) top-story displacement of the studied structure under the Kocaeli earthquake

To further assess the influence of the Kalman-based estimators on enhancing MPC prediction, a detailed quantitative comparison among the three control algorithms was performed. The maximum values of top-story displacement, velocity, acceleration, and control force for both earthquake excitations are summarized in Table 1 for uncontrolled and controlled cases. Simulation results indicate that the CMPC algorithm achieved a reduction of 38% in peak displacement under the Loma

Prieta record and 64% in acceleration under the Kocaeli record. In contrast, the MPC-KF and MPC-SSKF algorithms demonstrated substantial performance enhancement, achieving reductions of 68% and 68%, and 73% and 72%, respectively. These results confirm the positive contribution of Kalman filtering to the prediction stage of the MPC framework. Furthermore, this improvement was accompanied by a notable decrease in control effort, with the MPC-KF and MPC-SSKF requiring approximately 48% and 38% less control force under the Kocaeli and Loma Prieta earthquakes, respectively. Given the similar dynamic performance of the MPC-KF and MPC-SSKF algorithms, their computational efficiency was further compared in terms of execution time and memory consumption, as reported in Table 2. The comparison reveals the superior performance of the SSKF in terms of computational speed relative to the standard KF. Although the initial computational requirements of both filters are nearly identical, the SSKF demonstrates higher memory efficiency in practice, owing to the elimination of iterative updates of covariance matrices and gain factors.

Table 1. Maximum top-story responses and control forces of the studied structure.

Method	Parameter	Kocaeli	Loma Prieta
Uncontrolled	Displacement (m)	0.0927	0.1234
	Acceleration (m/s ²)	5.8114	11.7795
CMPC	Displacement (m)	0.0691	0.0753
	Acceleration (m/s ²)	2.2543	5.0940
	Control Force (kN)	450	500
MPC-KF	Displacement (m)	0.0294	0.0389
	Acceleration (m/s ²)	1.5492	3.4124
	Control Force (kN)	230	310
MPC-SSKF	Displacement (m)	0.0300	0.0391
	Acceleration (m/s ²)	1.5795	3.4292
	Control Force (kN)	230	310

Table 2. Computational time and memory complexity for KF and SSKF.

Algorithm	Time Complexity	Memory Complexity
KF	$O(n^3 + m^3 + m^2n + mn^2)$	$O(n^2 + m^2 + mn)$
SSKF	$O(n^2 + mn)$	$O(n^2 + m^2 + mn)$

Overall, the results demonstrate that integrating Kalman-based estimation into the MPC framework substantially enhances both control accuracy and computational efficiency. In particular, MPC-SSKF achieves performance comparable to MPC-KF while significantly reducing computational demand.

4- Conclusion

This study examined the enhancement of predictive performance and reduction of control effort in the CMPC algorithm through the integration of Linear KF and SSKF. The framework was applied to a shear building equipped with active tendon dampers under two earthquake records. The key findings are:

- MPC-SSKF significantly improves prediction accuracy while substantially reducing computational complexity.
- The required control force is reduced by up to 57% compared with conventional MPC.
- MPC-SSKF achieves comparable performance to MPC-KF while using approximately 105 fewer prediction steps, demonstrating computational efficiency.
- With its lower computational demand and consistent control performance, MPC-SSKF provides an efficient solution for real-time seismic vibration control.

Overall, the results highlight the superior practical applicability of MPC-SSKF over CMPC, underscoring its potential for deployment in active control systems for high-rise structures.



کنترل ارتعاشات سازه با استفاده از کنترل پیش‌بین مدل بهبودیافته با فیلتر کالمن*

مقاله پژوهشی

مرتضی قربانی عوری^(۱) امین قلی‌زاد^(۲)  مونا شعاعی پرچین^(۳)

DOI: 10.22067/jfeci.2025.94471.1362

چکیده کنترل پیش‌بین مدل به خانواده‌ای از کنترلگرها اطلاق می‌شود که از مدل پیش‌بینی شده پاسخ سیستم در محاسبه نیروی کنترلی استفاده می‌کنند. حضور عدم قطعیت در معادلات و شبکه‌های جمع‌آوری داده در مسائل عملی گریزناپذیر است و عملکرد سیستم را در پیش‌بینی رفتار آینده و محاسبات نیروهای کنترل دچار اشکال می‌کند. برای غلبه بر این مشکل می‌توان از فیلتر کالمن حالت ماندگار در پیش‌بینی پاسخ سیستم دینامیکی استفاده کرد که کارایی آن در کاهش پیچیدگی محاسباتی و کاهش افق پیش‌بین، که انتظار می‌رود منجر به بهبود عملکرد کنترل گردد، تا کنون مورد مطالعه قرار نگرفته است. در پژوهش حاضر با هدف بهبود گام‌های پیش‌بینی کنترلگر پیش‌بین مدل، ارتعاشات دینامیکی سازه برشی یازده طبقه مجهز به میراگر تاندون فعال با الگوریتم پیش‌بین مدل ترکیب شده با فیلتر کالمن خطی حالت ماندگار کنترل شده است. نتایج نشان می‌دهد که کنترل پیش‌بین مدل بهبود یافته با فیلتر کالمن حالت ماندگار با گام‌های محاسباتی کمتر (۱۰۵ گام محاسباتی کمتر) نسبت به الگوریتم متعارف پیش‌بین مدل، پاسخ تغییر مکان سازه تحت زلزله کوجالی را بهبود بخشیده و مقادیر نیروهای کنترلی را تا ۵۷ درصد کاهش داده است.

واژه‌های کلیدی افق پیش‌بین، الگوریتم پیش‌بین مدل، فیلتر کالمن حالت ماندگار، کنترل ارتعاشات، میراگر تاندون فعال.

Control of Structural Vibrations Using Improved Model Predictive Control with Kalman Filter

Morteza Ghorbani-ouri

Amin Gholizad

Mona Shoaee-parchin

Abstract Model Predictive Control (MPC) refers to a family of controllers that utilize a predicted model of the system response in calculating control forces. The presence of uncertainties in equations and data acquisition networks is inevitable in practical problems and can impair the system's performance in predicting future behavior and computing control forces accurately. To overcome this issue, a steady-state Kalman filter can be used to predict the response of dynamic systems. However, its effectiveness in reducing computational complexity and decreasing the prediction horizon, which is expected to improve control performance, has not yet been thoroughly investigated. In the present study, aiming to reduce the prediction steps of the MPC, the dynamic vibrations of an eleven-story shear structure equipped with active tendon dampers were controlled using a MPC algorithm combined with a steady-state linear Kalman filter. The results indicate that the improved Model Predictive Controller with the steady-state Kalman filter, with fewer computational steps (105 fewer computational steps), reduce the structural displacement response under the Kocaeli earthquake and reduces control force magnitudes by up to 57% compared with the conventional Model Predictive Control algorithm.

Key words Active Tendon, Model Predictive Control, Prediction Horizon, Steady-State Kalman Filter, Vibration Control.

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۴/۴/۲۵ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۴/۹/۸ می‌باشد.

(۱) دانشجوی دکتری سازه، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه محقق اردبیلی.

(۲) نویسنده مسئول، استاد گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل.

(۳) دانشجوی دکتری سازه، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه محقق اردبیلی.

مقدمه

با توجه به تقاضای روزافزون برای ساخت سازه‌های بلند، کنترل ارتعاشات ناشی از زلزله و سایر نیروهای دینامیکی بیش از هر زمان دیگری اهمیت می‌یابد. سامانه‌های کنترل ارتعاش را می‌توان به گروه‌های غیرفعال، فعال و هیبریدی طبقه‌بندی کرد. اگر چه در کاربرد کنترل ارتعاش فعال سازه‌ها تحت تحریک زلزله انتقاداتی وجود دارد، اما پژوهشگران در سال‌های اخیر علاقه فزاینده‌ای به این حوزه از تحقیقات نشان داده‌اند [1]. روش‌های کنترل فعال هم برای ارتعاشات گذرا و هم برای ارتعاشات با محدوده فرکانسی وسیع بسیار مؤثر هستند که تاندون‌های فعال یکی از قابل اطمینان‌ترین مکانیزم‌های فعال به شمار می‌آیند [2]. اگر چه سامانه‌های کنترل فعال به دلیل توانایی بالا در پاسخ‌گویی به تحریکات ناشی از باد و زلزله مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته‌اند، لیکن روش‌های غیر فعال نظیر استفاده از میراگرهای جرمی تنظیم شونده (TMD) برای بهبود عملکرد لرزه‌ای سازه‌ها نیز مورد استقبال محققان بوده است از جمله پژوهش محبی و همکاران [3] در مورد بهینه‌سازی میراگر جرمی چندگانه (MTMD) مبتنی بر الگوریتم ژنتیک؛ پورزینلی و همکاران [4] عملکرد TMD بهینه شده تحت زلزله‌های مختلف و خدایی و تیموری [5] که تأثیر پارامترهای جرم و ارتفاع نصب TMD را در کنترل ارتعاشات ناشی از باد مطالعه کردند. در جدیدترین پژوهش‌های این حوزه، زربیلی‌نژاد و قلی‌زاد [6] سامانه ترکیبی جداساز لرزه‌ای و TMD و محمودآبادی و حسنی [7] عملکرد TMD نسبت به میراگر جرمی اصطکاکی (FTMD) را مورد مطالعه قرار دادند.

یکی از چالش‌های استفاده از ابزارهای کنترل فعال توسعه یک الگوریتم کارآمد برای محاسبه نیروی کنترل است. از جمله الگوریتم‌های خطی می‌توان به PID (Proportional-Integral-Derivative)، H_∞ ، (Linear Quadratic) LQG، (Linear Quadratic Regulator) LQR، (Gaussian Model Predictive Control) اشاره کرد. در کنار الگوریتم پرکاربردی همچون LQR، کنترلگر بهینه پیش‌بین مبتنی بر مدل معرفی شده است که با اضافه کردن بخش پیش‌بینی پاسخ به معادلات LQR سعی در بهبود عملکرد این الگوریتم دارد. این الگوریتم عموماً در کنترل صنایع شیمیایی، خودروسازی و هوافضا به کار برده شده و به ندرت در مطالعات مهندسی سازه

مورد استفاده قرار گرفته است. هولکار و غماره [8] به معرفی تکنیک‌های MPC، رابطه MPC با LQR و عملکرد MPC در سیستم‌های غیر خطی پرداختند. کنترل پیش‌بین مدل از یک مدل خطی و یک تابع هدف درجه دوم استفاده می‌کند. در غیاب قیدهای نامساوی در سیستم، MPC معادل کنترل LQR است و در افق‌های پیش‌بین طولانی، عملکرد آن به طرح کنترل H_2 نزدیک می‌شود. طرح MPC هم‌چنین مزایایی در سرعت و کارایی محاسباتی، اجرای برخط، جبران ذاتی تأخیرهای زمانی و ارضای قیود ارائه می‌دهد [9]. بنائی و علامتیان [10] یک روش کنترل فعال نوین مبتنی بر الگوریتم ژنتیک بهبود یافته ارائه کردند که با تعیین نیروهای کنترلی بهینه در هر گام زمانی، منجر به کاهش چشمگیر دامنه نوسان‌های سازه تحت تحریک زلزله گردید. این پژوهش با در نظرگیری اثر تأخیر زمانی در فرایند کنترل و ارائه یک تابع هدف مقید عملکرد کنترلر را در مقایسه با روش LQR بهبود بخشیده است. مئی و همکاران [9, 11, 12] کنترل پیش‌بین مدل بلادرنگ را برای کاهش پاسخ سازه تحت بارهای ناشی از زلزله معرفی کردند. همچنین نسخه‌ای از MPC مبتنی بر بازخورد شتاب ارائه کردند و از MPC برای کنترل ارتعاشات سازه تحت تحریک باد استفاده کردند. مطالعه لانا و روتنا [13] منجر به ارائه روشی شده است که حساسیت عملکرد MPC به عدم دقت مدل را به حداقل می‌رساند. الگوریتم کنترل پیش‌بین مدل اصلاح شده برای کاهش تعداد سنسورها در پیاده‌سازی واقعی توسط یانگ و همکاران [14] فرمول‌بندی گردید. اثر تأخیر زمانی در الگوریتم MPC بر روی سازه مجهز به میراگر MR (Magnetorheological) توسط کیو و لی [15] مورد مطالعه قرار گرفته است. اولیویرا و همکاران [16] یک استراتژی کنترل پیش‌بین مدل را در ارتباط با الگوریتم‌های کنترل نیمه‌فعال برای کنترل ارتعاشات سازه‌های جداسازی شده از پایه دارای میراگرهای سیال نیمه‌فعال در معرض بارهای زلزله پیشنهاد کردند. پنگ و همکاران [17] یک نسخه سریع از کنترل پیش‌بین مدل با در نظر گرفتن اشباع محرک برای سازه‌های بزرگ مقیاس پیشنهاد دادند و کنترل پیش‌بین مدل سریع و دقیق برای سازه‌های بزرگ مقیاس توسط چن و همکاران [18] ارائه شده است. برای انتخاب پارامترهای بهینه الگوریتم MPC، اورکیدز و همکاران [19] از الگوریتم بهینه‌سازی (Nondominated Sorting Genetic Algorithm II) استفاده کردند و موفق شدند

در همین راستا، عزیزپور و همکاران [28] برای ارتقای کارایی کنترل در حضور عدم قطعیت‌ها و اشباع محرک‌ها، یک طرح ترکیبی شامل MPC و LQR مبتنی بر فیلتر مقاوم H ∞ را ارائه کردند. این چارچوب با فراهم ساختن امکان تخمین بهینه پاسخ‌های سازه‌ای، بر روی یک سازه فولادی ۲۰ طبقه مجهز به میراگر جرمی تنظیم شده فعال مورد ارزیابی قرار گرفت بطحایی و زهرایی [29] نیز با در نظر گرفتن رفتار غیرخطی سازه و اثر تأخیر زمانی، به بررسی کنترل ارتعاش یک سازه ۱۱ طبقه مجهز به میراگر MR و TMD (Tuned Mass Damper) پرداختند. در این مطالعه، دو رویکرد شامل سیستم استنتاج فازی و کنترل پیش‌بین الگوریتمی مدل (MAC) (Model Algorithmic Control) به کار گرفته شد.

فیلتر کالمن توسط رودولف ای. کالمن [30] توسعه یافته است. فیلترهای کالمن به عنوان روشی ریاضی می‌توانند با کاهش خطای جذر میانگین مربعات، حالت‌ها را تخمین بزنند. این ابزار کاربردهای گسترده‌ای در فناوری‌های فضایی و نظامی [31]، رباتیک و برنامه‌های کاربردی کنترل مسیر [32]، تکنیک ردیابی ترکیبی [33]، پردازش داده‌های پویا [34]، ادغام داده‌های سنسورهای ناوبری [35]، انطباق پیوند رادیویی موبایل توسط پیش‌بینی وضعیت کانال رادیویی [36]، شبکه‌های عصبی مصنوعی [37] و طراحی کنترل‌کننده‌های ترکیبی مختلف [38] دارد.

همان طور که پیش‌تر اشاره شد، تا کنون مطالعات متعددی در زمینه بهبود عملکرد الگوریتم MPC انجام شده است؛ با این حال، پژوهش‌ها منحصراً به بهبود دقت پیش‌بینی پاسخ‌ها و یا کاهش نیروی کنترلی اختصاص یافتند ولیکن تحقق همزمان هر دو هدف مورد مطالعه قرار نگرفته است. از طرفی حجم بالای محاسبات کنترل توسعه روشی بهینه از نقطه نظر پیچیدگی محاسباتی را ضروری می‌نماید. در راستای تحقق اهداف اولیه، ترکیب الگوریتم فیلتر کالمن خطی با کنترل پیش‌بین مدل (MPC-KF) (Model Predictive Control-Kalman Filter) می‌تواند رویکردی مؤثر در بهبود عملکرد پیش‌بینی سیستم باشد. با این حال، ترکیب فیلتر کالمن با کنترل پیش‌بین دارای چالش‌هایی از جمله پیچیدگی معادلات (به دلیل ساختار پیچیده هر دو الگوریتم) و افزایش حجم محاسبات است که به حافظه ذخیره‌سازی زیادی نیاز دارد. برای غلبه بر این محدودیت‌ها و

زمان صرف شده برای تنظیم پارامترهای الگوریتم MPC را کاهش دهند و عملکرد بهتری از این کنترلگر ارائه کنند. نسخه مقاوم الگوریتم پیش‌بین مدل (Robust Model Predictive Control) (RMPC) در برج مرتفع روتوایل در برابر ارتعاش ناشی از باد توسط کوتسولوکاس و همکاران [20] مورد مطالعه قرار گرفته است. طرح کنترلگر پیش‌بین مدل مبتنی بر تابع لاگر (LOMPC) (Laguerre Functions and MPC) توسط زاراته و همکاران [21] پیشنهاد شده و روی یک سازه سه طبقه مورد آزمایش قرار گرفته است. بر همین اساس درگونا و همکاران [22] انواع روش‌های بهینه‌سازی را با حداقل کردن تابع هدف MPC مورد بررسی و آزمون قرار دادند. طرح کنترل پیش‌بین توسعه یافته توسط بهرامی‌راد و همکاران [23] پیشنهاد شده که بر اساس مدل آماری تحریک، گام بعدی زلزله را پیش‌بینی و در معادلات دخیل می‌کنند. کنترل ارتعاشات برج روتوایل ناشی از باد، کنترل هیبریدی فعال - غیر فعال و الگوریتم MPC و LQR توسط کوتسولوکاس و همکاران [24] استفاده شده است که الگوریتم MPC در کاهش ارتعاشات دینامیکی عملکرد مطلوب‌تری داشته است. در مطالعه‌ای، برای تنظیم بهینه ماتریس‌های وزنی، افق پیش‌بین و افق کنترل از روشی موسوم به MPCT (Model Predictive Control Tuning) استفاده شده و نشان داده شده است که این الگوریتم هزینه‌های محاسباتی پایین‌تری در یافتن پارامترهای تنظیم MPC دارد و با اختصاص قابلیت تطبیق‌پذیری به الگوریتم آن را قادر می‌سازد تا با مسیر پاسخ مدنظر تعریف شده توسط طراح سازگار شود [25]. آلوارز و همکاران [26] میراگر جرم فعال و نسخه‌ای از الگوریتم کنترلی MPC را در یک قاب سه طبقه برشی کوچک مقیاس به کار گرفتند که نیروهای کنترل را بر مبنای فرکانس‌های طبیعی سازه محاسبه می‌کند. فنگ و همکاران [27] با تمرکز بر سازه‌های تنسگریتی (Tensegrity Structures) که به دلیل رفتار غیر خطی هندسی و محدودیت محرک‌ها کنترل ارتعاشات آن‌ها همواره چالش‌برانگیز است، استراتژی کنترل پیش‌بین مدل سریع (FMPC) (Fast Model Predictive Control) را توسعه دادند. این رویکرد با بهره‌گیری از فرم صریح روش نیومارک، نیاز به محاسبه ماتریس نمایی و تشکیل معادله فضای حالت را برطرف کرد و با استفاده از الگوریتم ازدحام ماهی مصنوعی (AFSA) (Artificial Fish Swarm Algorithm) جای‌گذاری بهینه عملگرها را محقق نمود.

در این رابطه، M ، C و K ماتریس‌های $(n \times n)$ جرم، میرایی و سختی سازه هستند. $\dot{x}$ و $\ddot{x}$ به ترتیب بردارهای $(n \times 1)$ جابه‌جایی، سرعت و شتاب، B_1 ماتریس $(n \times n)$ موقعیت عملکرد کنترلی در سازه، u بردار $(n \times 1)$ نیروی کنترلی، E_1 بردار $(n \times 1)$ اثر نیروی خارجی و w شتاب زمین است. n تعداد درجات آزادی سازه است و رابطه (۱) در شکل فضای حالت (SS) (State-Space) به صورت رابطه (۲) نوشته می‌شود [14]:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = A_{SS}z(t) + B_{SS}u(t) + E_{SS}w(t) \\ y(t) = C_{SS}z(t) \end{cases} \quad (2)$$

A_{SS} ، B_{SS} ، E_{SS} و C_{SS} به ترتیب ماتریس‌های سیستم، ورودی نیروی کنترلی، نیروی زلزله و خروجی طبق روابط (۳) الی (۶) است و z بردار حالت است که از رابطه (۷) به دست می‌آید [14]:

$$A_{SS} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}_{(2n \times 2n)} \quad (3)$$

$$B_{SS} = ([0 \quad M^{-1}B_1]^T)_{(2n \times n)} \quad (4)$$

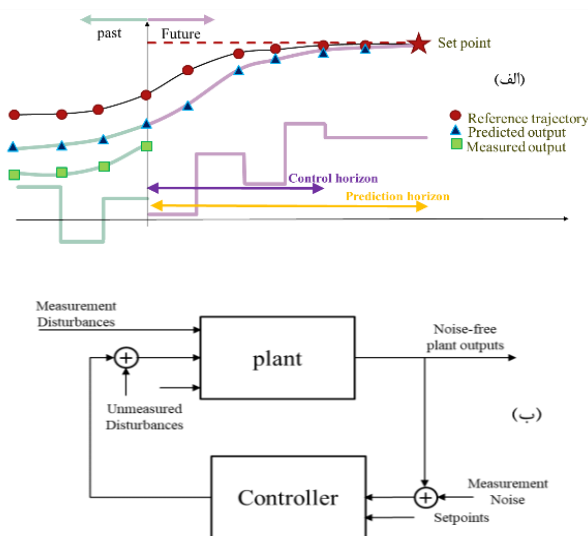
$$E_{SS} = ([0 \quad M^{-1}E_1]^T)_{(2n \times n)} \quad (5)$$

$$C_{SS} = [0 \quad I]_{(3n \times 2n)} \quad (6)$$

$$z = [x \quad \dot{x}]^T_{(1 \times 2n)} \quad (7)$$

الگوریتم کنترل پیش‌بین مدل

نمودار بلوکی سیستم کنترل مبتنی بر مدل و شمای کلی طرح CMPC در شکل (۱) ارائه شده است.



شکل ۱ الف) شمای کلی طرح CMPC و ب) نمودار بلوکی سیستم کنترل مبتنی بر مدل [39]

دستیابی به هدف تسریع محاسبات، استفاده از فیلتر کالمن حالت ماندگار در ترکیب با الگوریتم کنترل پیش‌بین مدل (MPC-SSKF) (Model Predictive Control-SteadyState Kalman) (SSKF SteadyState) پیشنهاد می‌شود. مزیت اصلی (SSKF SteadyState) (Filter Kalman) نسبت به فیلتر کالمن معمولی (KF) (Kalman Filter) در نحوه محاسبه بهره فیلتر است. در الگوریتم SSKF، با فرض خطی و مستقل از زمان بودن سیستم (LTI) (Linear Time Invariant)، بهره فیلتر در طول زمان ثابت در نظر گرفته می‌شود. این ویژگی موجب کاهش حجم محاسبات، ساده‌سازی فرایند حل و کاهش نیاز به حافظه ذخیره‌سازی می‌گردد. بنابراین، در کاربردهای واقعی که سرعت محاسبات و استفاده بهینه از حافظه اهمیت بالایی دارد، استفاده از ترکیب MPC-SSKF به مراتب کارتر از روش MPC-KF خواهد بود. از این رو، بررسی تأثیر این دو الگوریتم در فرایند محاسبات الگوریتم CMPC (Conventional Model Predictive Control) اهمیت ویژه‌ای دارد. مطالعه حاضر با هدف کنترل ارتعاشات سازه‌های مجهز به میراگر تاندون فعال (AT) (Active Tendon) با استفاده از الگوریتم CMPC در ترکیب با دو فیلتر KF و SSKF انجام می‌گیرد. در این پژوهش، میزان تأثیر فیلترهای KF و SSKF بر بهبود گام‌های پیش‌بینی، کاهش نیروی کنترلی و همچنین برطرف‌سازی پیچیدگی محاسبات و کاهش نیاز به حافظه ذخیره‌سازی در الگوریتم MPC-SSKF نسبت به MPC-KF مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. برای انجام تحلیل عددی، یک قاب برشی یازده طبقه مجهز به میراگر AT در تمامی طبقات تحت تحریک زلزله‌های حوزه دور و نزدیک مورد بررسی قرار می‌گیرد. با تنظیم ماتریس‌های وزنی، افق‌های کنترلی و پیش‌بینی، و اعمال قیود مربوط به نیروی کنترلی، عملکرد الگوریتم‌های مورد نظر از نظر دقت پیش‌بینی، کارایی کنترلی، زمان اجرا و میزان حافظه مصرفی مقایسه و تحلیل خواهد شد.

معادلات حرکت سازه

معادله دینامیکی ارتعاش یک قاب برشی n طبقه مجهز به مکانیزم کنترلی فعال تحت تحریک زلزله مطابق رابطه (۱) است [14].

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = B_1u(t) + E_1w(t) \quad (1)$$

A, B و C در رابطه (۱۳) ماتریس‌های افزوده (Augmented Matrix) هستند و باعث می‌گردند که خطای حالت ماندگار سیستم به صفر میل کند. متغیرهای حالت گام بعدی (آینده) در الگوریتم CMPC مطابق با مجموعه پارامترهای کنترل به صورت متوالی بر اساس رابطه (۱۷) محاسبه می‌شوند. لازم به ذکر است که تمامی متغیرهای پیش‌بینی شده با در نظر گرفتن اطلاعات فعلی متغیر حالت $z(k_i)$ و نیروی کنترل آینده $\Delta u(k_i + j)$ فرمول‌بندی می‌شوند که $j = 0, 1, \dots, N_c - 1$ [39].

$$\begin{aligned} y(k_i + 1|k_i) &= CAz(k_i) + CBu(k_i) \\ y(k_i + 2|k_i) &= CAz(k_i + 1|k_i) + CB\Delta u(k_i) \\ &= CA^2z(k_i) + CAB\Delta u(k_i) + CB\Delta u(k_i + 1|k_i) \\ &\vdots \\ y(k_i + N_p|k_i) &= CA^{N_p}z(k_i) + CA^{N_p-1}B\Delta u(k_i) + CA^{N_p-2}B\Delta u(k_i + 1) + \dots + CA^{N_p-N_c}B\Delta u(k_i + N_c - 1) \end{aligned} \quad (17)$$

روابط فوق می‌توانند در حالت فشرده ماتریسی ادغام گردند. نحوه تشکیل ماتریس‌ها در روابط (۱۸ تا ۲۲) ارائه شده است [39]:

$$Y = FZ + \Phi\Delta U \quad (18)$$

$$Y = [(k_i + 1|k_i) \quad (k_i + 2|k_i) \quad \dots \quad (k_i + N_p|k_i)]^T \quad (19)$$

$$\Delta U = [\Delta u(k_i) \quad \Delta u(k_i + 1) \quad \dots \quad \Delta u(k_i + N_c - 1)]^T \quad (20)$$

$$F = [CA \quad CA^2 \quad CA^3 \quad \dots \quad CA^{N_p}]^T \quad (21)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CA & CB & 0 & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & C_d B_d & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & CA^{N_p-3}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix} \quad (22)$$

سپس تابع هزینه درجه دو رابطه (۲۳) تشکیل می‌گردد [39].

$$J = (R_s - Y)^T \bar{Q} (R_s - Y) + \Delta u^T \bar{R} \Delta u \quad (23)$$

اگر حالت‌های سیستم از گام صفر تا k بر مبنای مشاهدات و اندازه‌گیری‌ها و تلاش کنترلی از گام صفر تا $(k - 1)$ بر مبنای محاسبات در دسترس باشند، هدف، محاسبه تلاش‌های کنترلی از گام زمانی k تا $k + p$ است به طوری که خروجی سیستم در بازه $[k, k + p]\Delta t$ تا حد ممکن به خروجی مرجع نزدیک باشد. برای این کار باید خروجی در گام زمانی k تا $k + p$ با توجه به مشخص بودن مدل دینامیکی سیستم پیش‌بینی شده و در محاسبات نیروی کنترل به کار گرفته شود. پارامتر p افق پیش‌بینی است و در واقع طول بازه پیش‌بینی را نشان می‌دهد. در نتیجه عملیات پیش‌بینی، تلاش‌های کنترلی در طول افق کنترل محاسبه گردیده ولی اولین تلاش کنترلی محاسبه شده به سیستم اعمال می‌شود که به این قاعده، اصل افق کاهنده (Receding Horizon) می‌گویند. روند توسعه معادلات CMPC در ادامه ارائه شده است [39].

$$z(k + 1) = A_d z(k) + B_d u(k) \quad (8)$$

$$y(k) = C_d z(k) \quad (9)$$

در فرایند گسسته‌سازی معادلات فضای حالت [40]:

$$A_{d(2n \times 2n)} = (I + A_{ss}T_s/2)(I - A_{ss}T_s/2)^{-1} \quad (10)$$

$$B_{d(2n \times n)} = (I - A_{ss}T_s/2)^{-1} B_{ss} \sqrt{T_s} \quad (11)$$

$$C_{d(3n \times 2n)} = \sqrt{T_s} C_{ss} (I - A_{ss}T_s/2)^{-1} \quad (12)$$

A_d و B_d به ترتیب ماتریس‌های سیستم، ورودی نیروی کنترل و خروجی هستند. $z(k)$ ، $z(k + 1)$ ، $u(k)$ و $y(k)$ به ترتیب بردارهای حالت مربوط به گام‌های k و $k + 1$ ، ام، نیروی کنترل و خروجی هستند. T_s گام زمانی نمونه‌برداری است و اندیس d حضور ماتریس‌ها را در فضای گسسته بیان می‌کند [39].

$$\begin{cases} z(k + 1) = A_d z(k) + B_d u(k) \\ y(k) = C_d z(k) \end{cases} \quad (13)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_d & 0^T \\ C_d A_d & I \end{bmatrix}_{((3n+2n) \times (3n+2n))} \quad (14)$$

$$B = \begin{bmatrix} B_d \\ C_d B_d \end{bmatrix}_{((3n+2n) \times n)} \quad (15)$$

$$C = [0 \quad I]_{(3n \times (3n+2n))} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} u(k) &\leq u^{\max} \\ -u(k) &\leq -u^{\min} \end{aligned} \quad (29)$$

تابع هدف کنترل بر حسب Δu بهینه شده و قید بر روی u اعمال خواهد شد؛ لذا رابطه (۳۰) در محاسبات وارد می‌گردد [39].

$$\begin{bmatrix} u(k_i) \\ u(k_i + 1) \\ u(k_i + 2) \\ \vdots \\ u(k_i + N_c - 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & I & I & \dots & 0 \\ I & I & I & \dots & 0 \\ I & I & I & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ I & I & \dots & I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k_i) \\ \Delta u(k_i + 1) \\ \Delta u(k_i + 2) \\ \vdots \\ \Delta u(k_i + N_c - 1) \end{bmatrix} + [I \quad I \quad I \quad \dots \quad I]^T u(k_i - 1) \quad (30)$$

برای حل مسئله کنترل پیش‌بین مقید باید از بهینه‌سازی استفاده گردد که در ادامه شرح داده خواهد شد.

بهینه‌سازی مقید با روش Hildreth

الگوریتم Hildreth یک روش ساده و تکراری برای حل مسائل برنامه‌ریزی درجه دوم با قیدهای نامساوی است. این الگوریتم به صورت جزء به جزء عمل می‌کند و نیازی به معکوس‌سازی ماتریس ندارد. در هر تکرار، بردار λ (ضریب‌های لاگرانژ) به‌روزرسانی می‌شود. هر جزء λ_i به گونه‌ای تنظیم می‌شود که تابع هدف کمینه شود. اگر این تنظیم منجر به مقدار منفی برای λ_i شود، آن‌گاه λ_i صفر در نظر گرفته می‌شود. این فرایند برای تمامی اجزای λ تکرار می‌شود تا زمانی که بردار λ به مقدار بهینه همگرا شود. اگر یک چرخه کامل را از بردارهای λ^m تا λ^{m+1} فرض کنیم، این روش را می‌توان به وضوح به صورت رابطه (۳۱) و (۳۲) بیان کرد [39]:

$$\lambda^{m+1} = \max(0, w_i^{m+1}) \quad (31)$$

$$w_i^{m+1} = -\frac{1}{h_{ii}} \left[k_i + \sum_{j=1}^{i-1} h_{ij} \lambda_j^{m+1} + \sum_{j=i+1}^n h_{ij} \lambda_j^m \right] \quad (32)$$

در روابط (۳۱) و (۳۲)، h_{ij} ، $-ij$ امین عنصر در ماتریس حساسیت $H = ME^{-1}M^T$ و k_i ، $-i$ امین عنصر در بردار K

پارامتر مسیر مرجعی است که انتظار می‌رود پاسخ سیستم تحت کنترل را تعقیب نماید که در فرایند کنترل سازه به دلیل اینکه هدف مطلوب دستیابی به پاسخ صفر است پارامتر مسیر مرجع مقدار صفر به خود می‌گیرد. $\bar{Q}$ ماتریس وزنی حالت و $\bar{R}$ ماتریس وزنی نیروی کنترل است و سنگینی کفه بهینه‌سازی به نفع حالت‌ها و یا نیروی کنترل را تعیین می‌کند. با جای‌گذاری عبارات معادل، تابع هزینه به فرم رابطه (۲۴) درمی‌آید و در نهایت این تابع برای به دست آوردن نیروی کنترلی کمینه می‌شود. برای به دست آوردن کمینه J ابتدا اولین مشتق آن نسبت به Δu محاسبه می‌شود و برابر صفر قرار می‌گیرد و در نهایت از حل معادله جبری ریکاتی، نیروی کنترلی طبق رابطه (۲۷) به دست می‌آید [39]:

$$\begin{aligned} J &= (R_s - FZ(k_i))^T \bar{Q} (R_s - FZ(k_i)) - \\ &\quad 2\Delta u^T \Phi^T \bar{Q} (R_s - FZ(k_i)) \Phi + \\ &\quad \Delta u^T (\Phi^T \bar{Q} \Phi + \bar{R}) \Delta u \end{aligned} \quad (24)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta u} = -2\Phi^T \bar{Q} (R_s - FZ(k_i)) + 2(\Phi^T \bar{Q} \Phi + \bar{R}) \Delta u \quad (25)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta u} = 0 \quad (26)$$

$$\Delta U = (\Phi^T \bar{Q} \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \bar{Q} (R_s - FZ(k_i)) \quad (27)$$

قید نیروی کنترل

در کنترل پیش‌بین نامقید محدوده تغییرات کلیه متغیرهای سیستم نامحدود است. در دنیای واقعی این امر به هیچ عنوان صحیح نیست و بسیاری از متغیرهای موجود در سیستم تحت کنترل دارای محدودیت‌های فیزیکی و طراحی مشخصی هستند که لزوماً باید مدنظر قرار گیرند. در کنترل پیش‌بین مدل سه نوع اصلی از قیدهایی وجود دارند که دو نوع اول به قیدهایی مربوط است که بر متغیرهای کنترل $u(k)$ تحمیل می‌شوند و نوع سوم به قیدهای خروجی $y(k)$ یا متغیر حالت $x(k)$ مرتبط می‌گردد. به دلیل اینکه در واقعیت عملگرهای مورد استفاده در سازه نیروی کنترلی محدودی را می‌توانند به سازه اعمال کنند در این مطالعه قید بر روی نیروی کنترلی عملگر اعمال شده است [39].

$$u^{\min(k)} \leq u(k) \leq u^{\max} \quad (28)$$

$u(k)$ نیروی کنترلی، $u^{\max}$ و $u^{\min}$ به ترتیب کران بالا و پایین u هستند. با تفکیک قید موردنظر به دو نامساوی [39]:

حالت، بردار نویز، بردار حالت پیش‌بینی شده، بردار حالت به‌روزرسانی شده و نیروی کنترلی می‌باشد. I ماتریس همانی است. ماتریس‌های H_k ، F_{k-1} و G_{k-1} برای سیستم سازه‌ای ساختمانی LTI ثابت بوده و با زمان تغییر نمی‌کنند، همچنین ماتریس‌های وزنی Q_{k-1} و R_k نیز ثابت در نظر گرفته شده‌اند [41].

$$y_k = H_k x_k + v_k \quad (35)$$

$$P_k^- = F_{k-1} P_{k-1}^+ F_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (36)$$

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \\ = P_k^+ H_k^T R_k^{-1} \quad (37)$$

$$\hat{x}_k^- = F_{k-1} \hat{x}_{k-1}^+ + G_{k-1} u_{k-1} \\ = \text{a priori state estimate} \quad (38)$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - H_k \hat{x}_k^-) \\ = \text{a posteriori state estimate} \quad (39)$$

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^- (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \\ = [(P_k^-)^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k]^{-1} \\ = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (40)$$

فیلتر کالمن حالت ماندگار

در هنگام پیاده‌سازی فیلتر کالمن در عمل، ریاضیات ساده و کاهش میزان حافظه مورد نیاز از اهمیت به‌سزایی برخوردار است. یکی از روش‌های تحقق این امر استفاده از فیلتر کالمن حالت ماندگار است که در ازای یک کاهش مختصر در عملکرد تخمین‌گر، معادلات فیلتر کالمن بسیار ساده‌تر می‌شود و در نتیجه حافظه مورد نیاز بسیار کمتر خواهد بود. یکی از شروط اساسی استفاده از فیلتر کالمن، LTI بودن سیستم (عدم تغییر مشخصات سیستم با گذشت زمان) و دیگری ایستا بودن نویزها (ثابت بودن ماتریس‌های Q و R) است. با در نظر گرفتن ماتریس کوواریانس پیش‌بینی، نویز اندازه‌گیری و بهره کالمن داریم [41]:

$$P_k^+ = P_k^- - K_k (H_k P_k^- + M) \quad (41)$$

$$K_k = (P_k^- H_k^T + M) (H_k P_k^- H_k^T + H_k M + M^T H_k^T + R)^{-1} \quad (42)$$

$\gamma + ME^{-1}F$ است. M ماتریس ضرایب قیود مسئله و E و F ماتریس‌های وزنی هستند ($J = 0.5x^T E x + F^T x$). در رابطه (۳۲) دو مجموعه از مقادیر λ وجود دارد: λ^m و به‌روزرسانی شده آن یعنی λ^{m+1} . در نهایت λ^* همگرا شده، شامل مقادیر صفر یا مثبت ضرایب لاگرانژ است [39]:

$$x = -E^{-1}(F + M^T \lambda^*) \quad (33)$$

$$\lambda_{act}^* = -(M_{act} E^{-1} M_{act}^T)^{-1} (\gamma_{act} + M_{act} E^{-1} F) \quad (34)$$

در رابطه (۳۴) γ_{act} و M_{act} به ترتیب ماتریس ضرایب قیود و بردار حاوی مقادیر مثبت λ^* مربوط به قیدهای فعال هستند.

فیلتر کالمن خطی

فیلتر کالمن در اشکال مختلف آن به وضوح به عنوان یک ابزار اصلی برای تجزیه و تحلیل و حل کلاس وسیعی از مسائل تخمین و پیش‌بینی شناخته شده است. در این مطالعه از ویژگی‌های پیش‌بینی فیلتر کالمن در بهبود الگوریتم CMPC استفاده شده است. فیلتر کالمن با توسعه میانگین و کوواریانس حالت در طول زمان عمل می‌کند و شامل مراحل زیر است:

۱. تهیه مدل ریاضی سیستم که هدف تخمین حالت‌های آن است.
۲. تشکیل معادلات به منظور توصیف روند تغییر میانگین و کوواریانس حالت‌ها با زمان که خود، یک سیستم دینامیکی را تشکیل می‌دهند.
۳. پیاده‌سازی سیستم دینامیکی توسعه میانگین و کوواریانس حالت. این معادلات مبنای استخراج فیلتر کالمن را تشکیل می‌دهند؛ زیرا میانگین حالت، تخمین فیلتر کالمن از حالت سیستم و کوواریانس حالت، تخمین فیلتر کالمن از کوواریانس حالت سیستم است.
۴. به‌روزرسانی میانگین کوواریانس و حالت پس از هر بار اندازه‌گیری.

در ادامه فیلتر کالمن خطی زمان گسسته در قالب یک الگوریتم ارائه می‌شود. در روابط (۲۸) الی (۳۳)، F_{k-1} ، P_k^- ، H_k ، G_{k-1} و P_k^+ ، R_k ، K_k ، Q_{k-1} سیستم، کوواریانس حالت پیش‌بینی شده، حالت سیستم، کوواریانس نویز فرایند، بهره فیلتر کالمن، کوواریانس نویز اندازه‌گیری، کوواریانس حالت به‌روزرسانی شده و ورودی سیستم، همچنین $\hat{x}_k$ ، $\hat{x}_k^-$ ، $\hat{x}_{k-1}^+$ و u_{k-1} به ترتیب بردار

در این پژوهش به منظور افزایش دقت پیش‌بینی پاسخ سازه و کاهش اثر نویز و عدم قطعیت‌ها در الگوریتم کنترل پیش‌بین مدل (CMPC)، از فیلتر کالمن (KF) و فیلتر کالمن حالت ماندگار (SSKF) استفاده شده است. مزیت اصلی KF در مقایسه با سایر روش‌های تخمین، توانایی ارائه تخمین بهینه با حداقل واریانس خطا، سادگی محاسبات و سازگاری آسان با ساختار CMPC است. از آنجا که عملکرد CMPC به دقت مدل پیش‌بینی کننده و برآورد حالت‌ها وابسته است، وجود نویز در اندازه‌گیری‌ها می‌تواند دقت کنترل را کاهش دهد. فیلتر کالمن با ارائه تخمین بهینه و هموار از حالت‌های سیستم، داده‌های تصحیح شده‌ای برای پیش‌بینی در CMPC فراهم می‌کند. برای کاهش پیچیدگی محاسباتی و افزایش سرعت اجرا، در حالت سیستم‌های خطی و نامتغیر با زمان (LTI)، از فیلتر کالمن حالت ماندگار استفاده شده که در آن بهره فیلتر ثابت است. بدین ترتیب، ترکیب MPC-SSKF موجب بهبود دقت پیش‌بینی، کاهش اثر نویز و صرفه‌جویی محاسباتی می‌شود.

سازه مورد مطالعه

مشخصات قاب برشی یازده طبقه [42] مورد مطالعه در جدول (۱) ارائه شده است. همه طبقات سازه به میراگرهای AT مجهز شده‌اند.

جدول ۱ مشخصات جرم و سختی سازه مورد بررسی

طبقه	جرم (ton)	سختی ($\times 10^5 \text{ kN/m}$)
۱	۲۱۵	۴/۸۶
۲	۲۰۱	۴/۷۶
۳	۲۰۱	۴/۶۸
۴	۲۰۰	۴/۵
۵-۷	۲۰۱	۴/۵
۸-۱۰	۲۰۳	۴/۳۷
۱۱	۱۷۶	۳/۱۲

ماتریس میرایی سازه با فرض میرایی رایلی و بر اساس فرکانس‌های طبیعی دو مود اول آن و فرض نسبت میرایی ۵ درصد برای دو مود اول محاسبه می‌گردد. از میان مشخصات میراگر تاندون فعال و ظرفیت اعمال نیروی آن در این مطالعه تأثیرگذار است. این پارامتر در مواجهه با شرایط اشباع میراگر

$$P_{k+1}^- = F P_k^- F^T - F K_k H P_k^- F^T - F K_k M^T F^T + Q \quad (43)$$

با جای‌گذاری روابط (۴۱) و (۴۲) در رابطه (۴۳) و ساده‌سازی آن رابطه (۴۴) به دست می‌آید [41]:

$$P_{k+1}^- = F P_k^- F^T - F(P_k^- H^T + M)(H P_k^- H^T + H M + M^T H^T + R)^{-1}(H P_k^- + M^T)F^T + Q \quad (44)$$

با در دست داشتن P_k^- ، کواریانس گام‌های بعدی P_{k+1}^- قابل دستیابی خواهد بود. به دلیل LTI بودن سیستم اندیس k در پارامترهای F و H حذف شده‌اند. در حالت ماندگار تغییری در ماتریس‌های کواریانس در نظر گرفته نمی‌شوند، بنابراین [41]:

$$P_\infty = \lim_{k \rightarrow \infty} P_{k+1}^- = \lim_{k \rightarrow \infty} P_k^- \quad (45)$$

با توجه به رابطه (۴۵) خواهیم داشت [41]:

$$P_\infty = F P_\infty F^T - F(P_\infty H^T + M)(H P_\infty H^T + H M + M^T H^T + R)^{-1}(H P_\infty + M^T)F^T + Q \quad (46)$$

رابطه (۴۶)، معادله جبری ریکاتی است که با حل آن، می‌توان بهره فیلتر کالمن حالت ماندگار با بعد $(s \times r)$ را از رابطه (۴۷) به دست آورد. s تعداد متغیر حالت و r خروجی سیستم است [41].

$$K_\infty = (P_\infty H^T + M)(H P_\infty H^T + H M_k + M^T H^T + R)^{-1} \quad (47)$$

در نهایت تخمین پیشین و پسین از روابط (۴۸) و (۴۹) انجام می‌پذیرد [41].

$$\hat{x}_k^- = F \hat{x}_{k-1}^+ + G u_{k-1} = \text{a priori state estimate} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^+ &= \hat{x}_k^- + K_\infty (y_k - H \hat{x}_k^-) \\ &= \text{a posteriori state estimate} \end{aligned} \quad (49)$$

فیلتر کالمن حالت ماندگار گام به‌روزرسانی کواریانس‌ها را ندارد و این امر منجر به عدم نیاز به ذخیره‌سازی ماتریس‌های P ، کاهش حافظه ذخیره‌سازی و افزایش سرعت اجرا خواهد شد.

است و رابطه (۵۰) نحوه محاسبه جذر میانگین مربعات (σ) را ارائه می‌کند:

$$RMS_{\sigma} = \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_{t_f}^2)/t_f} \quad (50)$$

جدول ۳ مقادیر افق‌ها و ماتریس‌های وزنی در طراحی کنترلگرها

لوما پریتا (Loma Prieta)	کوجالی (Kocaeli)	زلزله
[۳۵, ۱۰]	[۳۵, ۱۰]	[N _p , N _c]
$10^{-6} \times I_{(N_c \times n) \times (N_c \times n)}$		$\bar{R}$
$Q_d = \text{diag}[Q_d \quad Q_v \quad \dots]_{(N_p \times q) \times (N_p \times q)}$ $1 \times I_{n \times n}, Q_v = 0.1 \times I_{n \times n}$		$\bar{Q}$

جدول ۴ شاخص‌های ارزیابی عملکرد کنترلگرهای مورد استفاده

$J_{1,f} = \frac{\max_{t,f} \delta_{c(t,f)} }{\max_{t,f} \delta_{uc(t,f)} }$	$J_{2,f} = \frac{\max_{t,f} \ddot{x}_{c(t,f)} }{\max_{t,f} \ddot{x}_{uc(t,f)} }$
$J_{3,f} = \frac{\max_{t,f} \dot{x}_{c(t,f)} }{\max_{t,f} \dot{x}_{uc(t,f)} }$	$J_{4,f} = \frac{\max_{t,f} x_{c(t,f)} }{\max_{t,f} x_{uc(t,f)} }$
$J_{5,f} = \frac{\max_{t,f} u(t,f) }{W_f}$	$J_{6,f} = \frac{RMS_{t,f} \delta_{c(t,f)} }{RMS_{t,f} \delta_{uc(t,f)} }$
$J_{7,f} = \frac{RMS_{t,f} \ddot{x}_{c(t,f)} }{RMS_{t,f} \ddot{x}_{uc(t,f)} }$	$J_{8,f} = \frac{RMS_{t,f} \dot{x}_{c(t,f)} }{RMS_{t,f} \dot{x}_{uc(t,f)} }$
$J_{9,f} = \frac{RMS_{t,f} x_{c(t,f)} }{RMS_{t,f} x_{uc(t,f)} }$	$J_{10,f} = \frac{RMS_{t,f} u(t,f) }{W_f}$

معرفی تحریک زلزله

در این مطالعه ارتعاشات سازه مورد مطالعه تحت تحریک زلزله دور از گسل لوما پریتا (Loma Prieta 1989, PEER Database; RSN=752) و زلزله نزدیک گسل کوجالی (Kocaeli 1999, PEER Database; RSN=1176) با مشخصات مندرج در جدول (۵)، کنترل می‌گردد. شکل (۲) و (۳) به ترتیب تاریخچه زمانی تحریکات زلزله را نمایش می‌دهد.

جدول ۵ مشخصات زلزله‌های مورد استفاده برای استخراج از سایت PEER

Δt	PGA (g)	Magnitude	Year	Station Name	Event Name	RSN
۰/۰۰۵	۰/۳۲	۷/۵۱	۱۹۹۹	یاریمجا (Yarimca)	کوجالی	۱۱۷۶
۰/۰۰۵	۰/۵۱	۶/۹۳	۱۹۸۹	کاپیتولا (Capitola)	لوما پریتا	۷۵۲

اهمیت می‌یابد. در این پژوهش از میراگرهای تاندون فعال با ظرفیت ۶۰۰ kN استفاده شده است. فرضیات مورد استفاده در انجام تحلیل‌ها در نرم‌افزار متلب در جدول (۲) ارائه شده است.

جدول ۲ فرضیات مورد استفاده در انجام تحلیل‌ها در نرم‌افزار متلب

روش حل	نوع تحلیل	رفتار سازه	رفتار کنترلگر	روش گسسته‌سازی
Lsim	تاریخچه‌زمانی	خطی	خطی	Tustin

تنظیم ماتریس وزنی و ارزیابی عملکرد کنترلگر

ماتریس‌های وزنی کنترلگر CMPC و مقادیر افق‌ها برای سازه یازده طبقه در جدول (۳) ارائه شده که Q_d ماتریس وزنی حالت-های جابه‌جایی، Q_v ماتریس وزنی حالت‌های سرعت، N_p طول افق پیش‌بین، N_c طول افق کنترل، q خروجی سیستم، c تعداد محرک کنترلی و I ماتریس همانی است. این ماتریس‌ها بر اساس آزمون و خطا تعیین می‌شوند و به منظور بررسی عملکرد کنترلگر پیشنهادی در طول مطالعه ثابت نگه داشته می‌شوند.

شاخص‌های ارزیابی عملکرد کنترلگر به منظور بررسی عملکرد کنترلگر پیشنهادی (MPC-SSKF) محاسبه و گزارش می‌شوند. در جدول (۴) J_1, J_2, J_3, J_4 به ترتیب نسبت ماکزیمم دریافت، شتاب، سرعت، جابه‌جایی و نیروی کنترلی محاسبه شده توسط کنترلگرهای مورد مطالعه به مقادیر کنترل نشده است و J_5 نسبت ماکزیمم نیروی کنترل به وزن سازه است. J_6, J_7, J_8, J_9 و J_{10} نسبت مربعات دریافت، شتاب، سرعت، جابه‌جایی و نیروی کنترلی محاسبه شده توسط کنترلگرها به مقادیر مشابه از سازه کنترل نشده و J_{10} نسبت RMS نیروی کنترل به وزن سازه است. زیرنویس‌های c و uc به ترتیب مربوط به حالت کنترل شده و کنترل نشده هستند. f نماد طبقات سازه و δ دریافت سازه

می‌کند، استفاده می‌شوند؛ به عنوان مثال در مرتب‌سازی حبابی، زمانی که آرایه ورودی از پیش مرتب شده است، زمان صرف شده توسط الگوریتم خطی است، یعنی بهترین حالت؛ اما زمانی که آرایه ورودی در شرایط معکوس قرار دارد، الگوریتم حداکثر زمان را برای مرتب‌سازی عناصر یعنی بدترین حالت صرف می‌کند. وقتی نه آرایه ورودی مرتب شده است و نه ترتیب معکوس دارد به زمان متوسطی نیاز است. این مدت زمان‌ها با سه نماد مجانبی رایج نشان داده می‌شوند:

نماد امگا (Ω) مرز پایینی زمان اجرای یک الگوریتم است؛ بنابراین، بهترین حالت پیچیدگی یک الگوریتم را مشخص می‌کند.

نماد تتا (Θ) تابع را از بالا و پایین محصور می‌کند. از آنجایی که این نماد کران بالایی و پایینی زمان اجرای یک الگوریتم را نشان می‌دهد، برای تجزیه و تحلیل پیچیدگی میانگین حالت یک الگوریتم استفاده می‌شود.

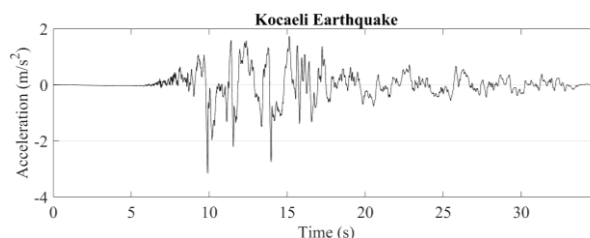
نماد Big-O یا O حد بالایی زمان اجرای یک الگوریتم، یعنی بدترین حالت اجرای الگوریتم را نشان می‌دهد و برای مقایسه پیچیدگی محاسباتی معیاری منطقی به نظر می‌رسد.

از آنجایی که نماد Big-O بدترین زمان اجرای یک الگوریتم را ارائه می‌دهد، به طور گسترده‌ای برای تجزیه و تحلیل یک الگوریتم استفاده می‌شود، زیرا برای ما همیشه بدترین حالت اجرای الگوریتم اهمیت می‌یابد. اطلاعات تکمیلی در مورد پیچیدگی زمانی الگوریتم‌ها در رفرنس‌های [43, 44] قابل دسترسی است.

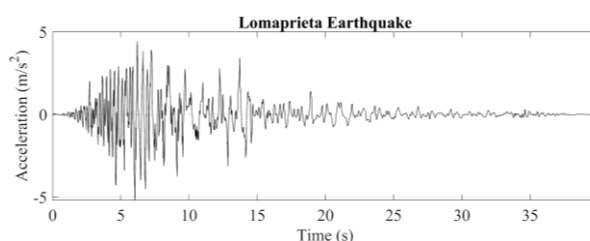
بحث و بررسی

این پژوهش با هدف بررسی کارایی کنترلگر پیشنهادی با کنترل ارتعاشات قاب برشی یازده طبقه تحت تحریک زلزله‌های کوجالی و لوما پریتا انجام شده است. ماتریس‌های وزنی و مقادیر افق کنترل و افق پیش‌بین بر اساس سعی و خطا تنظیم گردیده و در طول بررسی کارایی کنترلگر ثابت نگه داشته شده‌اند. برنامه‌نویسی در محیط متلب انجام شده و از میان نتایج تحلیل، نمودار تاریخچه زمانی تغییر مکان و نیروی کنترل برای طبقات فوقانی سازه‌ها و پیچیدگی محاسباتی (زمان اجرای الگوریتم و میزان حافظه مصرفی) بخش پیش‌بینی MPC-KF و MPC-SSKF گزارش شده‌اند.

RSN شناسه رکورد، Event Name نام زمین‌لرزه، Station نام ایستگاه ثبت داده، Magnitude بزرگی و PGA شتاب حداکثر زلزله را نشان می‌دهند.



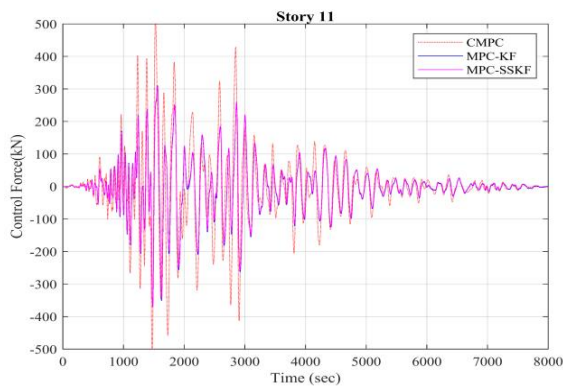
شکل ۲. تاریخچه زمانی زلزله کوجالی



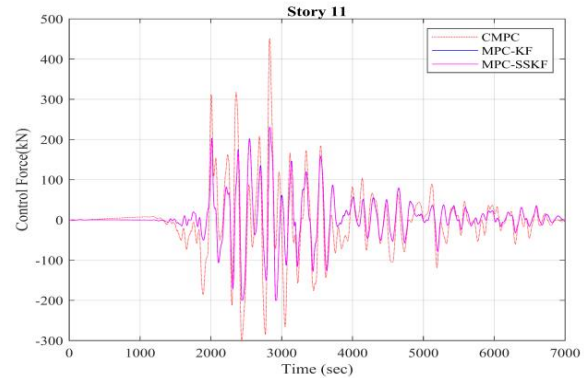
شکل ۳. تاریخچه زمانی زلزله لوما پریتا

مقایسه پیچیدگی محاسباتی

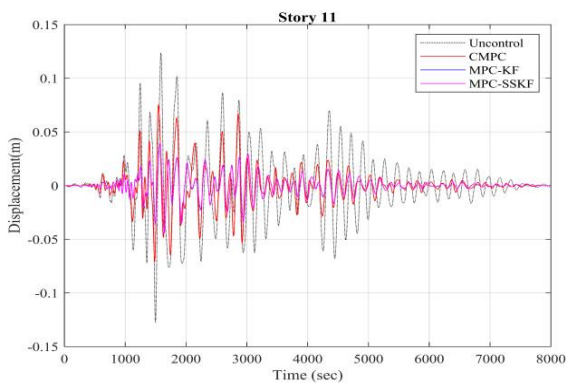
هدف از تحلیل پیچیدگی الگوریتم‌ها، عمدتاً تخمین زمان اجرا یا حافظه مصرفی الگوریتم است. زمان اجرای الگوریتم، معیار مهمی است که بیان می‌کند زمان اجرا و اتمام الگوریتم به ازای یک ورودی مشخص چقدر است. پیاده‌سازی الگوریتم‌ها و اجرای آن در کامپیوتر برای اندازه‌گیری زمان اجرا، کار دشوار و پیچیده‌ای است و پارامترهایی نه چندان مهم نظیر سرعت پردازنده کامپیوتر، زبان برنامه‌نویسی و نحوه پیاده‌سازی الگوریتم در آن تأثیر دارند. بنابراین باید از روشی استفاده شود که مستقل از موارد یاد شده باشد. این روش لزوماً دقیق نیست اما شهود خوبی نسبت به زمان اجرا ارائه می‌کند و مقایسه الگوریتم‌های مختلف با یکدیگر را میسر می‌سازد. روش رایج در تحلیل پیچیدگی الگوریتم‌ها تحلیل مجانبی (asymptotic) می‌باشد. در این روش، زمان اجرا بر حسب اندازه ورودی (n) محاسبه می‌شود و عوامل ثابت نادیده گرفته می‌شوند. منظور از اندازه ورودی میزان فضای لازم برای ذخیره‌سازی ورودی است. نمادهای مجانبی، نمادهای ریاضی هستند که برای توصیف زمان اجرای یک الگوریتم هنگامی که ورودی به سمت یک مقدار خاص یا یک مقدار محدود میل



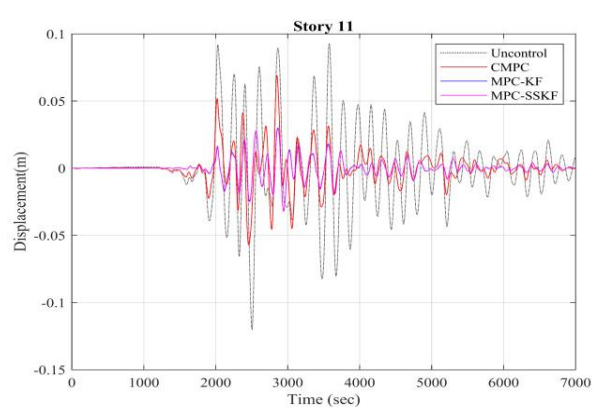
(الف)



(الف)



(ب)



(ب)

شکل ۵ تاریخچه زمانی: (الف) نیروی کنترل و (ب) پاسخ تغییر مکان طبقه فوقانی سازه یازده طبقه تحت تحریک زلزله لوما پریتا

شکل ۴ تاریخچه زمانی: (الف) نیروی کنترل و (ب) پاسخ تغییر مکان طبقه فوقانی سازه یازده طبقه تحت تحریک زلزله کوجالی

لازم به ذکر است الگوریتم‌های MPC-KF و MPC-SSKF با N_p و N_c برابر با کنترلر CMPC، توانسته‌اند پاسخ‌ها را بیشتر از CMPC کاهش دهند، در نتیجه الگوریتم‌های MPC-KF و MPC-SSKF با افق‌های کمتری نسبت به CMPC پاسخ‌ها را کاهش می‌دهند. نمودارهای چرخه‌ای نیرو - تغییر مکان طبقه یازدهم سازه در شکل (۶) ارائه شده‌اند. مطابق نتایج، منحنی‌های حاصل از کنترلگرهای MPC-KF و MPC-SSKF نسبت به CMPC دارای سطح محصور کوچک‌تر و شکل منظم‌تری هستند که بیانگر کاهش مؤثر نیروی کنترلی و بهبود پایداری سیستم است. همچنین، فشردگی حلقه‌های هیستریزس در دو روش پیشنهادی نشان دهنده افزایش میرایی مؤثر و کنترل بهتر پاسخ تغییر مکان در مقایسه با روش پایه است.

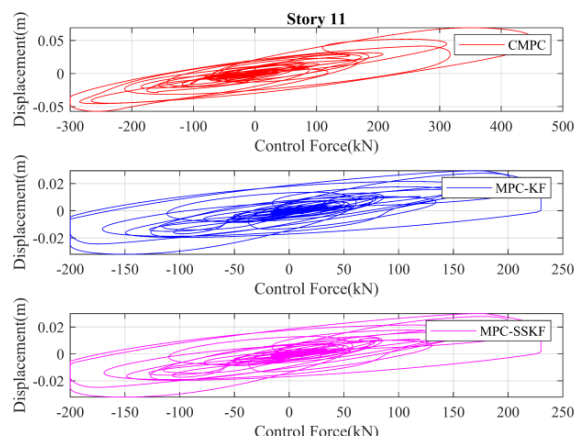
مطابق شکل‌های (۴) و (۵) با اعمال نیروی کنترل محاسبه شده توسط هر سه کنترلر، مقادیر جابه‌جایی طبقه فوقانی سازه یازده طبقه تحت تحریک زلزله‌های کوجالی و لوما پریتا در حالت کنترل شده نسبت به حالت کنترل نشده کاهش قابل ملاحظه‌ای یافته است؛ به طوری که ماکزیمم تغییر مکان در حالت کنترل شده توسط MPC-KF و MPC-SSKF بیش از ۵۰ درصد نسبت به شرایط کنترل نشده سازه کاهش یافته است که این امر حاکی از بهبود پیش‌بینی‌ها توسط کنترلگرهای MPC-KF و MPC-SSKF نسبت به الگوریتم CMPC می‌باشد. همچنین مقایسه بین الگوریتم‌های MPC-KF و MPC-SSKF در کاهش پاسخ‌ها نشان‌دهنده این است که به دلیل اختلاف کمتر، دو کنترلر تقریباً عملکرد یکسانی را دارا هستند.

کوجالی به ترتیب ۲۵، ۶۸ و ۶۷ درصد و مقادیر شتاب به ترتیب ۶۱، ۷۳ و ۷۲ درصد کاهش یافته‌اند. این مقادیر برای زلزله لوما پریتا به ترتیب ۳۸، ۶۸، ۶۸ و ۷۱، ۷۰ درصد کاهش یافته است. همچنین کاهش نیروی کنترلی توسط کنترلگرهای MPC-KF و MPC-SSKF نسبت به کنترلگر CMPC به ترتیب ۴۸ و ۴۸ درصد برای زلزله کوجالی و ۳۸ و ۳۸ درصد برای زلزله لوما پریتا است.

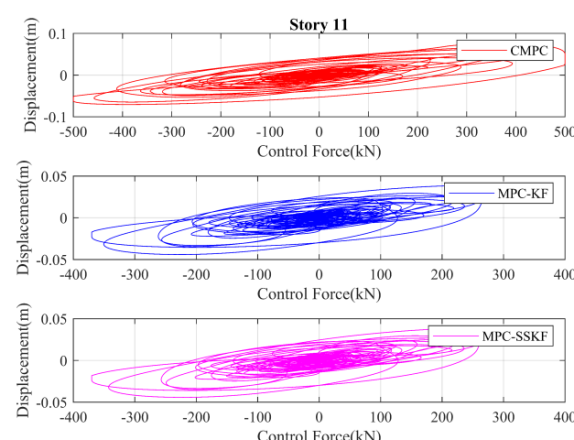
جدول ۶ ماکزیمم پاسخ‌ها و نیروی کنترلی طبقه فوقانی سازه یازده طبقه

روش کنترل	پارامتر محاسبه شده		زلزله ورودی	
	کوجالی	لوما پریتا		
کنترل نشده	تغییر مکان (m)	۰/۰۹۲۷	۰/۱۲۳۴	
	سرعت (m/s)	۰/۶۳۴۰	۰/۹۱۸۴	
	شتاب (m/s ²)	۵/۸۱۱۴	۱۱/۷۷۹۵	
CMPC	تغییر مکان (m)	۰/۰۶۹۱	۰/۰۷۵۳	
	سرعت (m/s)	۰/۵۱۶۲	۰/۷۵۳۵	
	شتاب (m/s ²)	۲/۲۵۴۳	۵/۰۹۴۰	
MPC-KF	نیروی کنترلی (kN)	۴۵۰	۵۰۰	
	تغییر مکان (m)	۰/۰۲۹۴	۰/۰۳۸۹	
	سرعت (m/s)	۰/۳۵۲۹	۰/۴۵۲۱	
MPC-SSKF	تغییر مکان (m)	۰/۰۳۰۰	۰/۰۳۹۱	
	سرعت (m/s)	۰/۳۴۷۵	۰/۴۴۹۵	
	شتاب (m/s ²)	۱/۵۷۹۵	۳/۴۲۹۲	
MPC-SSKF	نیروی کنترلی (kN)	۲۳۰	۳۱۰	
	تغییر مکان (m)	۰/۰۳۰۰	۰/۰۳۹۱	
	سرعت (m/s)	۰/۳۴۷۵	۰/۴۴۹۵	
	شتاب (m/s ²)	۱/۵۷۹۵	۳/۴۲۹۲	
	نیروی کنترلی (kN)	۲۳۰	۳۱۰	

بر اساس نتایج شبیه‌سازی، بیشترین کاهش پاسخ جابه‌جایی سازه توسط الگوریتم CMPC در زلزله لوما پریتا با ۳۸ درصد و بیشترین کاهش پاسخ شتاب سازه در زلزله کوجالی با ۶۴ درصد اتفاق افتاده است که همین درصدها برای الگوریتم‌های MPC-KF و MPC-SSKF به ترتیب (۶۸ و ۶۸) و (۷۲ و ۷۳) درصد است که از بهبود گام پیش‌بینی الگوریتم‌های مذکور حکایت می‌کند. این بهبود پیش‌بینی به ترتیب با ۴۸ و ۳۸ درصد نیروی کنترلی کمتری در زلزله‌های کوجالی و لوما پریتا همراه بوده



(الف)



(ب)

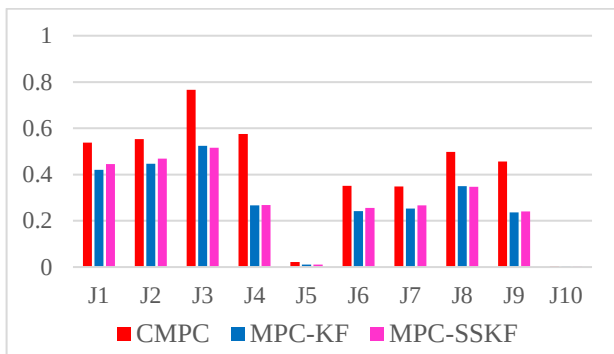
شکل ۶ نمودار نیرو - تغییر مکان طبقه فوقانی سازه یازده طبقه تحت تحریک زلزله: (الف) کوجالی و (ب) لوما پریتا

نتایج اعمال کنترلگرهای CMPC، MPC-KF و MPC-SSKF بر سازه مورد مطالعه عملکرد مناسب آن‌ها را در کاهش ارتعاشات ناشی از تحریکات زلزله تأیید می‌کند. در ادامه با هدف مطالعه تأثیر فیلترهای کالمن بر روند بهبود پیش‌بینی الگوریتم CMPC، مقایسه بین هر سه کنترلگر به صورت عددی انجام شده و نتایج گزارش شده است. بر همین اساس سازه مورد مطالعه تحت تحریک زلزله‌های مذکور قرار گرفته و مقادیر ماکزیمم پاسخ تغییر مکان، سرعت، شتاب و نیروی کنترلی طبقه فوقانی آن‌ها در حالت کنترل نشده و کنترل شده با الگوریتم‌های CMPC، MPC-KF و MPC-SSKF در جدول (۶) ارائه گردیده است.

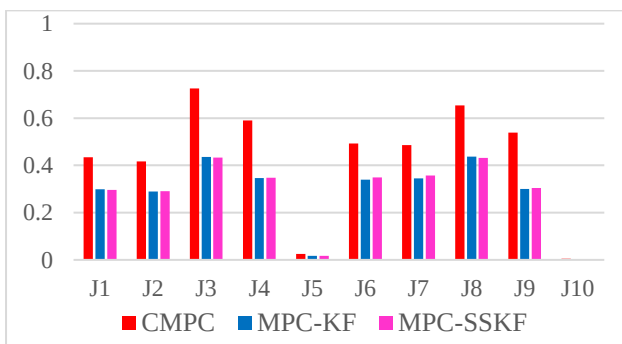
مطابق نتایج جدول (۶) مشاهده می‌شود که ماکزیمم تغییر مکان محاسبه شده توسط الگوریتم‌های CMPC، MPC-KF و MPC-SSKF نسبت به حالت کنترل نشده تحت تحریک زلزله

است.

الگوریتم MPC-SSKF را نسبت به CMPC تأیید می‌کند.



شکل ۷ شاخص‌های ارزیابی عملکرد تحت تحریک زلزله کوجالی



شکل ۸ شاخص‌های ارزیابی عملکرد تحت تحریک زلزله لوما پرتا

همان طور که پیشتر اشاره شد، روش پیچیدگی محاسباتی لزوماً دقیق نیست اما شهود خوبی نسبت به زمان اجرا و میزان حافظه مصرفی ارائه می‌دهد. در این مطالعه نیز از این روش برای مقایسه فیلتر کالمن خطی و فیلتر کالمن حالت ماندگار از لحاظ زمان اجرا و میزان حافظه مصرفی استفاده شده است. پیچیدگی محاسباتی فیلتر کالمن خطی و فیلتر کالمن حالت ماندگار با انجام عملیات ماتریسی در مراحل پیش‌بینی و به‌روزرسانی تعیین می‌شود. در جدول (۸) پیچیدگی زمانی و حافظه برای فرمول‌بندی دو الگوریتم ارائه شده است. در روابط مورد استفاده برای تحلیل پیچیدگی محاسباتی فیلتر کالمن و نسخه حالت ماندگار آن، نماد n نشان دهنده تعداد متغیرهای حالت سیستم است که ابعاد بردار حالت را مشخص می‌کند، و نماد m بیانگر تعداد متغیرهای اندازه‌گیری یا خروجی سیستم است که ابعاد بردار اندازه‌گیری را تعیین می‌کند. همچنین نماد $O(\cdot)$ نشان دهنده مرتبه رشد در نظریه پیچیدگی محاسباتی است و بیان می‌کند که هزینه زمانی یا حافظه‌ای الگوریتم با افزایش اندازه ورودی چگونه

به منظور بررسی تأثیر ویژگی‌های الگوریتم MPC-SSKF در انتخاب پارامترهای الگوریتم کنترل پیش‌بین مدل، تعداد گام‌های افق پیش‌بین با ثابت نگه داشتن مقدار افق کنترل در کنترلگر CMPC تا حدی افزایش یافته است که مقادیر ماکزیمم تغییر مکان سازه برای دو کنترلگر برابر گردد. نتایج این بررسی در جدول (۷) گزارش شده است. مطابق این نتایج، برتری الگوریتم MPC-SSKF در کاهش ماکزیمم پاسخ‌های سازه و نیروی کنترل نسبت به CMPC مشاهده می‌گردد. الگوریتم CMPC برای دستیابی به پاسخ تغییر مکان یکسان با MPC-SSKF، به ترتیب به ۱۰۵ و ۸۰ گام پیش‌بینی بیشتر تحت تحریک زلزله‌های کوجالی و لوماپرتا نیاز دارد که این امر با ۵۷ درصد نیروی بیشتر میسر می‌شود.

جدول ۷ مقایسه تعداد گام‌های افق پیش‌بین و نیروی کنترل

الگوریتم	ماکزیمم پارامتر	زلزله کوجالی	زلزله لوما پرتا
CMPC	تغییر مکان (m)	۰/۰۲۹۹	۰/۰۳۹۵
	نیروی کنترلی (kN)	۵۳۸/۳۸۵۵	۷۲۲/۳۱۳۰
	$[N_p, N_c]$	$[۱۴۰, ۱۰]$	$[۱۰, ۱۱۵]$
MPC-SSKF	تغییر مکان (m)	۰/۰۳۰۰	۰/۰۳۹۱
	نیروی کنترلی (kN)	۲۳۰	۳۱۰
	$[N_p, N_c]$	$[۳۵, ۱۰]$	$[۳۵, ۱۰]$

مطابق نتایج جدول (۶) به دلیل نزدیک بودن مقادیر پیش‌بینی شده توسط دو الگوریتم MPC-KF و MPC-SSKF می‌توان گفت دو الگوریتم عملکرد تقریباً یکسانی از نظر بهبود پیش‌بینی، کنترل پاسخ و کاهش نیروی کنترل دارند. لذا در انتهای این بخش از نظر پیچیدگی محاسباتی و زمانی با یکدیگر مقایسه خواهند شد.

هر چه شاخص‌های ارزیابی عملکرد کنترلگر از عدد یک فاصله بگیرند کاهش پاسخ به نحو مطلوب‌تری اتفاق افتاده است که مطابق شکل‌های (۷) و (۸) همه شاخص‌ها برای هر سه کنترلگر از ۱ کمتر است و نشان دهنده عملکرد بهتر نسبت به حالت کنترل نشده است. همچنین نمودارهای میله‌ای نیز برتری

۲. نیروی کنترلی محاسبه شده توسط الگوریتم‌های MPC-KF و MPC-SSKF نسبت به الگوریتم CMPC کاهش یافته که در این بین MPC-SSKF با ۵۷٪ نیروی کنترلی کمتر نسبت به CMPC در کاهش پاسخ سازه عملکرد مطلوب‌تری داشته است. برتری این امر در کاربردهای عملی که اشباع عملگر اهمیت می‌یابد می‌تواند مؤثر واقع شود.

۳. در الگوریتم CMPC بالا بودن افق پیش‌بینی (Np) نیز نیاز به فضای ذخیره‌سازی را افزایش می‌دهد که در الگوریتم MPC-SSKF به دلیل بهبود پیش‌بینی، با ۱۰۵ گام پیش‌بینی و محاسبات کمتر می‌توان پاسخ‌ها را نسبت به CMPC کاهش داد که این امر موجب صرفه‌جویی در فضای ذخیره‌سازی می‌شود.

۴. الگوریتم MPC-KF دارای پیچیدگی‌هایی در معادلات و حجم محاسبات بالا است که فضای ذخیره‌سازی بیشتری را می‌طلبد. اما در این بین الگوریتم MPC-SSKF با توجه به نتایج این مشکل را کاهش داده است و در کاربردهای عملی که نیاز به فضای ذخیره‌سازی کمتر است، می‌تواند مفید واقع شود.

۵. با توجه به نتایج، الگوریتم MPC-SSKF نسبت به الگوریتم MPC-KF با سرعت بیشتری می‌تواند نیروی کنترلی مورد نیاز را محاسبه کند و نقش برجسته‌تری در کاربردهای عملی ایفا کند.

نتایج این مطالعه نقش مؤثرتر الگوریتم MPC-SSKF نسبت به CMPC را در کاربردهای عملی برجسته کرد. در الگوریتم (CMPC)، در حالتی که محدودیتی روی متغیرهای حالت و نیروی کنترلی نباشد، می‌توان با حل تحلیلی به پاسخ بهینه دست یافت. با این حال، هنگامی که قیود عملی بر جابه‌جایی یا نیروی کنترلی اعمال می‌شود، روش تحلیلی دیگر کارایی ندارد و نیاز به روش‌های عددی و الگوریتم‌های بهینه‌سازی پیشرفته احساس می‌شود.

از این رو، پیشنهاد می‌شود برای بهبود عملکرد و دستیابی به تابع هزینه مقید بهینه، از الگوریتم‌های بهینه‌سازی فراابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی ازدحام ذرات، تکامل تفاضلی و...، برای تنظیم بهینه پارامترهای کنترلی استفاده گردد. به‌کارگیری این روش‌ها می‌تواند مسیر پژوهش‌های آینده را در جهت توسعه رویکردهای هوشمندتر و کاراتر در کنترل بهینه سازه‌ها هموار سازد.

افزایش می‌یابد. به بیان دیگر، $O(\cdot)$ چارچوبی ریاضی برای مقایسه کارایی الگوریتم‌ها از نظر مصرف زمان و حافظه فراهم می‌آورد.

مقایسه دو الگوریتم نشان می‌دهد که فیلتر کالمن حالت ماندگار از نظر زمان اجرا سریع‌تر از فیلتر کالمن خطی است. از نظر میزان استفاده از حافظه به نظر می‌رسد که هر دو الگوریتم یکسان هستند، زیرا محاسبات انجام شده برای گام اول هر دو الگوریتم محاسبه شده است که در آن حافظه استفاده شده برابر است، اما باید توجه داشت که فیلتر کالمن حالت پایدار از به‌روزرسانی‌های مکرر کوواریانس و بهره‌گیری می‌کند و در عمل از نظر حافظه کارآمدتر می‌شود.

جدول ۸ مقادیر پیچیدگی حافظه و پیچیدگی زمانی برای فیلتر کالمن خطی و فیلتر کالمن حالت ماندگار

الگوریتم	پیچیدگی زمانی	پیچیدگی حافظه
KF	$O(n^3 + m^3 + m^2n + mn^2)$	$O(n^2 + m^2 + mn)$
SSKF	$O(n^2 + mn)$	$O(n^2 + m^2 + mn)$

نتیجه‌گیری

در این مطالعه بهبود گام‌های پیش‌بینی و کاهش نیروی کنترلی در الگوریتم CMPC با استفاده از فیلتر کالمن خطی و فیلتر کالمن حالت ماندگار با مدل‌سازی قاب برشی یازده طبقه که در همه طبقات مجهز به میراگر تاندون فعال بودند، تحت تحریک دو زلزله دور و نزدیک گسل مورد ارزیابی قرار گرفت. در این راستا ابتدا ماتریس‌های وزنی حالت و نیروی کنترلی و مقادیر افق پیش‌بین و افق کنترل با آزمون و خطا تنظیم شد و تأثیر فیلتر کالمن و فیلتر کالمن حالت ماندگار در بهبود پیش‌بینی الگوریتم CMPC همراه با کاهش پیچیدگی محاسباتی و حافظه مورد نیاز تحلیل و بررسی شد. نتایج حاصل از این بررسی به طور خلاصه در ادامه ارائه شده است.

۱. هر سه الگوریتم در کاهش پاسخ سازه‌ای نسبت به حالت کنترل نشده عملکرد موفق‌تری داشته‌اند. در این بین کنترلگرهای MPC-KF و MPC-SSKF به دلیل بهبود گام پیش‌بینی به‌ترتیب در کاهش پاسخ‌های جابه‌جایی (۴۳٪ و ۴۲٪) و شتاب (۱۲٪ و ۱۱٪) نسبت به کنترلگر CMPC تحت تحریک زلزله کوجالی عملکرد مطلوب‌تری داشته‌اند.

Augmented Matrices	ماتریس‌های افزوده	واژه‌نامه	
Algebraic Riccati Equation (ARE)	معادله جبری ریکاتی	Model Predictive Control (MPC)	کنترل پیش‌بین مدل
Reference Trajectory	مسیر مرجعی	Prediction Horizon (Np)	افق پیش‌بین
Kalman Gain (K)	بهره فیلتر کالمن	Control Horizon (Nc)	افق کنترل
Rayleigh Damping	میرایی رایلی		فیلتر کالمن حالت ماندگار
Loma Prieta Earthquake	زلزله لوما پریتا	Steady-State Kalman Filter (SSKF)	
Kocaeli Earthquake	زلزله کوجالی	Computational Complexity	پیچیدگی محاسباتی
		Active Tendon Damper (AT)	میراگر تاندون فعال
		Newmark Method	روش نیومارک
		State-Space Equation	معادله فضای حالت
			خطای جذر میانگین مربعات
		Root Mean Square Error (RMSE)	

سپاسگزاری

مراجع

- [1] A. Yanik and U. Aldemir, "A simple structural control model for earthquake excited structures," *Engineering Structures*, vol. 182, pp. 79–88, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.12.075>
- [2] E. Nazarimofrad and S. M. Zahrai, "Seismic control of irregular multistory buildings using active tendons considering soil–structure interaction effect," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 89, pp. 100–115, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2016.07.005>
- [3] M. S. Mohebbi, Hosein and S. Moradpour, "Reducing the Seismic Response of Nonlinear Hysteretic Structures Using Optimal Multiple Tuned Mass Dampers," *Journal of Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 26, no. 2, pp. 1–20, 2015.
- [4] S. Pourzeynali, N. fallah, and M. Akbari A., "Experimental Analysis of the TMD Control of Building Vibrations against Earthquake Excitations," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 25, no. 2, pp. 147–158, 2014.
- [5] N. Khodaie and H. Teymouri, "Investigation of the effect of the mass and installation height of TMD system on the wind-induced vibration control of tall buildings," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 35, no. 4, pp. 53–72, 2023.
- [6] M. Zarbilinezhad and A. Gholizad, "Assessment of the effect of the tuned mass damper on the seismic performance of isolated steel structures by using endurance time analysis," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 36, no. 2, pp. 41–60, 2023. <https://doi.org/10.22067/jfcei.2023.80516.1208>
- [7] m. mahmoudabadi and H. Hasani, "Comparative study of the use of TMD and FTMD in shear structures to reduce the amplitude of lateral vibrations," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 38, no. 4, pp. 39–82, 2025. <https://doi.org/10.22067/jfcei.2025.94637.1367>
- [8] K. S. Holkar and L. M. Waghmare, "An overview of model predictive control," *International Journal of control and automation*, vol. 3, no. 4, pp. 47–63, 2010.
- [9] G. Mei, A. Kareem, and J. C. Kantor, "Model predictive control of structures under earthquakes using acceleration feedback," *Journal of engineering Mechanics*, vol. 128, no. 5, pp. 574–585, 2002.

[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2002\)128:5\(574\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2002)128:5(574))

- [10] A. Banaei and j. alamtan, "Minimizing Multivariate Objective Function Using Improved Genetic Algorithm in Active Control of Oscillation of Structures," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 31, no. 4, pp. 21–40, 2018.
- [11] G. Mei, A. Kareem, and J. C. Kantor, "Real-time model predictive control of structures under earthquakes," *Earthquake engineering & structural dynamics*, vol. 30, no. 7, pp. 995–1019, 2001. <https://doi.org/10.1002/eqe.49>
- [12] G. Mei, A. Kareem, and J. C. Kantor, "Model predictive control of wind-excited building: Benchmark study," *Journal of engineering mechanics*, vol. 130, no. 4, pp. 459–465, 2004. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2004\)130:4\(459\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2004)130:4(459))
- [13] C. Lana and M. Rotea, "Desensitized model predictive control applied to a structural benchmark problem," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 41, no. 2, pp. 13188–13193, 2008. <https://doi.org/10.3182/20080706-5-KR-1001.02234>
- [14] C. S. W. Yang, L. L. Chung, L. Y. Wu, and N. H. Chung, "Modified predictive control of structures with direct output feedback," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 18, no. 8, pp. 922–940, 2011. <https://doi.org/10.1002/stc.411>
- [15] L.-H. Xu and Z.-X. Li, "Model predictive control strategies for protection of structures during earthquakes," *Structural engineering and mechanics: An international journal*, vol. 40, no. 2, pp. 233–243, 2011.
- [16] F. Oliveira, P. Morais, and A. Suleman, "Predictive control for earthquake response mitigation of buildings using semiactive fluid dampers," *Shock and Vibration*, vol. 2014, no. 1, p. 670683, 2014. <https://doi.org/10.1155/2014/670683>
- [17] H. Peng, F. Li, S. Zhang, and B. Chen, "A novel fast model predictive control with actuator saturation for large-scale structures," *Computers & Structures*, vol. 187, pp. 35–49, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2017.03.014>
- [18] Y. Chen, S. Zhang, H. Peng, B. Chen, and H. Zhang, "A novel fast model predictive control for large-scale structures," *Journal of Vibration and Control*, vol. 23, no. 13, pp. 2190–2205, 2017. <https://doi.org/10.1177/1077546315610033>
- [19] R. Gutiérrez-Urquidez, G. Valencia-Palomo, O. Rodríguez-Elías, F. López-Estrada, and J. Orrante-Sakanassi, "On the Selection of Tuning Parameters in Predictive Controllers Based on NSGA-II," in *Numerical and Evolutionary Optimization*: Springer, 2017, pp. 138–157. https://doi.org/10.1007/978-3-319-96104-0_7
- [20] L. Koutsoloukas, N. Nikitas, P. Aristidou, and C. Meinhardt, "Control law and actuator capacity effect on the dynamic performance of a hybrid mass damper; the case of rottweil tower," in *International Conference on Structural Dynamic*, 2020.
- [21] J. Enríquez-Zárate, G. Valencia-Palomo, F. R. López-Estrada, G. Silva-Navarro, and J. A. Hoyo-Montaña, "Efficient predictive vibration control of a building-like structure," *Asian Journal of Control*, vol. 22, no. 4, pp. 1411–1421, 2020. <https://doi.org/10.1002/asjc.2015>
- [22] J. Drgoňa et al., "All you need to know about model predictive control for buildings," *Annual Reviews in Control*, vol. 50, pp. 190–232, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2020.09.001>
- [23] A. B. Rad, M. Nouri, J. Katebi, and S. A. M. Ghasemi, "A developed model predictive control scheme for vibration

- attenuation of building structures," *Smart Structures and Systems*, pp. 691–703, 2022.
- [24] L. Koutsoloukas, N. Nikitas, and P. Aristidou, "Robust structural control of a real high-rise tower equipped with a hybrid mass damper," *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, vol. 31, no. 12, p. e1941, 2022. <https://doi.org/10.1002/tal.1941>
- [25] S. A. Giraldo, P. A. Melo, and A. R. Secchi, "Tuning of model predictive controllers based on hybrid optimization," *Processes*, vol. 10, no. 2, p. 351, 2022. <https://doi.org/10.3390/pr10020351>
- [26] P. Aguilar-Álvarez, G. Valencia-Palomo, J. Enríquez-Zárate, J. Morales-Valdez, and O. Hernández-González, "Vibration Control Using a Positive Position Feedback-based Predictive Controller Applied to a One-Bay Three-Story Scaled Shear Frame," *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, vol. 11, no. 3, 2023. <https://doi.org/10.1007/s42417-022-00613-w>
- [27] X. Feng, Y. Fan, H. Peng, Y. Chen, and Y. Zheng, "Optimal active vibration control of tensegrity structures using fast model predictive control strategy," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 2023, no. 1, p. 2076738, 2023. <https://doi.org/10.1155/2023/2076738>
- [28] M. Azizpour, R. Raoufi, and E. Kazeminezhad, "Investigation of the Robust H-Infinity Filter's Effectiveness on the Model Predictive Control and Linear Quadratic Regulator for Active Seismic Control of High-Rise Buildings," *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, vol. 48, no. 2, pp. 923–941, 2024. <https://doi.org/10.1007/s40996-023-01216-5>
- [29] A. Bathaei and S. M. Zahrai, "Vibration control of an eleven-story structure with MR and TMD dampers using MAC predictive control, considering nonlinear behavior and time delay in the control system," in *Structures*, vol. 60, p. 105853, 2024. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2024.105853>
- [30] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," 1960.
- [31] B. O. Teixeira, M. A. Santillo, R. S. Erwin, and D. S. Bernstein, "Spacecraft tracking using sampled-data Kalman filters," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 28, no. 4, pp. 78–94, 2008. <https://doi.org/10.1109/MCS.2008.923231>
- [32] Q. Haixia, T. M. Banhazi, Z. Zhigang, T. Low, and I. J. Brookshaw, "Preliminary laboratory test on navigation accuracy of an autonomous robot for measuring air quality in livestock buildings," *International Journal of Agricultural and Biological Engineering*, vol. 9, no. 2, pp. 29–39, 2016.
- [33] E. Artemciukas, L. Sakalauskas, and E. Zulkas, "Kalman filter for hybrid tracking technique in augmented reality," *Elektronika ir elektrotechnika*, vol. 22, no. 6, pp. 73–79, 2016. <https://doi.org/10.5755/j01.eie.22.6.17228>
- [34] A. Kluga and J. Kluga, "Dynamic data processing with kaiman filter," *Elektronika ir Elektrotechnika*, vol. 111, no. 5, pp. 33–36, 2011. <https://doi.org/10.5755/j01.eee.111.5.351>
- [35] V. Bistovs and A. Kluga, "The analysis of the UKF-based navigation algorithm during GPS outage," *Elektronika ir Elektrotechnika*, vol. 19, no. 10, pp. 13–16, 2013. <https://doi.org/10.5755/j01.eee.19.10.5886>
- [36] P. Ziacik and V. Wieser, "Mobile radio link adaptation by radio channel state prediction," *Elektronika ir Elektrotechnika*, vol. 114, no. 8, pp. 27–30, 2011.
- [37] C. Castaneda, A. Loukianov, E. Sanchez, and B. Castillo-Toledo, "Real-time torque control using discrete-time recurrent high-order neural networks," *Neural Computing and Applications*, vol. 22, no. 6, pp. 1223–1232, 2013.

<https://doi.org/10.1007/s00521-012-0890-9>

- [38] C. E. Castaneda, A. G. Loukianov, E. N. Sanchez, and B. Castillo-Toledo, "Discrete-time neural sliding-mode block control for a DC motor with controlled flux," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 2, pp. 1194–1207, 2011. <https://doi.org/10.1109/TIE.2011.2161246>
- [39] L. Wang, *Model predictive control system design and implementation using MATLAB®*. Springer, 2009. https://doi.org/10.1007/978-1-84882-331-0_3
- [40] G. F. Franklin, J. D. Powell, and M. L. Workman, *Digital control of dynamic systems*. Addison-wesley Menlo Park, 1998.
- [41] D. Simon, *Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches*. John Wiley & Sons, 2006.
- [42] S. Pourzeynali, H. H. Lavasani, and A. Modarayi, "Active control of high rise building structures using fuzzy logic and genetic algorithms," *Engineering Structures*, vol. 29, no. 3, pp. 346–357, 2007.
- [43] U. Kiao and A. Chatterjee, *Time Complexity Analysis*. Independently Published, 2021.
- [44] C. A. Shaffer, "Data structures and algorithm analysis," ed: Dover Publications, 2022.



Evaluation of the Effect of Material Properties on the Dynamic Response of Flexible Pavement under FWD Loading

Research Article

Farzaneh Ghadyani Nezhad Razaki¹, Mohammadreza Khanmohammadi² , Mahdi Shojaei³

DOI: [10.22067/jfcej.2025.95401.1375](https://doi.org/10.22067/jfcej.2025.95401.1375)

1-Introduction

Maintaining road pavement serviceability requires accurate evaluation of its structural performance. The Falling Weight Deflectometer (FWD), as the most widely used nondestructive testing method, enables the assessment of pavement bearing capacity and remaining service life. However, the complex behavior of pavement materials under environmental and dynamic loading conditions limits the accuracy of conventional back-calculation analyses. Flexible pavements consist of layers with distinct mechanical behaviors: the asphalt layer exhibits viscoelastic properties, while unbound granular layers demonstrate nonlinear stress-dependent and transversely isotropic (or cross-anisotropic) behavior. Neglecting these characteristics in structural analysis or back-calculation procedures can lead to significant errors in estimating pavement capacity, fatigue life, and rutting depth.

A review of previous studies indicates that many investigations have considered some of these features, comprehensive modeling of realistic material behavior remains a critical need. This study aims to develop an axisymmetric 2-D finite element (FE) model in ABAQUS to simulate the dynamic response of flexible pavements under FWD loading. The proposed model emphasizes the realistic representation of boundary conditions and material complexities by incorporating viscoelastic asphalt mixtures, nonlinear and anisotropic behavior of granular materials, dynamic analysis, and the presence of bedrock. Furthermore, using the developed model, a sensitivity analysis was conducted to identify and evaluate the key parameters affecting the structural performance of the Ahvaz–Shush road pavement in Khuzestan Province, Iran.

2-Research Method (Numerical Modeling and Validation)

In this research, a FEM was developed in ABAQUS to simulate the dynamic response of a flexible pavement

under FWD loading. The required data were extracted from the Ahvaz-Shush road in Khuzestan province. Some parameters were determined using valid scientific sources, a trial-and-error approach, and a calibration process to ensure the model results matched the field data.

The asphalt layer was modeled as a viscoelastic material. First, the dynamic modulus was calculated using the Witczak model and then adjusted based on FWD test results. This modulus was converted to the corresponding creep compliance and used as input for the viscoelastic analysis in ABAQUS. Figure 1 illustrates a sample creep compliance curve obtained from the asphalt layer of the flexible pavement along the Ahvaz–Shush road at a temperature of 30 °C. For the unbound layers (base and subgrade), stress-dependent nonlinear behavior was implemented using a UMAT subroutine based on the ARA model. Additionally, the transverse isotropy of granular materials was considered by defining the ratio of vertical to horizontal modulus.

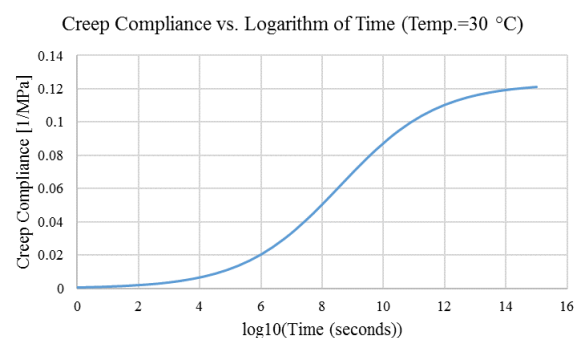


Fig 1. Creep compliance vs. logarithm of time

The finite element model was built as axisymmetric to maintain the accuracy while reducing computational cost. The model dimensions (a radius of 2.5 m and a depth of 8 m) were selected based on sensitivity analysis. The mesh refined in the loading area and coarser in regions farther

* Manuscript received September 13, 2025, Revised October 06, 2025, Accepted November 29, 2025.

¹ M.Sc., Department of Civil Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.

² Corresponding author: Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran. Email: mkhanmohammadi@iut.ac.ir.

³ M.Sc., Department of Civil Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.

away (Figures 2 & 3). Boundary conditions were defined to prevent the reflection of stress waves and avoid dynamic resonance. For the dynamic analysis, the implicit algorithm was employed due to its unconditional numerical stability. To validate the model, the calculated deflection basin were compared with field FWD data at four loading levels (566, 890, 1300, and 1970 kPa) and five different temperatures (35 to 55 °C). The differences between the numerical and field results were evaluated using the Root Mean Square Error (RMSE) and the Percentage Root Mean Square Error (PRMSE) indices, as defined in Equations (1) and (2).

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - x'_i)^2}{N}} \quad (1)$$

$$PRMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i - x'_i}{x'_i} \right)^2}{N}} \times 100 \quad (2)$$

The results showed that the difference between the numerical and field data was less than 0.1 mm in all cases, falling within an acceptable standard range. This confirms the accuracy and reliability of the proposed model in simulating the dynamic response of the pavement. Figure 4 presents a sample comparison between the deflection basin from the FEM and the FWD test data from the Ahvaz–Shush road.

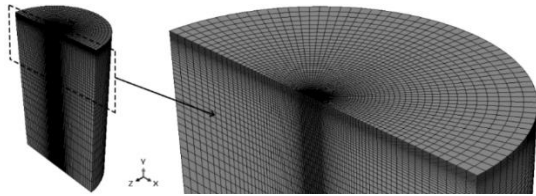


Fig 2. 3-D structure of the axisymmetric FEM of pavement

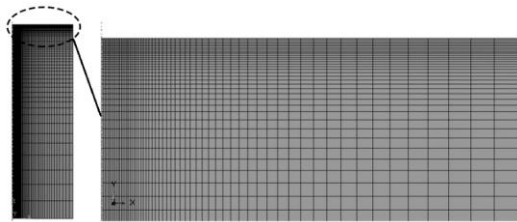


Fig 3. 2-D structure of the axisymmetric EEM of pavement

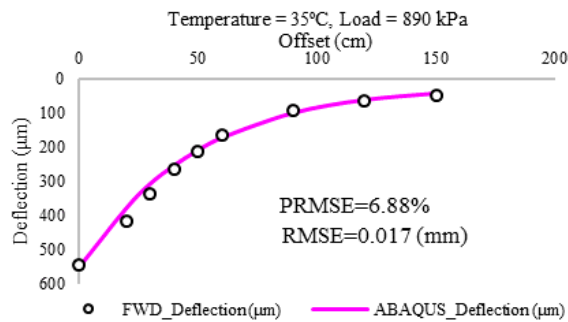


Fig 4. Sample validation of the deflection basin FEM vs. FWD

3- Sensitivity Analysis Results

The sensitivity analysis evaluated the following parameters affecting pavement structural performance:

- **Dynamic Analysis:** Increased the maximum deflection (D_0) by up to 27.5% and the deflection at 900 mm (D_{900}) by up to 44% compared to static analysis, with more pronounced effects at higher temperatures. A noticeable time lag between peak load and peak deflection was observed, highlighting the significance of inertial and wave propagation effects.
- **Viscoelasticity:** Modeling the asphalt layer as viscoelastic (as opposed to linear elastic) increased D_0 by 21–27%, as it better accounted for energy dissipation within the asphalt, reducing stress transfer and subsequent hardening in the base layer.
- **Cross-Anisotropy:** Transverse isotropy in unbound layers led to a 15% increase in surface deflection and significant increases in critical responses: horizontal tensile strain (at the bottom of the asphalt layer) increased by 52–59%, and vertical compressive strain (on top of the subgrade) increased by 74–77%. This directly implies a shorter predicted fatigue life and greater rutting depth.
- **Nonlinear Resilient Modulus:** Implementing a nonlinear model for the base layer resulted in a 33–37% decrease in surface deflection and a 32–52% decrease in horizontal tensile strain, but a substantial 80–94% increase in vertical compressive strain on the subgrade.
- **Bedrock depth:** The presence of bedrock at depths less than 4 meters significantly influenced the dynamic response, particularly at points far from the load center (D_{900}). Ignoring shallow bedrock can lead to substantial errors in back-calculated layer moduli.

4- Conclusions

This research successfully developed and validated an advanced FEM that provides a realistic simulation of flexible pavement behavior under FWD loading. The results demonstrated the critical importance of incorporating dynamic analysis, viscoelastic properties, nonlinear behavior, and transverse isotropy for accurate pavement evaluation. Excessive simplification in material modeling can lead to inaccurate estimation of critical pavement responses, which directly affects the predicted service life and maintenance planning decisions.



ارزیابی اثر ویژگی‌های مصالح بر پاسخ دینامیکی روسازی انعطاف‌پذیر تحت بار FWD*

مقاله پژوهشی

مهدی شجاعی^(۳)

محمد رضا خانمحمدی^(۲)

فرزانه قدیانی نژاد رزکی^(۱)

DOI: 10.22067/jfpei.2025.95401.1375

چکیده ارزیابی دقیق عملکرد سازه‌های روسازی تحت بارگذاری دینامیکی آزمون افت‌وخیزسنج ضربه‌ای (FWD)، مستلزم در نظر گرفتن همزمان ویژگی‌های پیچیده مصالح و شرایط بارگذاری است؛ موضوعی که در بسیاری از مطالعات پیشین به صورت محدود یا جداگانه بررسی شده است. در این پژوهش، با بهره‌گیری از آزمون افت‌وخیزسنج ضربه‌ای یک مدل اجزای محدود برای شبیه‌سازی دینامیکی پاسخ روسازی انعطاف‌پذیر توسعه داده شد. این مدل در قالب یک مورد عملی از یک روسازی در استان خوزستان به کار گرفته شد و پس از اعتبارسنجی، تأثیر عواملی نظیر تحلیل دینامیکی، ویژگی ویسکوالاستیسیته لایه آسفالتی، ویژگی ناهمسانگردی و غیر خطی بودن مصالح غیر آسفالتی و حضور سنگ بستر بررسی شد. جهت لحاظ کردن خواص غیر خطی و ناهمسانگردی مصالح، یک کد نوشته شده با فرترن به مدل افزوده شد. نتایج نشان داد که اثر تحلیل دینامیکی می‌تواند خصوصاً در دماهای بالا مقدار خیز روسازی را تا ۴۴ درصد افزایش دهد. همچنین اثر ویژگی ویسکوالاستیک منجر به افزایش مقادیر خیز تا ۲۷ درصد نسبت به حالت الاستیک شد. همسانگردی عرضی نیز تا ۱۵ درصد افزایش در پاسخ خیز روسازی ایجاد کرد و با افزایش بیش از ۵۰ درصدی پاسخ‌های بحرانی، منجر به پیش‌بینی عمر خستگی کوتاه‌تر و عمق شیارشدگی بیشتر شد. از سوی دیگر نتایج نشان داد در نظر گرفتن مدول غیر خطی به ویژه در لایه اساس منجر به تغییرات چشم‌گیر پاسخ‌های بحرانی می‌شود. حضور سنگ بستر نیز در عمق کمتر از ۴ متر بر پاسخ دینامیکی سازه به ویژه در نقاط دور از مرکز بارگذاری مؤثر است. این مدل‌سازی می‌تواند مبنایی برای بهبود تحلیل پاسخ روسازی تحت بارگذاری FWD فراهم آورد.

واژه‌های کلیدی افت‌وخیزسنج ضربه‌ای، تحلیل دینامیکی روسازی آسفالتی، ویسکوالاستیسیته، تحلیل غیر خطی، همسانگردی عرضی.

Evaluation of the Effect of Material Properties on the Dynamic Response of Flexible Pavement under FWD Loading

Farzaneh Ghadyani Nezhad Razaki

Mohammadreza Khanmohammadi

Mahdi Shojaei

Abstract A precise evaluation of pavement structural performance under the dynamic loading of the Falling Weight Deflectometer (FWD) requires simultaneous consideration of complex material properties and loading conditions—an issue often treated only partially in previous studies. In this research, a finite element model was developed to dynamically simulate the response of flexible pavement subjected to FWD loading. The model was applied in a case study of a pavement in Khuzestan Province, and after validation, the effects of dynamic analysis, viscoelastic asphalt properties, anisotropic and nonlinear behavior of unbound materials, and the presence of bedrock were investigated. To include nonlinear and anisotropic characteristics, a FORTRAN subroutine was coded and integrated into the model. Results showed that dynamic analysis could increase pavement deflection by up to 44%, especially at high temperatures. Considering viscoelastic properties increased deflection values by up to 27% compared to the elastic condition. Transverse isotropy caused up to a 15% rise in pavement deflection and more than a 50% increase in critical responses, leading to shorter fatigue life and greater rutting depth. Moreover, the nonlinear modulus, particularly in the base layer, significantly affected critical responses. The presence of bedrock at depths shallower than 4 meters also influenced the dynamic response, mainly at points distant from the load center. This modeling framework can serve as a basis for improving the analysis and interpretation of pavement behavior under FWD loading.

Key words Falling Weight Deflectometer (FWD), Dynamic analysis of flexible pavement, Viscoelasticity, Non-linear analysis, Transversely isotropic

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۴/۶/۲۲ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۴/۹/۸ می‌باشد.

(۱) کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان.

(۲) نویسنده مسئول، استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان.

(۳) کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان.

مقدمه

نگهداری روسازی راه‌ها در جهت تضمین سطح سرویس‌دهی مطلوب، امری ضروری است که این مهم مستلزم پایش منظم، انجام به موقع تعمیرات و اجرای اقدامات پیشگیرانه به منظور جلوگیری از توسعه خرابی روسازی است. در این میان، ارزیابی سازه‌ای روسازی یکی از مهم‌ترین اقدامات لازم شمرده می‌شود که به سنجش کیفیت ساختاری لایه‌های روسازی از طریق تحلیل پاسخ‌های ناشی از بارگذاری می‌پردازد. این امر اطلاعات ارزشمندی در خصوص ظرفیت باربری، عمر باقی‌مانده بهره‌برداری و وضعیت فیزیکی لایه‌های روسازی ارائه می‌دهد و فرایند تصمیم‌گیری را برای انتخاب راهکار بهینه نگهداری روسازی تسهیل می‌کند. علاوه بر این، تشخیص زود هنگام خرابی‌های سازه‌ای از طریق این ارزیابی، می‌تواند از تحمیل هزینه‌های هنگفت ناشی از بازسازی‌های گسترده جلوگیری کند [1-5].

شناسایی شرایط واقعی لایه‌های مختلف روسازی یکی از مهم‌ترین بخش‌های این ارزیابی است که عموماً با استفاده از آزمایش‌های غیر مخرب و استفاده از مکانیزم اندازه‌گیری خیز روسازی صورت می‌گیرد. امروزه، تجهیزات آزمون غیر مخرب مختلفی برای اندازه‌گیری خیز (Deflection) روسازی معرفی شده است که در میان آن‌ها، آزمایش افت‌وخیزسنج ضربه‌ای (Falling Weight Deflectometer (FWD)) رایج‌ترین وسیله ارزیابی روسازی است که با اعمال بار، میزان تغییر شکل سطح روسازی را در فواصل مختلف از مرکز بارگذاری اندازه می‌گیرد. رایج‌ترین روش تحلیل داده‌های FWD، محاسبه معکوس مبتنی بر فرضیات اولیه مدول‌های لایه‌ای و فرایندهای تکراری است که در آن پاسخ‌های تئوریک با مقادیر اندازه‌گیری شده مقایسه و همگرا می‌شوند [6-8]. با این وجود، رفتار پیچیده لایه‌های روسازی آسفالتی تحت تأثیر شرایط محیطی و بارگذاری دینامیکی، دقت این محاسبات را محدود ساخته است. در واقع، روسازی انعطاف‌پذیر از سه رده لایه سازه‌ای با رفتار مکانیکی متمایز تشکیل می‌شود. لایه آسفالت، ماهیت ویسکوالاستیک دارد و مدول آن در برابر تغییرات زمان یا فرکانس بارگذاری و دما متغیر است. در پایین دست، لایه‌های اساس و زیراساس رفتارشان

غیر خطی (Nonlinear) و وابسته به تنش است. علاوه بر آن، به دلیل جهت‌گیری دانه‌ها و عملیات تراکم، سختی آن‌ها در راستای قائم با راستای افقی متفاوت است و ناهمسانگرد متقاطع (یا همسانگرد عرضی) (Cross-anisotropic (or transversely isotropic)) محسوب می‌شوند. چشم‌پوشی از هر کدام از این ویژگی‌ها و یا شرایط مرزی واقعی در تحلیل سازه‌ای یا در فرایند محاسبه معکوس بر پایه داده‌های FWD خطاهای چشم‌گیری در برآورد ظرفیت سازه، عمر خستگی و شیارشدگی به دنبال دارد [9-12].

در همین راستا، السیفی و همکاران (Elseifi et al.) [13] با بهره‌گیری از یک مدل سه‌بعدی شبه‌استاتیک، رفتار بار متحرک را در شرایط دمایی و سرعت‌های مختلف و لحاظ نمودن ویژگی ویسکوالاستیک لایه آسفالتی، شبیه‌سازی کردند. نتایج نشان داد که مدل ویسکوالاستیک پاسخ‌های روسازی را با میانگین خطای کمتر از ۱۵ درصد نسبت به اندازه‌گیری‌های میدانی پیش‌بینی می‌کند. در مطالعه دیگر، محققان نشان دادند که اعمال مشخصات ویسکوالاستیک در تحلیل روسازی کافی نیست، بلکه باید لایه اساس دانه‌ای هم به طور صحیح مدل شود. نتایج نشان داد که استفاده از مدل غیر خطی ناهمسانگرد در مقایسه با مدل خطی همسانگرد موجب تغییرات قابل ملاحظه‌ای در پاسخ‌های بحرانی روسازی می‌شود. به طور مشخص، استفاده از مدل غیر خطی ناهمسانگرد باعث افزایش ۲۴ تا ۴۲ درصد در کرنش‌های کششی زیر لایه آسفالتی، افزایش ۱۰ تا ۲۳ درصد در تنش و کرنش‌های برشی در آسفالت، افزایش ۱۶ تا ۳۸ درصد در تنش‌های انحرافی روی بستر، و افزایش ۱۷ تا ۳۶ درصد در کرنش‌های فشاری روی بستر شد. آن‌ها همچنین نشان دادند که در دماهای بالاتر (۴۷°C) و بارگذاری‌های سنگین‌تر، تأثیر مدل‌سازی غیر خطی و ناهمسانگرد بر افزایش مقادیر پاسخ‌ها برجسته‌تر می‌شود [14]. در مطالعه‌ای مشابه، پژوهشگران، ضمن در نظر گرفتن لایه آسفالت به عنوان یک ماده ویسکوالاستیک و لایه اساس به صورت غیر خطی، فرض همسانگردی عرضی را برای تمام لایه‌های زیرین در نظر گرفتند. نتایج نشان داد که همسانگردی عرضی در تمام لایه‌های غیرآسفالتی بیشترین تأثیر را بر کرنش‌های افقی در زیر لایه آسفالت دارد. این اثر در دماهای

بالاتر نسبت به دماهای پایین‌تر برجسته‌تر است. علاوه بر این، کرنش‌های عمودی در لایه‌های خاکی، به ویژه در لایه اساس و زیراساس، به طور قابل توجهی تحت تأثیر همسانگردی عرضی قرار دارند، در حالی که کرنش‌های عمودی در لایه آسفالت تغییرات کمتری نشان می‌دهند [15].

از طرفی بررسی مطالعات اخیر نشان می‌دهد، برخی از ویژگی‌های مهم رفتاری مصالح هنوز در بسیاری از پژوهش‌ها نادیده گرفته شده‌اند. موضوعی که نیاز به دستیابی به یک مدل عددی با در نظر گرفتن رفتار واقعی مصالح و شرایط محیطی را آشکار می‌سازد. در مطالعه‌ای از نگا و همکاران (Nega et al.) [16]، تحلیل اجزای محدود سه‌بعدی روسازی انعطاف‌پذیر تحت بارگذاری دینامیکی همراه با مدل‌سازی ویسکوالاستیک غیر خطی به کار گرفته شده و پاسخ‌های تنش و کرنش مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند؛ با این حال، رفتار ناهمسانگردی متقاطع در لایه‌های غیر آسفالتی لحاظ نشده است. در پژوهشی دیگر، مدل‌سازی روسازی آسفالتی با لایه اساس نیمه‌صلب تحت بارگذاری ناشی از دستگاه FWD و با استفاده از روش المان طیفی انجام شده است. در این مطالعه نیز رفتار ویسکوالاستیک، ویژگی‌های غیر خطی و ناهمسانگردی عرضی در هیچ یک از لایه‌ها مد نظر قرار نگرفته‌اند [17]. همچنین در مقاله‌ای از دنگ و همکاران (Deng et al.) [18]، مدل‌سازی روسازی انعطاف‌پذیر با استفاده از تحلیل اجزای محدود دوبعدی و بارگذاری دینامیکی ایستا، معادل با بار متحرک وسایل نقلیه انجام شده است. در این مدل، تنها لایه آسفالت به صورت ویسکوالاستیک تعریف شده و لایه‌های زیرین شامل اساس، زیراساس و بستر به صورت مصالح خطی و همسانگرد در نظر گرفته شده‌اند. در این مطالعه نیز ناهمسانگردی عرضی، رفتار غیر خطی در لایه‌های غیرآسفالتی و حضور سنگ بستر (Bedrock) نادیده گرفته شده‌اند. در پژوهشی دیگر، مدل‌سازی سه‌بعدی روسازی آسفالتی با استفاده از تحلیل اجزای محدود و اعمال فشار تماس واقعی بین تایر و سطح روسازی صورت گرفته است. در این مدل نیز تنها لایه آسفالت دارای رفتار ویسکوالاستیک است و سایر لایه‌ها به صورت مصالح خطی و همسانگرد مدل شده‌اند [19].

مشخصات محور مطالعه

در این پژوهش روسازی انعطاف‌پذیر محور اهواز - شوش در استان خوزستان مبنای شبیه‌سازی قرار گرفته است. انتخاب این محور به دلیل قرارگیری در یکی از مناطق گرمسیری ایران و دسترسی به داده‌های قابل اعتماد از پژوهش‌های پیشین می‌باشد که امکان بررسی دقیق‌تر عملکرد روسازی را فراهم ساخت. برای مدل‌سازی این روسازی در شرایط آزمایش FWD، از نتایج مطالعات صولتی‌فر و همکاران [20] استفاده شد. جدول (۱) مشخصات کلی این روسازی و شکل (۱) موقعیت جغرافیایی این محور حمل‌ونقل را نشان می‌دهد. همچنین خواص حجمی مخلوط آسفالتی و پارامترهای ویسکوزیته قیر به همراه نتایج آزمایش FWD شامل میانگین مدول الاستیسیته لایه‌های آسفالت، اساس و بستر در جدول (۲) و (۳) نشان داده شده است.

جدول ۱ مشخصات کلی موقعیت روسازی محور اهواز - شوش [20]

موقعیت	نام جاده	مشخصه روسازی	عمر روسازی	ضخامت کلی لایه‌های آسفالتی (mm)	ضخامت کلی لایه‌های اساس و زیراساس (mm)	نوع قیر	نوع مصالح اساس و زیراساس
خوزستان	اهواز - شوش	جدید	۴ سال	۹۵	۳۴۵	۶۰/۷۰	Granular



شکل ۱ موقعیت مکانی سایت محور اهواز - شوش در استان خوزستان

جدول ۲ خواص حجمی مخلوط آسفالتی و پارامترهای ویسکوزیته قیر [20]

شناسه نمونه	خواص حجمی مخلوط							پارامترهای ویسکوزیته قیر
	ρ_{200}	ρ_4	ρ_{38}	ρ_{34}	V_a	V_{beff}	A	VTs
S02L1	۷/۹	۳۳/۰	۱۱/۰	۱/۰	۵/۷	۷/۱	۷/۰۸۱۶	-۲/۲۴۱۸

جدول ۳ مدول الاستیسیته محاسبه شده لایه‌ها از طریق آزمایش FWD [20]

مدول محاسبه معکوس شده (MPa)			
آسفالت		اساس	
		بستر	
۱۲۰	۳۰ °C	۲۲۵	۶۹۹۸
	۳۵ °C		۶۱۱۲
	۴۰ °C		۵۲۲۵
	۴۵ °C		۴۳۳۸
	۵۰ °C		۳۴۵۱
	۵۵ °C		۲۵۶۴

مدل سازی روسازی محور مطالعه

مدل سازی عددی به عنوان ابزاری توانمند در شبیه سازی رفتار روسازی تحت سناریوهای متنوع بارگذاری شناخته می شود. پس از انجام مراحل کالیبراسیون و اعتبارسنجی، این مدل قادر است ترکیب های گوناگونی از ویژگی های مصالح، ساختار هندسی، شرایط بارگذاری و عوامل محیطی را در فضای محاسباتی لحاظ کند [21]. مدل سازی اجزای محدود روسازی تحت بارگذاری آزمایش FWD نیازمند فراهم سازی تمامی پارامترهای ورودی مورد نیاز است. در موقعیت مورد مطالعه، بخشی از پارامترهای مورد نیاز مدل سازی در دسترس است و سایر پارامترها با استناد به منابع علمی معتبر، بهره گیری از روش آزمون و خطا، و انطباق مشخصات مکانیکی مصالح و ساختار لایه ها تعیین گردید. این فرایند به گونه ای انجام شد که پاسخ های محاسبه شده از مدل، تطابق مناسبی با نتایج حاصل از آزمایش FWD در شرایط واقعی بهره برداری داشته باشد. در این خصوص، میزان اختلاف میان نتایج، با استفاده از شاخص های خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) (Root Mean Square Error) و درصد خطای جذر میانگین مربعات (PRMSE) (Percentage of Root Mean Square Error) که در روابط (۱) و (۲) ارائه شده اند، مورد ارزیابی قرار گرفته است. گفتنی است RMSE با واحد کمیت بررسی شده بیان می شود؛ PRMSE به صورت درصدی گزارش می گردد. در این بخش پس از بیان خواص مصالح روسازی به عنوان یکی از اجزای اصلی مدل سازی، به جزئیات ساخت مدل پرداخته می شود.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - x'_i)^2}{N}} \quad (1)$$

$$PRMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i - x'_i}{x'_i}\right)^2}{N}} \times 100 \quad (2)$$

x_i : مقدار اندازه گیری شده

x'_i : مقدار پیش بینی

N : تعداد داده های لحاظ شده در محاسبه خطا

خواص مصالح لایه آسفالتی

آسفالت به عنوان یک ماده ویسکوالاستیک شناخته می شود و

رفتار آن به شدت به زمان (یا فرکانس) بارگذاری و دما وابسته است [22]. برای در نظر گرفتن ویژگی ویسکوالاستیک لایه آسفالتی، ابتدا با استفاده از مدل ویتزاک (Witczak Model) مدول دینامیکی اولیه لایه آسفالتی در فرکانس بارگذاری و دمای آزمون FWD محاسبه می شود. در معادله (۳)، پیش بینی مقادیر مدول دینامیکی توسط مدل ویتزاک، در دماهای مختلف و بر پایه دانه بندی سنگدانه ها، درصد حجمی قیر مؤثر، مقدار فضای خالی مخلوط، ویسکوزیته قیر و فرکانس اعمال بار انجام می گیرد. سپس منحنی مدول دینامیکی اولیه لایه آسفالتی به نحوی تعدیل می شود که با مقدار مدول حاصل از آزمایش FWD در شرایط محیطی متناظر تطابق داشته باشد. اطلاعات بیشتر در این خصوص توسط نسیمی فر و همکاران [1] شرح داده شده است. برای استفاده از مدول نهایی تعدیل شده در تحلیل های ویسکوالاستیک، لازم است این مدول به نرمی خزشی (Creep compliance) متناظر تبدیل شود. این تبدیل از طریق روش عددی ارائه شده توسط پارک و شیپری (Park & Schapery) انجام پذیرفته و نتیجه نهایی آن، نرمی خزشی در دمای آزمون است که مبنایی برای پارامترهای ورودی در نرم افزار آباکوس در این مطالعه است [23]. شکل (۲) نمونه ای از نمودار نرمی خزشی به دست آمده از لایه آسفالتی روسازی انعطاف پذیر محور اهواز - شوش در دمای $30^\circ C$ را نشان می دهد.

$$\begin{aligned} \log|E^*| &= 3.750063 + 0.02932\rho_{200} - 0.001767(\rho_{200})^2 - \\ &0.002841\rho_4 - 0.058097V_a - 0.802208\left(\frac{V_{beff}}{V_{beff} + V_a}\right) + \\ &\frac{3.871977 - 0.0021\rho_4 + 0.003958\rho_{38} - 0.000017(\rho_{38})^2 + 0.00547\rho_{34}}{1 + e^{(-0.603313 - 0.313351\log(f) - 0.393532\log(\eta))}} \end{aligned} \quad (3)$$

$|E^*|$: مدول دینامیکی آسفالت (psi)

η : ویسکوزیته قیر (Mpoise)

f : فرکانس بارگذاری (Hz)

ρ_{200} : درصد مصالح عبوری از الک ۲۰۰

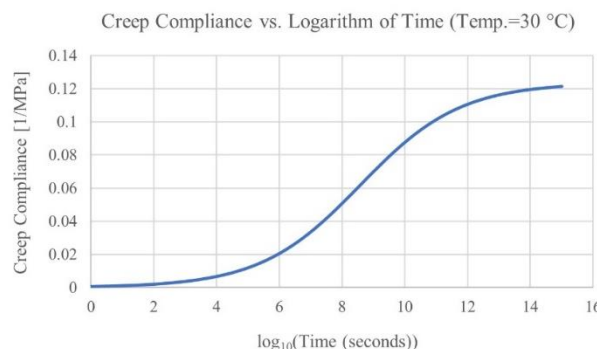
ρ_4 : درصد تجمعی مصالح باقی مانده بر روی الک ۴

ρ_{34} : درصد تجمعی مصالح باقی مانده بر روی الک ۱۹

ρ_{38} : درصد تجمعی مصالح باقی مانده بر روی الک ۹/۵

V_a : درصد فضای خالی و V_{beff} : درصد حجمی مقدار قیر مؤثر

در مطالعه‌ای از رائو و همکاران (Rao et al.) [28]، روابطی جهت پیش‌بینی ضرایب رگرسیون معادله (۴) ارائه شده است. همچنین مشخصات فیزیکی مصالح که به عنوان متغیرهای ورودی در روابط محاسبه ضرایب رگرسیون مورد نیاز است، توسط یائو و کویتوس (Yau & Quintus) [29] گزارش شده‌اند. از سویی دیگر ژیانو و توتوملوئر (Xiao and Tutumluer) ضرایب رگرسیون M_r را برای سه سطح مختلف از کیفیت مصالح (بالا، متوسط و پایین) ارائه کرده‌اند. در صورت انتخاب مدل مدول برجهندگی M_r ، بر اساس مدل ارائه شده در MEPDG پارامترهای مدل می‌توانند بنا بر مطالعه ژیانو و توتوملوئر متناسب با کیفیت مصالح اختصاص داده شوند [30,31]. رویکرد مطالعاتی این پژوهش در تخمین مقادیر ضرایب رگرسیون مدول برجهندگی، بهره‌گیری از پژوهش‌های معرفی شده در این بخش است. در همین راستا شکل (۳) میزان خطای حاصل از تحلیل‌های صورت گرفته در این پژوهش را نشان می‌دهد که در آن، ضرایب رگرسیون لایه اساس بر مبنای دسته‌بندی کیفی مصالح از مطالعه ژیانو و توتوملوئر و ضرایب رگرسیون لایه بستر با استناد به روابط مطرح شده برای انواع مصالح در مطالعه رائو و همکاران تعیین شده‌اند. برای سهولت در نمایش، ترکیب‌های مختلف مصالح، با نمادهای دوحرفی نشان داده شده است. مصالح بستر شامل چهار نوع Gravel(G)، Sand(S)، Silt(I) و Clay(C) و مصالح اساس در سه کیفیت High(H)، Medium(M) و Low(L) در نظر گرفته شده‌اند. گفتنی است این تحلیل‌ها با در نظر گرفتن عمق قرارگیری لایه سخت (سنگ بستر) (Stiff layer) (Bedrock)) در سه تراز مختلف صورت گرفته است. انتخاب این ترازها با هدف پوشش بازه‌ای از شرایط محتمل در پروژه‌های روسازی انجام شده است؛ به طوری که عمق ۳ متر نمایانگر حالت سنگ بستر کم عمق، ۴.۵ متر به عنوان وضعیت میانی، و ۶ متر به عنوان آستانه‌ای در نظر گرفته شده که در برخی منابع، تأثیر سنگ بستر در آن آستانه به طور قابل توجهی در تحلیل روسازی کاهش می‌یابد [32]. سرانجام لایه اساس با درجه کیفی پایین (Low) و بستر روسازی در حالت ماسه‌ای (Sand) به عنوان مصالح غیر آسفالتی با ویژگی مدول غیر خطی مبنای مدل‌سازی قرار گرفت. همان‌طور که مشاهده می‌شود در حالت SL و عمق ۳ متری قرارگیری سنگ بستر کمترین میزان خطا (۰/۰۱۷ میلی-متر) به دست آمده است. بیان می‌شود در مطالعه‌ای از لی و ونگ (Li & Wang) [33] نیز پارامترهای مصالح برای اساس و بستر از معادلات تجربی - آزمایشگاهی توسعه یافته که خواص فیزیکی



شکل ۲. نمودار نرمی خزشی بر حسب لگاریتم زمان

خواص مصالح لایه‌های غیر آسفالتی

برای درک رفتار مصالح غیر آسفالتی ابتدا باید به ویژگی غیر خطی بودن آن‌ها توجه کرد. خاک بستر و لایه‌های اساس یا زیراساس تحت بارهای تکراری رفتار غیر خطی نشان می‌دهند، به این معنا که پاسخ مکانیکی آن‌ها با مدول برجهندگی (Resilient modulus) وابسته به تنش توصیف می‌شود. لذا برای تحلیل دقیق‌تر روسازی بهتر است اثر مدول غیر خطی مصالح در نظر گرفته شود. در این مطالعه با استفاده از زیرروال UMAT مدول غیر خطی وابسته به تنش بر اساس مدل ARA (Applied Research Associates Mechanistic-) برنامه‌نویسی شد؛ مدلی که به عنوان راهنمای طراحی مکانیکی - تجربی روسازی (Empirical Pavement Design Guide (MEPDG) [24] نیز شناخته می‌شود و رابطه (۴) مبنای پیاده‌سازی آن است [25,26]. مدل ساختاری ARA از قابلیت بالایی در شبیه‌سازی رفتارهای مصالح روسازی برخوردار است؛ به گونه‌ای که هم توانایی بازتاب فرایند سخت‌شوندگی مصالح سنگدانه‌ای لایه‌های اساس را دارد و هم قادر است نرم‌شوندگی خاک‌های ریزدانه در بستر را به دقت مدل‌سازی کند [27]. نقطه قوت این معادله توانایی آن در اعمال کردن وابستگی مدول برجهندگی به وضعیت تنش و نوع ماده است [28].

$$M_r = k_1 P_a \left(\frac{\theta}{P_a} \right)^{k_2} \left(\frac{\tau_{oct}}{P_a} + 1 \right)^{k_3} \quad (4)$$

M_r : مدول برجهندگی

θ : نامتغیر اول تانسور تنش

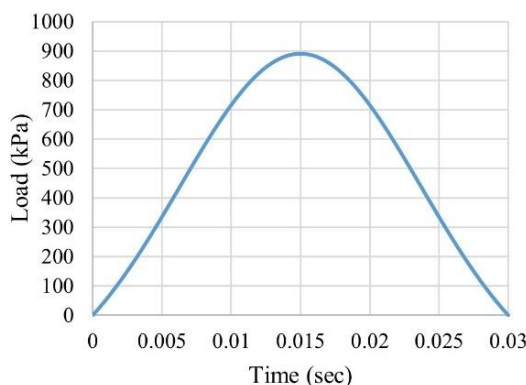
P_a : فشار اتمسفر معادل ۱۰۱/۳۲۵ کیلوپاسکال

τ_{oct} : تنش برشی هشت وجهی

k_1, k_2 و k_3 : ثابت‌های رگرسیون

ساختار مدل اجزای محدود

در این پژوهش روسازی محور مورد مطالعه تحت بار دستگاه FWD به صورت دوبعدی و تقارن محور شبیه سازی شد. مدل تقارن محور دوبعدی در مدل سازی آزمون FWD نتایجی مشابه مدل سه بعدی را با کارایی بالاتر ارائه می دهد [18]. شکل (۴) نمونه ای از الگوی بارگذاری FWD در این مدل سازی برای بار ۸۹۰ کیلو پاسکال است. فرکانس مؤثر بارگذاری با توجه به دوره تناوب ۰/۳ ثانیه ای، برابر با حدود ۳۳/۳ هرتز است.

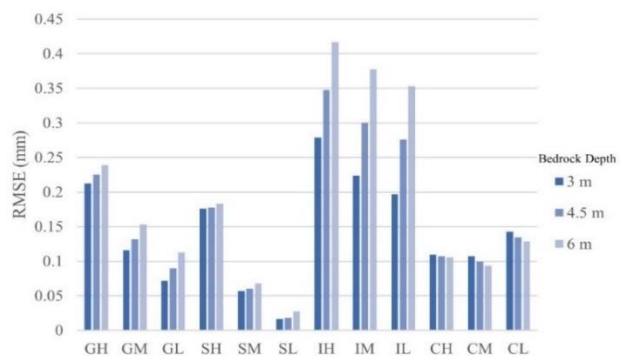


شکل ۴ الگوی دامنه نوسان بار ضربه ای آزمون FWD

همچنین، تحلیل حساسیت نسبت به بیشینه خیز مرکزی و کناری برای تعیین شعاع و عمق مدل صورت گرفت. خیز بیشینه مرکزی بیانگر خیز در مرکز بارگذاری و خیز بیشینه کناری معادل با خیز در انتهای صفحه بارگذاری است. بنابر نمودارهای (۵) و (۷) طول شعاعی مدل از مقدار ۲ تا ۲/۵ متر تغییر کرده و مقادیر خیز بیشینه مرکزی و کناری ثبت شده است. معیار انتخاب ابعاد رسیدن به تغییرات خیز کمتر از ۵ درصد است و بنابراین بعد ۲/۵ متر برای طول شعاعی مدل انتخاب شده است. به همین ترتیب در نمودارهای (۶) و (۸) عمق مدل از مقدار ۴/۵ تا ۱۰ متر تغییر کرده و در نهایت عمق ۸ متر برای مدل در نظر گرفته شده است. گفتنی است انعکاس موج تنش از مرزهای مدل عددی یکی از دغدغه های اصلی در تحلیل دینامیکی است. تشدید (Amplification) دینامیکی ممکن است در اثر انعکاس موج تنش، که ناشی از فاصله ناکافی تا این مرزهاست، رخ دهد [15]. دانکن و همکاران (Duncan et al.) [38] عمق مدل را ۵۰ برابر شعاع بارگذاری، و طول شعاعی آن را ۱۲ برابر شعاع بارگذاری

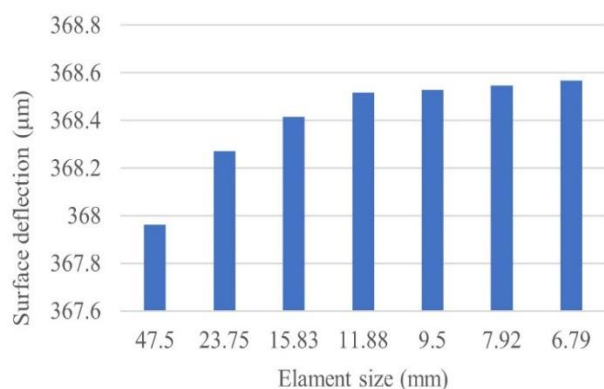
مصالص غیر آسفالتی را به پارامترهای مدول غیر خطی مرتبط می کنند، به دست آمده اند. گفتنی است، مقدار خطای RMSE در شکل (۳) بر اساس مقایسه میان داده های افت وخیز روسازی تحت بار FWD معادل ۵۶۶ کیلو پاسکال و در دمای ۳۵ °C با نتایج مدل عددی است.

یکی دیگر از ویژگی های قابل توجه در مصالح غیر آسفالتی، همسانگردی عرضی آن هاست. بر اساس مطالعات انجام شده، سختی لایه های روسازی در راستای عمودی بیشتر از سختی آن ها در راستای افقی است [34]. زیرا فرایند روسازی راه ها شامل تراکم مصالح در راستای عمود است و همین امر منجر به خواص مکانیکی متفاوت در راستای عمودی و افقی می شود. این ویژگی با عنوان همسانگردی عرضی در لایه های روسازی شناخته می شود. به طور معمول، شاخص همسانگردی عرضی با نسبت مدول افقی به قائم (n) مشخص می شود. با توجه به نبود داده های آزمایشگاهی صریح برای تعیین پارامتر همسانگردی عرضی n در مصالح روسازی، انتخاب این پارامتر در مطالعات عددی معمولاً بر اساس ویژگی های فیزیکی مصالح، کیفیت ساخت، و انطباق با رفتار واقعی صورت می گیرد. در مدل های عددی معتبر نظیر مطالعه یو و همکاران (You et al.) [35]، مقدار n برای مصالح دانه ای برابر با ۰/۷۵ به کار گرفته شد. در این پژوهش نیز، با توجه به نوع مصالح به ترتیب مقادیر ۰/۵ و ۰/۷ برای مصالح اساس و بستر انتخاب گردید. این مقادیر ضمن همخوانی با رفتار مکانیکی مورد انتظار، در محدوده ای قرار دارد که در مطالعات عددی مرتبط با مصالح دانه ای رایج است و منجر به پاسخ عددی پایدار در مدل سازی است [36,37].



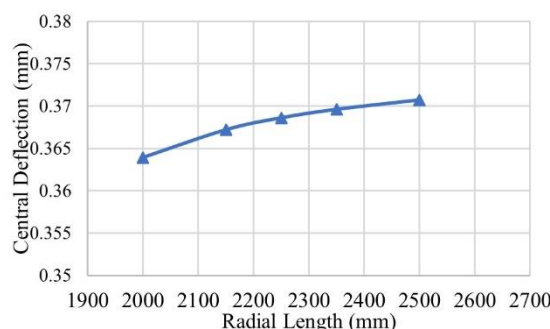
شکل ۳ RMSE در مقادیر مختلف از ضرایب رگرسیون اختصاص داده شده به بستر و اساس

برای انتخاب سائز مش‌بندی نیز مطابق با شکل (۹)، تغییرات خیز سطح روسازی در مقابل تغییر سائز مش مورد بررسی قرار گرفت و سائز مش ۹/۵ میلی‌متر انتخاب شد. زیرا مقادیر کوچک‌تر از آن عملاً تأثیری در خیز به دست آمده نداشته‌اند. بنابر شکل (۱۰) و (۱۱) مش‌بندی اجزای محدود در ناحیه بارگذاری دایره‌ای ریزتر و در نواحی دورتر از آن نسبتاً درشت‌تر اعمال شده تا با حفظ دقت تحلیل، حجم محاسبات و مدت زمان حل کاسته شود. در این تحقیق، برای مدل‌سازی ناحیه‌ای که مصالح رفتار غیر خطی از خود نشان می‌دهند، از المان‌های 4-node bilinear, reduced integration with) CAX4R (hourglass control استفاده شده است در حالی که در نواحی با مصالح خطی، المان‌های CAX4 (4-node bilinear) مورد استفاده بوده است. در شبیه‌سازی روسازی، تماس کامل میان لایه‌ها با فرض عدم لغزش نسبی با توجه به بزرگ بودن سطح تماس لایه‌ها، نیروی گرانش و بار ترافیکی مد نظر قرار گرفت. این موضوعی است که با ماهیت بارگذاری فشاری نیز سازگار است [39]. بنابراین مدل اجزای محدود از اتصال گرهی (Tie-contact) بهره می‌برد؛ روشی که اتصال کامل میان **سطوح** را بدون لغزش یا جداشدگی فراهم می‌سازد و برای شبیه‌سازی تعامل میان لایه‌های روسازی به کار گرفته می‌شود [40]. با توجه به شکل (۱۲) در مدل تقارن محور شرایط مرزی به گونه‌ای تعریف شد که جابه‌جایی افقی در محور تقارن و لبه‌های جانبی، و جابه‌جایی افقی و قائم در بخش تحتانی محدود گردد.

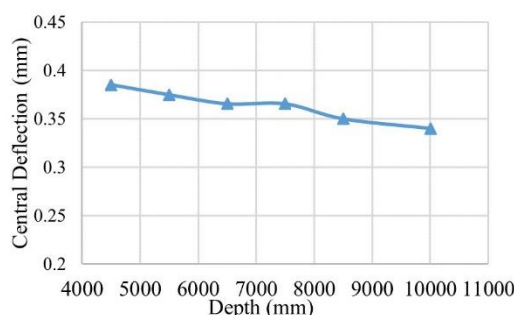


شکل ۹ تحلیل حساسیت مش

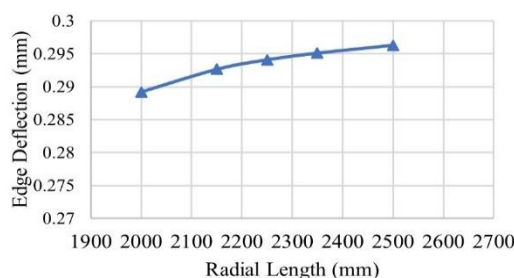
در نظر گرفت. در اینجا ابعاد مدل تقارن محور با شعاع ۲/۵ متر و عمق ۸ متر در جهت اطمینان تعیین شد.



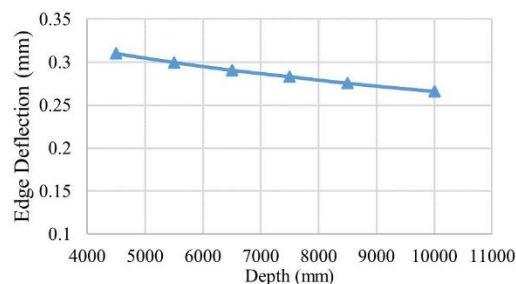
شکل ۵ مقدار خیز بیشینه مرکزی با تغییر در طول شعاعی مدل



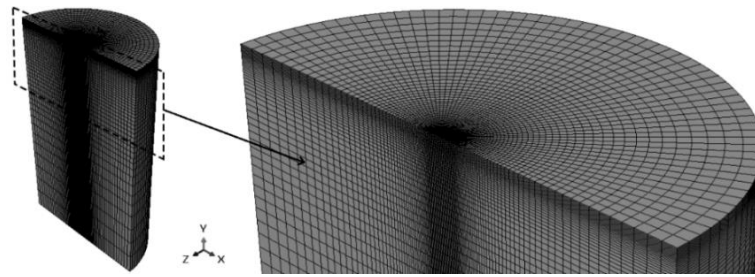
شکل ۶ مقدار خیز بیشینه مرکزی با تغییر در عمق مدل



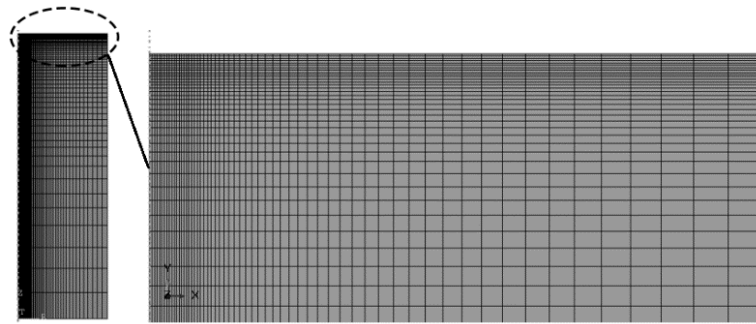
شکل ۷ مقدار خیز بیشینه کناری با تغییر در طول شعاعی مدل



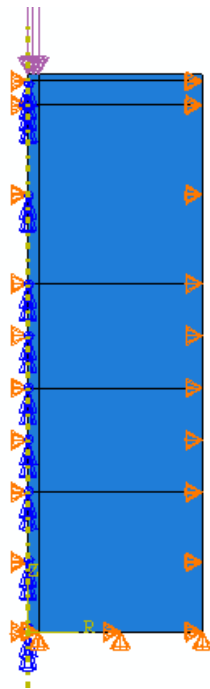
شکل ۸ مقدار خیز بیشینه کناری با تغییر در عمق مدل



شکل ۱۰ ساختار سه بعدی مدل تقارن محور اجزای محدود روسازی



شکل ۱۱ ساختار دوبعدی مدل تقارن محور اجزای محدود روسازی



شکل ۱۲ شرایط مرزی و محل بارگذاری در مدل تقارن محور روسازی

ضمنی (Implicit) و صریح (Explicit) برای حل معادله دیفرانسیل حاکم بر این سیستم وجود دارد. الگوریتم صریح، وضعیت سیستم را در زمان آینده بر اساس شرایط فعلی محاسبه می کند و معمولاً به زمان تحلیل کوتاهی نیاز دارد. با این حال

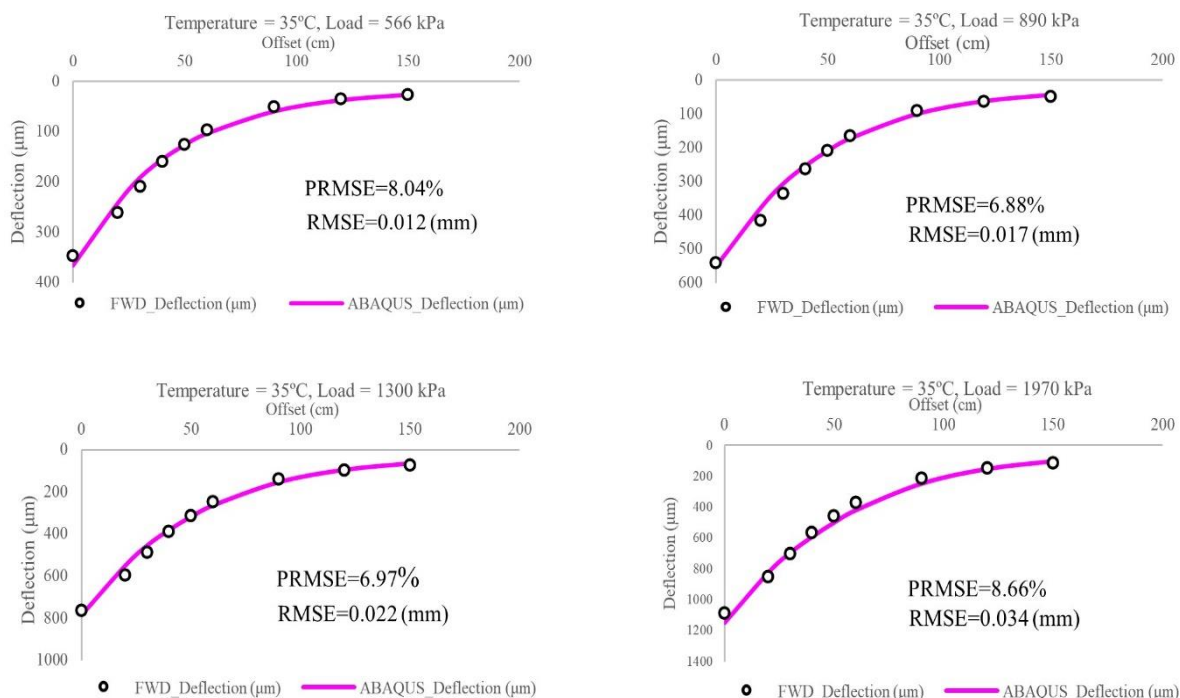
گفتنی است یک مقطع روسازی تحت بار FWD باید به عنوان یک سیستم دینامیکی چندلایه در نظر گرفته شود؛ زیرا مقدار بار، تابع زمان تغییر می کند. این بارگذاری باعث ایجاد موج های دینامیکی در لایه های روسازی می شود. دو الگوریتم

و مدول الاستیسیته لحظه‌ای (Instantaneous elastic modulus) لایه آسفالتی در مدل بنا بر مطالعات گذشته، معادل مقدار مدول الاستیسیته محاسبه معکوس شده آن تحت آزمایش FWD در شرایط مختلف دمایی و بارگذاری مطابق با جدول (۳) که پیشتر ارائه شد، لحاظ شده است [15]. در شکل (۱۳) حوضچه خیز مدل در دمای ۳۵ درجه سانتی‌گراد در تمامی سطوح بارگذاری ترسیم شده است. مقادیر خطای محاسبه شده شامل RMSE و PRMSE بر روی نمودارها درج شده و برای سایر حالت‌ها، به منظور اختصار، به ارائه شکل‌های (۱۴) و (۱۵) بسنده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش دما و بالا رفتن مقادیر بارگذاری، مقادیر خطا نیز افزایش می‌یابد؛ اما همچنان مقادیر RMSE در تمامی موارد کمتر از ۰/۱ میلی‌متر است و در اکثر موارد به طور قابل توجهی کمتر از این مقدار است. بیان می‌شود که مقادیر RMSE کوچک‌تر از ۰/۱ میلی‌متر در محدوده استاندارد قرار گرفته و مورد تأیید است [41]. با توجه به انطباق نتایج حاضر با معیارهای پذیرفته شده در ادبیات، می‌توان عملکرد مدل پیشنهادی را از نظر دقت عددی، معتبر و قابل اتکا ارزیابی کرد.

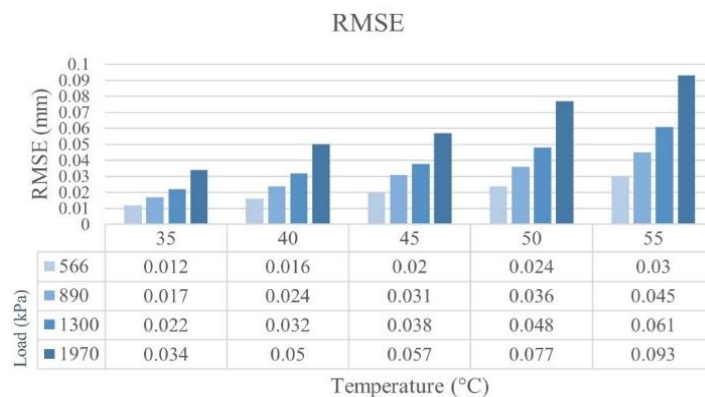
پایداری عددی این روش مشروط است. در مقابل الگوریتم ضمنی از پایداری عددی بی‌قید و شرط برخوردار است. این الگوریتم برای حل معادله از اطلاعات مربوط به وضعیت فعلی و آینده سیستم به طور همزمان بهره می‌برد [15]. استفاده از تحلیل دینامیکی ضمنی، به دلیل پایداری عددی بهتر و کارآمدی در مسائل دینامیک سازه رویکرد این مطالعه است. در بخش بعدی نتایج حاصل از مدل‌سازی ارائه شده و با مقادیر اندازه‌گیری شده از آزمون FWD مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

مقایسه نتایج مدل‌سازی و FWD

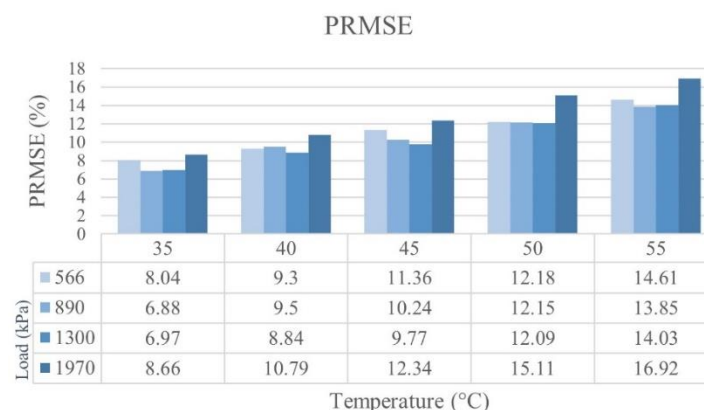
به منظور ارزیابی دقت شبیه‌سازی پاسخ دینامیکی روسازی، نتایج مربوط به حوضچه خیز (Deflection bowl/basin) محاسبه شده با داده‌های میدانی حاصل از آزمایش FWD از مطالعه صوتی‌فر و همکاران مقایسه شد. این مقایسه در چهار سطح بارگذاری شامل بارهای ۵۶۶، ۸۹۰، ۱۳۰۰ و ۱۹۷۰ کیلوپاسکال و در پنج دمای مختلف ۳۵، ۴۰، ۴۵، ۵۰ و ۵۵ درجه سانتی‌گراد (در مجموع ۲۰ حالت) صورت گرفت. گفتنی است دمای عمق میانی لایه آسفالتی به عنوان نماینده دمای کل لایه در نظر گرفته شده [39]



شکل ۱۳ اعتبارسنجی حوضچه خیز مدل FE با مقادیر FWD در دمای ۳۵ °C



شکل ۱۴ مقادیر RMSE در مقایسه داده‌های FWD و مدل عددی



شکل ۱۵ مقادیر PRMSE در مقایسه داده‌های FWD و مدل عددی

دهنده خیز در مرکز بارگذاری و بیانگر رفتار کلی سازه روسازی است و D900 خیز در فاصله ۹۰۰ میلی‌متری از مرکز را نشان می‌دهد و بیشتر معرف عملکرد بستر روسازی است [39]. عوامل بررسی شده شامل تحلیل دینامیکی، ویژگی ویسکوالاستیک لایه آسفالتی، خاصیت غیر خطی و همسانگرد عرضی در لایه‌های غیر آسفالتی و عمق قرارگیری سنگ بستر است. به منظور ارزیابی اثر هر عامل، مدلی با تمامی شرایط تحلیل به عنوان معیار سنجش تحت بارگذاری FWD قرار گرفته است. در تحلیل پارامتریک، هر عامل جداگانه با فرضیات ساده‌تر مانند تحلیل استاتیکی و ویژگی‌های الاستیک خطی و همسانگرد بررسی می‌گردد تا اثر آن در تحلیل مشخص شود.

تأثیر تحلیل دینامیکی

بارگذاری FWD به عنوان یک بارگذاری کوتاه مدت و ضربه‌ای، ماهیتی وابسته به زمان دارد که منجر به انتشار امواج تنش در لایه‌های روسازی می‌شود [42]. در این مطالعه، پاسخ سازه

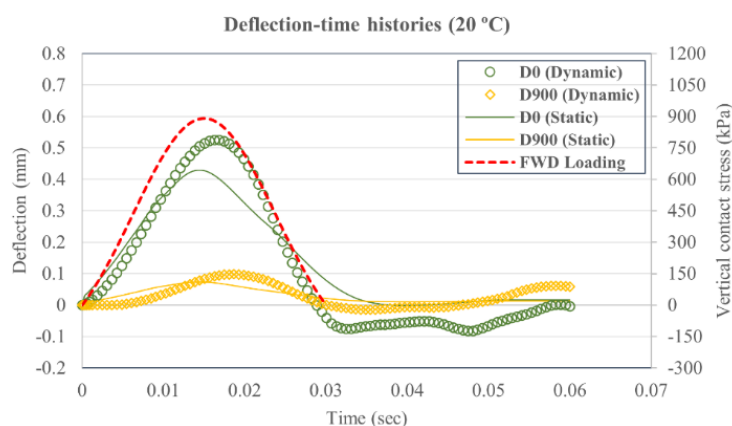
با توجه به شکل‌های (۱۴) و (۱۵) و مقادیر خطای محاسبه شده، مشاهده می‌شود که دمای بالا و افزایش نیروی بارگذاری می‌تواند به بروز رفتار فیزیکی پیچیده‌تر در مصالح منجر شود و موجب افزایش حساسیت مدل نسبت به پارامترهای ورودی گردد. گفتنی است از آنجا که مقادیر RMSE برای داده‌های مورد بررسی مورد تأیید است و مقادیر PRMSE صرفاً نسخه نرمال شده RMSE نسبت به میانگین یا دامنه داده‌هاست، می‌توان انتظار داشت که مقادیر PRMSE نیز در محدوده قابل قبول قرار گرفته است.

ارزیابی پارامترهای مؤثر بر عملکرد سازه‌ای روسازی

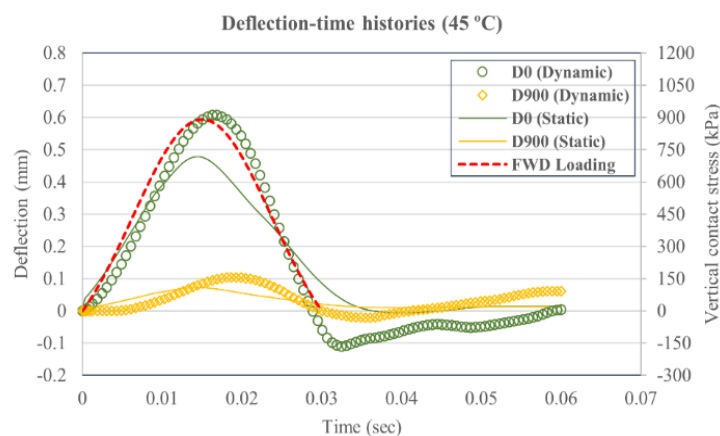
این بخش به بررسی عوامل کلیدی در شبیه‌سازی مدل اجزای محدود روسازی محور مورد مطالعه تحت بارگذاری دینامیکی FWD می‌پردازد. در ارزیابی عملکرد روسازی، خیز روسازی تحت بارگذاری به عنوان معیاری مهم بر مبنای دو شاخص D0 و D900 مورد بررسی قرار می‌گیرد که در این بین، نشان

مقدار بار، بلکه به سرعت و مدت زمان اعمال آن وابسته باشد، و در نتیجه، پاسخ با تأخیر زمانی ظاهر شود. عامل دوم، فرایند انتشار موج تنش در مصالح است که با سرعت مشخصی در محیط حرکت می‌کند. از این‌رو عامل سوم یعنی میرایی مصالح باعث جذب بخشی از انرژی موج در حین انتشار می‌شود و در نتیجه، سرعت مؤثر حرکت موج کاهش می‌یابد. این کاهش سرعت منجر به تأخیر در رسیدن موج به نقاط پاسخ و در نهایت افزایش وقفه زمانی می‌شود. گفتنی است نقش غالب فرایند انتشار موج تنش در ناحیه D900، که معرف رفتار بستر روسازی است، موجب افزایش مشهود وقفه زمانی در آن نسبت به D0 تلقی می‌شود. پرداختن به وقفه زمانی در تحلیل خیز دینامیکی، به منظور درک بهتر رفتار گذرای مصالح و ارزیابی ظرفیت جذب انرژی آن‌ها، نقش کلیدی در تفسیر دقیق عملکرد روسازی ایفا می‌کند.

روسازی تحت دو نوع تحلیل دینامیکی و استاتیکی بررسی شد تا اثرات وابستگی زمانی بارگذاری و مصالح آشکار گردد. شکل-های (۱۶) و (۱۷) افت‌وخیز سطح روسازی را بر مبنای دو شاخص D0 و D900 نمایش می‌دهد. مقایسه نمودارهای بار - زمان و افت‌وخیز - زمان نشان می‌دهد که در تحلیل دینامیکی وقفه زمانی (Time lag) مشخصی بین رسیدن بار به مقدار بیشینه و وقوع حداکثر خیز در نقاط D0 و D900 وجود دارد؛ موضوعی که در مطالعات پیشین نیز مطرح بوده است [43]. این تأخیر را می‌توان به سه عامل مکانیکی نسبت داد؛ یکی از این عوامل، رفتار ویسکوالاستیک مصالح روسازی است که منجر به تأخیر در پاسخ به بارگذاری می‌شود. مصالح ویسکوالاستیک تحت تأثیر همزمان نیروهای کشسان (الاستیک)، نیروهای ویسکوز (وابسته به نرخ تغییر شکل)، و نیروهای اینرسی (وابسته به جرم و شتاب) قرار دارند [44]. این ترکیب باعث می‌شود که پاسخ مصالح نه تنها به



شکل ۱۶ مقایسه تحلیل دینامیکی و استاتیکی با استفاده از منحنی‌های افت‌وخیز - زمان در دمای ۲۰ °C



شکل ۱۷ مقایسه تحلیل دینامیکی و استاتیکی با استفاده از منحنی‌های افت‌وخیز - زمان در دمای ۴۵ °C

جدول ۴ تأثیر تحلیل دینامیکی بر افت و خیز سطح روسازی

۴۵°C		۲۰°C		دما (°C)
تحلیل دینامیکی	تحلیل استاتیکی	تحلیل دینامیکی	تحلیل استاتیکی	شاخص افت و خیز
۰/۶۰۷ (+۲۷/۵٪)	۰/۴۷۶	۰/۵۲۵ (+۲۳٪)	۰/۴۲۷	D0 (mm)
۰/۱۰۴ (+۴۴٪)	۰/۰۷۲	۰/۰۹۷ (+۳۳٪)	۰/۰۷۳	D900 (mm)
*درصد های درج شده در جدول بیانگر میزان تغییرات هر شاخص نسبت به حالت تحلیل استاتیکی می باشد.				

همان گونه که در جدول (۴) مشاهده می شود، در آزمایش FWD، به دلیل ماهیت ضربه ای و گذرای بارگذاری، خیز ثبت شده در حالت تحلیل دینامیکی معمولاً بیشتر از استاتیکی است. این تفاوت در دمای بالاتر تشدید می شود، زیرا رفتار ویسکوالاستیک در لایه آسفالتی غالب است. بنابراین شاخص D0 در تحلیل دینامیکی در دماهای ۲۰ و ۴۵ درجه سانتی گراد به ترتیب ۲۳ و ۲۷/۵ درصد نسبت به تحلیل استاتیکی افزایش داشته است. این مقادیر برای شاخص D900 برابر با ۳۳ و ۴۴ درصد بوده است. تأثیر تحلیل دینامیکی بر خیز D900 به مراتب بیشتر از D0 است، چرا که D900 در فاصله دورتری از مرکز بارگذاری قرار دارد. در این نقطه، اثرات اینرسی و بازتاب موج به صورت برجسته تری ظاهر می شود. در مقابل، تحلیل استاتیکی به دلیل عدم لحاظ کردن وابستگی زمانی، قادر به بازنمایی این پدیده ها نیست. بنابراین، تحلیل دینامیکی نقش کلیدی در ارزیابی دقیق عملکرد گذرای روسازی ایفا می کند. وجود خیز منفی در نمودارهای دینامیکی نیز ناشی از ماهیت گذرای بارگذاری ضربه ای، رفتار ویسکوالاستیک مصالح، و اثر نیروهای اینرسی است. این پدیده در تحلیل دینامیکی روسازی اهمیت بالایی دارد، زیرا نشان دهنده توانایی مصالح در بازیابی تغییر شکل و میزان اتلاف انرژی در سیستم است.

تأثیر خاصیت ویسکوالاستیک لایه آسفالتی

به منظور بررسی اثر خاصیت ویسکوالاستیک در تحلیل پاسخ روسازی، دو حالت ساده شده با مدل معیار سنجش مقایسه شده- اند؛ مدل معیار سنجش، به عنوان حالت پایه و نزدیک ترین مدل به واقعیت، شامل رفتار ویسکوالاستیک در لایه آسفالتی و رفتار الاستیک غیر خطی و ناهمسانگرد در لایه های غیر آسفالتی است.

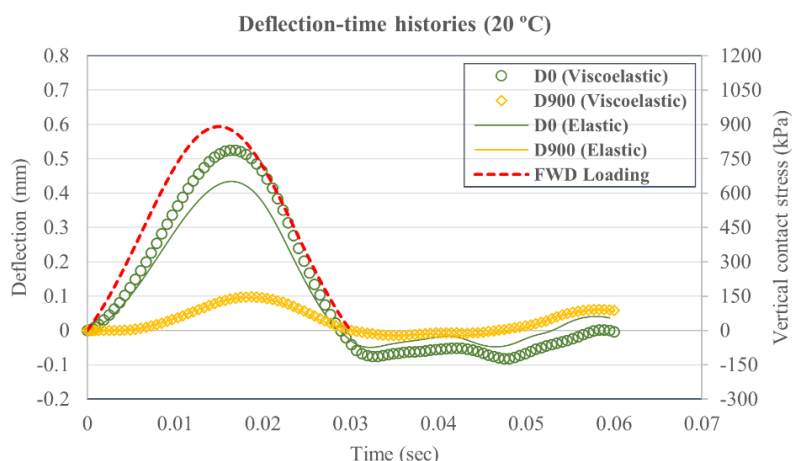
در حالت اول، برای بررسی تأثیر خاصیت ویسکوالاستیک، رفتار آسفالت به صورت الاستیک خطی فرض شده و سایر ویژگی های مدل معیار حفظ شده اند. در حالت دوم، علاوه بر فرض رفتار الاستیک خطی برای آسفالت، رفتار لایه های غیر آسفالتی نیز به صورت خطی و همسانگرد در نظر گرفته شده اند. جزئیات این حالات در جدول (۵) ارائه شده است. بررسی نتایج به دست آمده از تحلیل حالت اول، مطابق با شکل های (۱۸) و (۱۹)، نشان می دهد که D0، در حالتی که رفتار ویسکوالاستیک برای لایه آسفالتی لحاظ شده، بیشتر از حالتی است که این لایه به صورت الاستیک مدل سازی شده است. بر مبنای اطلاعات جدول (۶) نیز مقادیر بیشینه آن در دماهای ۲۰ و ۴۵ درجه سانتی گراد به ترتیب ۲۱ و ۲۷ درصد افزایش داشته است. در مقابل، D900، در هر دو مدل رفتاری و در هر دو دمای مورد بررسی تفاوت چندانی نداشتند و تقریباً برابر بوده اند. این تفاوت در مقدار D0 را می توان به تفاوت در نحوه انتقال و جذب انرژی ناشی از بارگذاری نسبت داد. در تحلیل با فرض رفتار الاستیک برای لایه آسفالتی، این لایه توانایی میرا کردن انرژی ورودی را ندارد و بخش عمده ای از تنش به لایه های زیرین، به ویژه لایه اساس، منتقل می شود. در نتیجه، تنش های اعمال شده در لایه اساس افزایش می یابند و این مصالح دانه ای، که رفتار غیر خطی دارند، به صورت موضعی وارد فاز سخت شوندگی می شوند. این پدیده موجب افزایش سختی موضعی و در نهایت کاهش خیز کل سیستم روسازی می شود. از سوی دیگر، در تحلیلی که رفتار ویسکوالاستیک برای لایه آسفالتی در نظر گرفته شده، بخشی از انرژی وارد شده توسط خود این لایه جذب و مستهلک می گردد و در نتیجه، میزان تنش منتقل شده به لایه های زیرین کمتر خواهد بود. به همین دلیل، فرایند سخت شوندگی در لایه اساس به میزان کمتری رخ می دهد

D0 در حالتی که همه لایه‌ها به صورت الاستیک فرض شده‌اند در دماهای ۲۰ و ۴۵ درجه سانتی‌گراد به ترتیب ۷ و ۹ درصد کمتر از مقادیر آن در حالت مدل معیار سنجش است. این در حالی است که مقادیر D900 در حالت مشابه با ۳۰ و ۲۶ درصد کاهش روبه‌رو بوده است. شایان ذکر است در مدل‌های حالت دوم که تمامی لایه‌های روسازی به صورت الاستیک خطی فرض شده‌اند، پاسخ دینامیکی سیستم پس از بارگذاری ضربه‌ای به صورت نوسانی ظاهر می‌شود. این رفتار ناشی از نبود مکانیزم جذب انرژی و رفتار فنرگونه آن‌هاست که انرژی وارد شده را ذخیره و سپس آزاد می‌کنند. هر چند در تحلیل عددی، میرایی عددی موجب کاهش تدریجی دامنه نوسان‌ها می‌شود، اما نبود ویژگی‌هایی مانند ویسکوالاستیسیته یا وابستگی به تنش، باعث می‌شود پاسخ مدل از رفتار واقعی روسازی فاصله بگیرد.

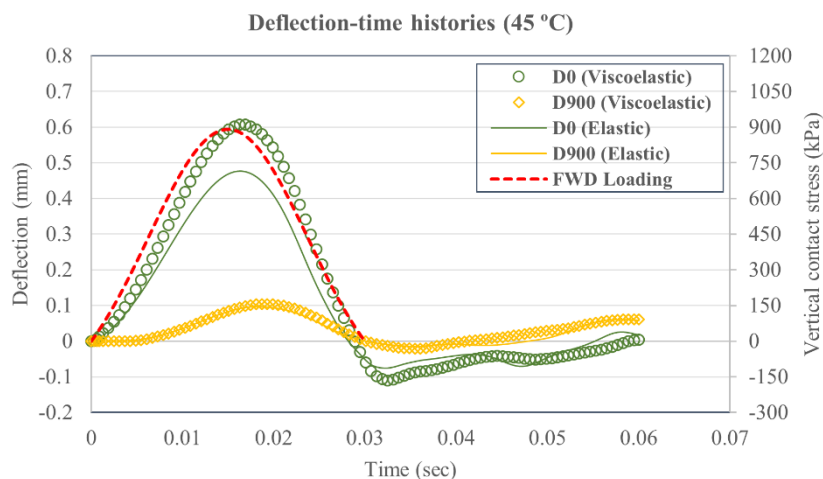
و خیز در مرکز بارگذاری افزایش می‌یابد. شایان ذکر است که استفاده از مدل ARA این امکان را فراهم می‌سازد تا وابستگی مدول برجهندگی به تنش و جنس مصالح در تحلیل لحاظ گردد. این ویژگی، توانایی مدل را در شبیه‌سازی واقع‌گرایانه رفتار سخت‌شوندگی در مصالح سنگدانه‌ای (مانند لایه اساس) و رفتار نرم‌شوندگی در مصالح ریزدانه (مانند خاک بستر) افزایش می‌دهد و نقش کلیدی در دقت تحلیل ایفا می‌کند. در ادامه، تحلیل حالت دوم که در آن نه رفتار ویسکوالاستیک برای لایه آسفالتی و نه رفتار غیر خطی برای مصالح دانه‌ای لحاظ شده، نشان می‌دهد که به دلیل نبود این ویژگی‌ها، ظرفیت جذب انرژی در سیستم روسازی به شدت کاهش یافته و انتقال مستقیم تنش‌ها به لایه‌های زیرین منجر به افزایش محسوس خیز کل روسازی شده است. این موضوع در مقادیر درج شده در جدول (۷) و شکل‌های (۲۰) و (۲۱) به وضوح قابل مشاهده است. به طوری که مقادیر بیشینه

جدول ۵ فرضیات مدل‌های مورد مقایسه در بررسی اثر خاصیت ویسکوالاستیک

شرایط و ویژگی‌ها	مدل معیار سنجش	حالت ۱	حالت ۲
بارگذاری	دینامیکی (FWD)	دینامیکی (FWD)	دینامیکی (FWD)
تحلیل	دینامیکی	دینامیکی	دینامیکی
لایه آسفالتی	ویسکوالاستیک خطی	الاستیک خطی	الاستیک خطی
لایه‌های غیرآسفالتی	الاستیک غیر خطی و ناهمسانگرد	الاستیک غیر خطی و ناهمسانگرد	الاستیک خطی و همسانگرد



شکل ۱۸ مقایسه فرض ویژگی ویسکوالاستیک و الاستیک در لایه آسفالتی با منحنی‌های افت‌وخیز - زمان در دمای ۲۰ °C (حالت ۱)



شکل ۱۹ مقایسه فرض ویژگی ویسکوالاستیک و الاستیک در لایه آسفالتی با منحنی‌های افت‌وخیز - زمان در دمای ۴۵ °C (حالت ۱)

جدول ۶ بررسی اثر خاصیت ویسکوالاستیک (حالت ۱)

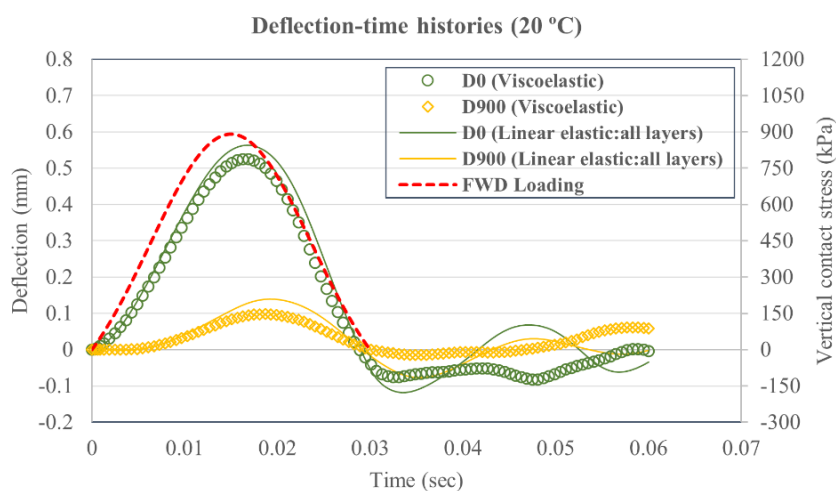
۴۵°C		۲۰°C		دما (°C)
آسفالت ویسکوالاستیک	آسفالت الاستیک	آسفالت ویسکوالاستیک	آسفالت الاستیک	شاخص افت‌وخیز
۰/۶۰۷ (+۲۷٪)	۰/۴۷۷	۰/۵۲۵ (+۲۱٪)	۰/۴۳۵	D0 (mm)
۰/۱۰۴ (+۸/۳٪)	۰/۰۹۶	۰/۰۹۷ (+۲٪)	۰/۰۹۵	D900 (mm)

* درصدهای درج شده در جدول بیانگر میزان تغییرات هر شاخص نسبت به حالت ۱ (آسفالت الاستیک) است.

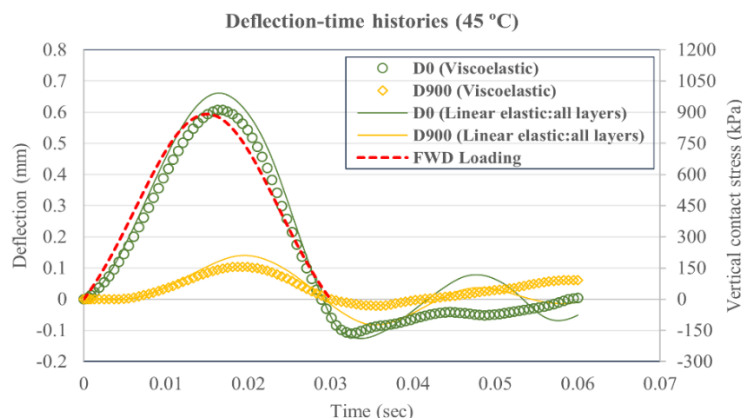
جدول ۷ بررسی اثر خاصیت ویسکوالاستیک (حالت ۲)

۴۵°C		۲۰°C		دما (°C)
آسفالت ویسکوالاستیک	آسفالت الاستیک	آسفالت ویسکوالاستیک	آسفالت الاستیک	شاخص افت‌وخیز
۰/۶۰۷ (-۹٪)	۰/۶۶۱	۰/۵۲۵ (-۷٪)	۰/۵۶۳	D0 (mm)
۰/۱۰۴ (-۲۶٪)	۰/۱۴	۰/۰۹۷ (-۳۰٪)	۰/۱۳۹	D900 (mm)

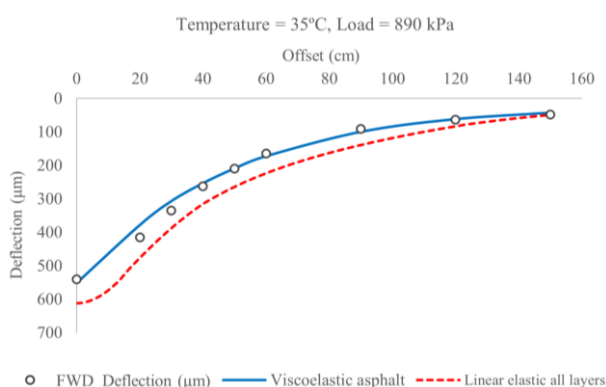
* درصدهای درج شده در جدول بیانگر میزان تغییرات هر شاخص نسبت به حالت ۲ (تمامی لایه‌ها الاستیک) است.



شکل ۲۰ مقایسه فرض ویژگی ویسکوالاستیک و الاستیک در لایه آسفالتی با منحنی‌های افت‌وخیز - زمان در دمای ۲۰ °C (حالت ۲)



شکل ۲۱ مقایسه فرض ویژگی ویسکوالاستیک و الاستیک در لایه آسفالتی با منحنی های افت و خیز - زمان در دمای ۴۵ °C (حالت ۲)

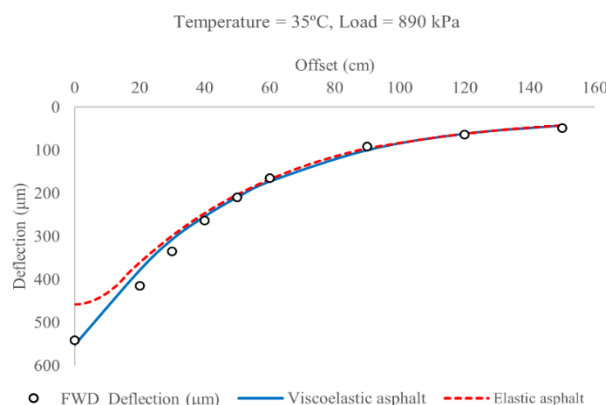


شکل ۲۳ مقایسه حوضچه افت و خیز روسازی با فرض آسفالت الاستیک و ویسکوالاستیک با پاسخ FWD (حالت ۲)

تأثیر خاصیت همسانگرد عرضی در مصالح لایه های غیرآسفالتی

مطابق با نتایج ارائه شده در شکل های (۲۴) و (۲۵) فرض همسانگرد بودن مصالح غیرآسفالتی منجر به کاهش مقادیر D0 و D900 در مقایسه با حالت ناهمسانگرد می شود. این تفاوت عمدتاً ناشی از آن است که در مصالح دانه ای، سختی در راستای افقی کمتر از سختی در راستای قائم است؛ در حالی که در مدل همسانگرد، مدول های افقی و قائم برابر فرض می شوند. جدول (۸) به مقایسه پاسخ های بحرانی روسازی در دو حالت همسانگرد و ناهمسانگرد اختصاص دارد. این پاسخ ها شامل خیز سطحی در محل اعمال بار (δ_{surface})، کرنش کششی افقی در زیر لایه آسفالتی (ϵ_h) و کرنش فشاری قائم در سطح لایه بستر (ϵ_v) هستند. بر اساس داده های به دست آمده، در نظر گرفتن ناهمسانگردی عرضی می تواند تا حدود ۱۵ درصد موجب افزایش افت و خیز سطحی نسبت به مدل همسانگرد شود. همچنین، در

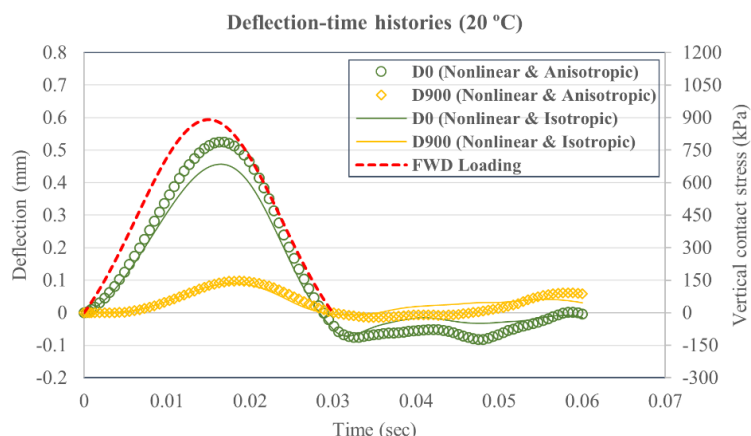
همچنین شکل (۲۲) به عنوان یک نمونه، مقایسه ای از حوضچه افت و خیز روسازی را در شرایط تحلیل آسفالت به عنوان یک ماده الاستیک و ویسکوالاستیک مطابق با حالت اول نشان می دهد. بیان می شود که نظریه الاستیک پاسخ های روسازی به بارگذاری را به طور قابل توجهی کمتر از مقدار واقعی برآورد می کند [13]. در اینجا نیز مشاهدات نشان می دهد که فرض لایه آسفالتی به عنوان یک ماده الاستیک خیز روسازی را در مرکز بارگذاری و قسمت های نزدیک به آن کمتر از مقدار واقعی برآورد کرده است؛ در حالی که مدل ویسکوالاستیک در تطابق با داده های FWD است. در شکل (۲۳) نیز مقایسه ای از حوضچه افت و خیز روسازی در شرایط تحلیل مدل در حالت دوم ارائه شده است. آن گونه که پیشتر نیز اشاره شد، در شرایطی که ویژگی های ویسکوالاستیک و رفتار غیر خطی مصالح در مدل لحاظ نشده اند، نحوه توزیع تنش منجر به افزایش خیز روسازی نسبت به مقادیر واقعی FWD شده است.



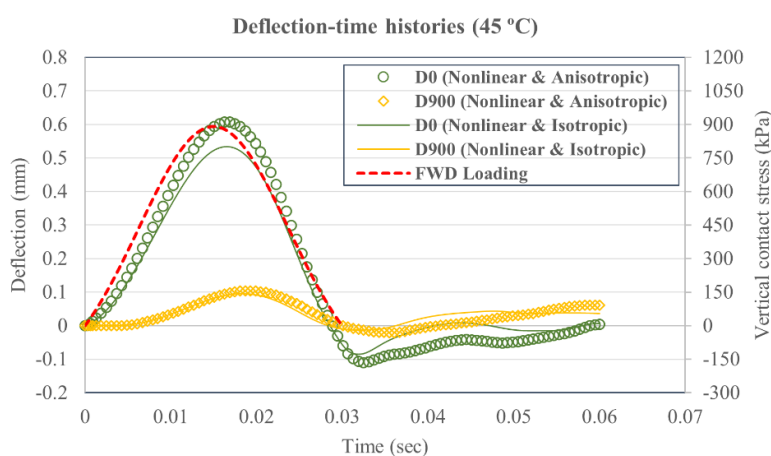
شکل ۲۲ مقایسه حوضچه افت و خیز روسازی با فرض آسفالت الاستیک و ویسکوالاستیک با پاسخ FWD (حالت ۱)

به ترتیب ۷۴ تا ۷۷ درصد بیشتر از مدل همسانگرد است که بیانگر افزایش عمق پیش‌بینی شده شیارشدگی در مدل ناهمسانگرد است [45]. درصدهای ارائه شده در جدول (۸) میزان تغییرات هر پارامتر نسبت به حالت همسانگرد را نشان می‌دهند.

مدل ناهمسانگرد، میزان کرنش افقی زیر لایه آسفالتی در هر دو دمای بررسی شده بین ۵۲ تا ۵۹ درصد بیشتر از حالت همسانگرد گزارش شده است؛ موضوعی که نشان دهنده کاهش عمر خستگی روسازی در این حالت است [45]. از سوی دیگر، کرنش قائم در سطح لایه بستر نیز در دماهای ۲۰ و ۴۵ درجه سانتی‌گراد



شکل ۲۴ مقایسه فرض ویژگی ناهمسانگردی و همسانگردی در لایه‌های غیرآسفالتی با استفاده از منحنی‌های افت‌وخیز - زمان در دمای ۲۰ °C



شکل ۲۵ مقایسه فرض ویژگی ناهمسانگردی و همسانگردی در لایه‌های غیرآسفالتی با استفاده از منحنی‌های افت‌وخیز - زمان در دمای ۴۵ °C

جدول ۸ تأثیر خاصیت همسانگردی عرضی بر پاسخ‌های روسازی

۴۵ °C		۲۰ °C		دما (°C)
ناهمسانگرد	همسانگرد	ناهمسانگرد	همسانگرد	پاسخ‌های بحرانی
(٪ +۱۳/۹) ۰/۶۰۷		(٪ +۱۵) ۰/۵۲۵		δ_{surface} (mm)
(٪ +۵۹) ۲۴۴		(٪ +۵۲) ۲۶۵		ϵ_h (μE)
(٪ +۷۴) ۱۰۶۰		(٪ +۷۷) ۹۹۰		ϵ_v (μE)

*درصدهای درج شده در جدول بیانگر میزان تغییرات هر پارامتر نسبت به حالت همسانگرد است.

تأثیر خاصیت مدول غیر خطی و همسانگرد عرضی در مصالح لایه‌های غیر آسفالتی

در این بخش، تأثیر ویژگی‌های غیر خطی بودن مدول برجهندگی و همسانگردی عرضی مصالح غیر آسفالتی بر پاسخ‌های بحرانی روسازی انعطاف‌پذیر مورد بررسی قرار گرفته است. این ارزیابی به صورت جداگانه برای لایه‌های اساس و بستر و در دو دمای ۲۰ و ۴۵ درجه سانتی‌گراد انجام شده است. نتایج حاصل در جداول (۹) و (۱۰) ارائه شده‌اند که درصد‌های درج شده در آن‌ها میزان تغییر هر پارامتر را نسبت به حالت خطی و همسانگرد نشان می‌دهند. مطابق با داده‌های جدول (۹) زمانی که لایه اساس به عنوان ماده‌ای با رفتار غیر خطی و ناهمسانگرد در نظر گرفته شود، مقادیر δ_{surface} و ϵ_h به ترتیب بین ۳۳ تا ۳۷ درصد و ۳۲ تا ۵۲ درصد کاهش می‌یابد و در مقابل، مقدار ϵ_v بین ۸۰ تا ۹۴ درصد افزایش می‌یابد. در جدول (۱۰) تحلیل مشابهی برای مصالح بستر انجام شده است که تغییرات کمتری را نشان می‌دهد؛ به طوری که δ_{surface} و ϵ_h حداکثر تا حدود ۵.۸ درصد تغییر کرده‌اند و ϵ_v بین ۱۹ تا ۲۲ درصد افزایش داشته است. این نتایج بیانگر آنند که در نظر گرفتن رفتار غیر خطی و همسانگردی عرضی در مصالح

دانه‌ای می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر پاسخ‌های سازه‌ای روسازی داشته باشد.

در ادامه، مقایسه‌ای میان افت‌وخیز سطحی روسازی در دو حالت فرض مدول خطی و همسانگرد، و فرض مدول غیر خطی و ناهمسانگرد به طور همزمان برای لایه‌های اساس و بستر انجام شده که در شکل‌های (۲۶) و (۲۷) نمایش داده شده‌اند. بر اساس تحلیل‌های صورت گرفته، مقدار D0 در حالت فرض ویژگی‌های غیر خطی و همسانگردی عرضی کمتر از حالت خطی و همسانگرد است و با افزایش دما، این اختلاف نیز بیشتر شده است. این موضوع نشان می‌دهد که وابستگی مصالح دانه‌ای به تنش و جهت‌گیری مکانیکی، در دماهای بالاتر نقش پررنگ‌تری در رفتار روسازی ایفا می‌کند [46]. همچنین، مقدار D900 نیز در مدل غیر خطی و همسانگرد عرضی تا حدودی کمتر از حالت خطی گزارش شده است. بنابر مطالعات پیشین نیز نادیده گرفتن ویژگی‌های غیر خطی بودن مصالح و همسانگردی عرضی سبب افزایش خیز روسازی و کاهش دقت در تحلیل عملکرد روسازی می‌شود [47].

جدول ۹. پیش‌بینی پاسخ‌های روسازی در حالات مختلف تحلیل برای لایه اساس

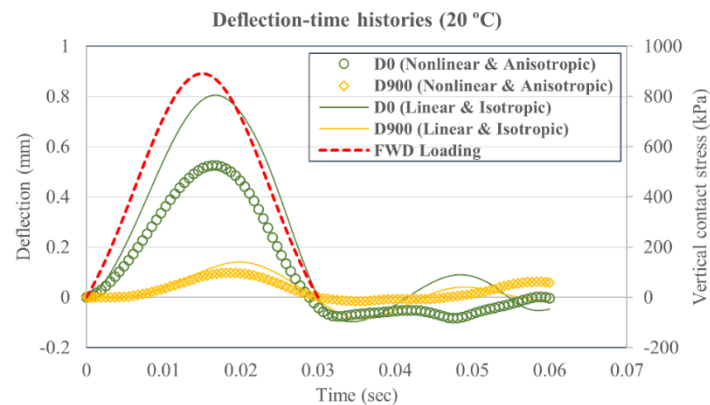
دما (°C)	۲۰°C	۴۵°C
پاسخ‌های بحرانی	اساس با ویژگی خطی همسانگرد	اساس با ویژگی خطی همسانگرد
δ_{surface} (mm)	۰/۷۸۳	۰/۶۰۷ (۳۷-٪)
ϵ_h (μE)	۳۹۰	۲۴۴ (۵۲-٪)
ϵ_v (μE)	۵۱۰	۱۰۶۰ (۸۰+٪)

*درصد‌های درج شده در جدول بیانگر میزان تغییرات هر پارامتر نسبت به حالت خطی و همسانگرد است.

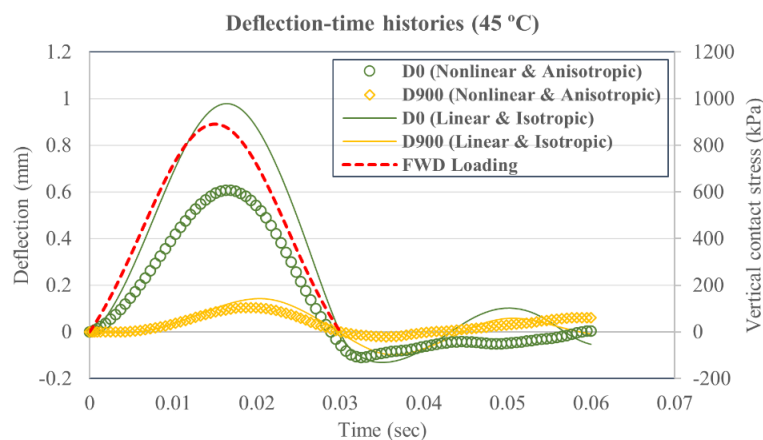
جدول ۱۰. پیش‌بینی پاسخ‌های روسازی در حالات مختلف تحلیل برای بستر

دما (°C)	۲۰°C	۴۵°C
پاسخ‌های بحرانی	بستر با ویژگی خطی همسانگرد	بستر با ویژگی خطی همسانگرد
δ_{surface} (mm)	۰/۵۴۴	۰/۶۲۵ (۲/۹-٪)
ϵ_h (μE)	۲۶۲	۲۵۹ (۵/۸-٪)
ϵ_v (μE)	۸۳۰	۸۷۰ (۲۱/۸+٪)

*درصد‌های درج شده در جدول بیانگر میزان تغییرات هر پارامتر نسبت به حالت خطی و همسانگرد است.



شکل ۲۶ مقایسه فرض مدول غیر خطی ناهمسانگرد در لایه‌های غیر آسفالتی با استفاده از منحنی‌های افت‌وخیز - زمان در دمای ۲۰ °C



شکل ۲۷ مقایسه فرض مدول غیر خطی ناهمسانگرد در لایه‌های غیر آسفالتی با استفاده از منحنی‌های افت‌وخیز - زمان در دمای ۴۵ °C

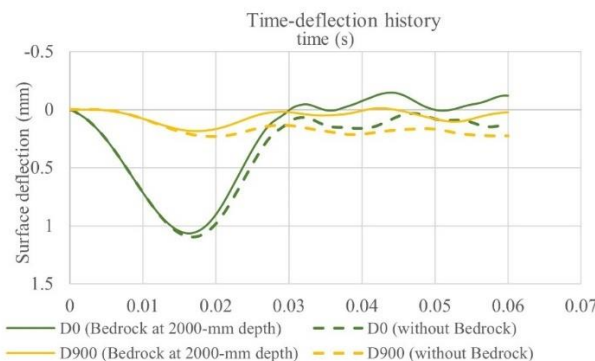
اما از این نقطه به بعد، تأثیر سنگ بستر کاهش می‌یابد و رفتار روسازی به حالت نیم‌فضای بی‌نهایت (Infinite half-space) نزدیک می‌شود. این روند با مشاهدات گزارش شده در مطالعات پیشین قابل مقایسه است؛ به طوری که در برخی منابع، عمق‌های بیش از ۵ متر به عنوان محدوده‌ای با تأثیر ناچیز سنگ بستر بر پاسخ‌های افت‌وخیز معرفی شده‌اند [۳۲]، در حالی که در مطالعات دیگر، این آستانه تا حدود ۸ یا حتی ۱۲ متر نیز گزارش شده است [39,48]. می‌توان گفت چنین تفاوت‌هایی در آستانه تأثیرگذاری، ناشی از عواملی مانند شرایط مرزی، نوع مصالح، و ضخامت لایه‌های روسازی است که نقش تعیین‌کننده‌ای در پاسخ دینامیکی سیستم دارند. همچنین مطالعات نشان داده است که نادیده گرفتن سنگ بستر در فرایند تحلیل می‌تواند منجر به خطاهای قابل توجه در محاسبه مدول‌های سازه‌ای شود، به ویژه در شرایطی که این لایه در نزدیکی سطح قرار دارد [49].

تأثیر حضور و عمق قرارگیری لایه سخت (سنگ بستر)
بر اساس تاریخچه‌های افت‌وخیز - زمان D0 و D900 در شکل (۲۸) تأثیر حضور لایه سخت در زیر بستر راه نشان داده شده است. مطابق با تحلیل‌های انجام شده وجود لایه سخت در زیر بستر روسازی مقادیر D0 و D900 را کاهش می‌دهد. وجود این لایه همچنین می‌تواند بر دامنه و زمان‌بندی افت‌وخیز تأثیرگذار باشد. در نمودارهای مربوط به نقاط D0 و D900 مشاهده می‌شود که وجود سنگ بستر در عمق ۲ متر در مقایسه با حالت عدم وجود آن، موجب کاهش مقدار خیز و تسریع در رسیدن به بیشینه خیز شده است. این رفتار را می‌توان ناشی از بازتاب سریع‌تر موج‌های تنش در مرز سخت و افزایش سختی مؤثر سیستم دانست. در ادامه و در شکل‌های (۲۹) و (۳۰) بررسی حساسیت نسبت به عمق سنگ بستر نیز نشان می‌دهد که تا عمق حدود ۴ متر، تغییرات قابل توجهی در پاسخ خیز سطحی مشاهده می‌شود،

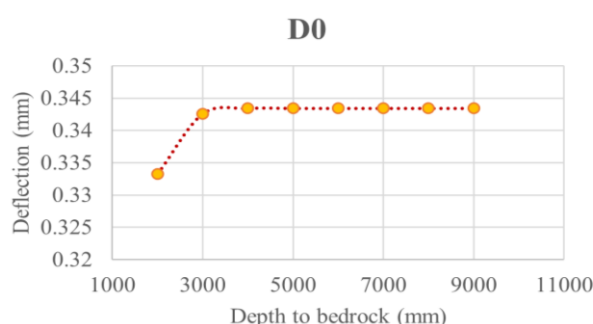
بحرانی روسازی تحت بارگذاری FWD را فراهم می‌سازد و نسبت به مطالعات پیشین، دیدگاه کامل‌تری از رفتار سازه‌ای روسازی ارائه می‌دهد. در این مطالعه با استفاده از مدل‌سازی اجزای محدود روسازی اهواز - شوش به ارزیابی تأثیر عوامل مختلف در شبیه‌سازی بر پاسخ‌های بحرانی روسازی انعطاف‌پذیر تحت آزمون FWD پرداخته شد. بر همین اساس نتایج زیر ارائه می‌شود:

۱. مقادیر خیز در تحلیل دینامیکی در مقایسه با تحلیل استاتیکی افزایش قابل توجهی داشت. این امر در دماهای بالاتر بیشتر بود و مقادیر بیشینه شاخص‌های D0 و D900 به ترتیب ۲۷/۵ و ۴۴ درصد در دمای ۴۰ درجه افزایش یافتند. همچنین در تحلیل دینامیکی به دلیل ماهیت گذرای بارگذاری FWD و تأثیر همزمان عوامل مکانیکی از جمله رفتار ویسکوالاستیک، انتشار موج‌های تنش و میرایی مصالح، پاسخ روسازی با وقفه زمانی همراه بود. مشاهده خیز منفی در نمودارهای دینامیکی نیز بیانگر اثر نیروهای اینرسی و توانایی مصالح در بازیابی تغییر شکل و اتلاف انرژی است. این یافته‌ها نشان می‌دهد که تحلیل دینامیکی، با لحاظ کردن وابستگی زمانی بارگذاری و رفتار گذرای مصالح، امکان ارزیابی دقیق‌تری از عملکرد سازه‌ای روسازی فراهم می‌کند.

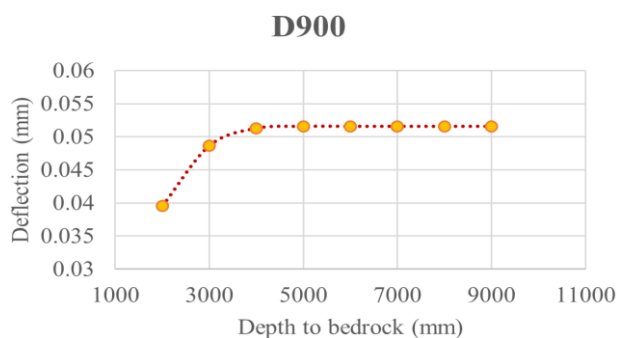
۲. بررسی اثر رفتار ویسکوالاستیک در لایه آسفالتی نشان داد که لحاظ کردن این ویژگی موجب افزایش خیز در مرکز بارگذاری (D0) و تطابق بهتر با داده‌های FWD می‌شود. در مدل‌هایی که آسفالت به صورت الاستیک خطی فرض شده بود، توانایی جذب و اتلاف انرژی کاهش یافت و بخش عمده‌ای از تنش به لایه‌های زیرین منتقل شد. این انتقال تنش موجب سخت‌شوندگی موضعی در مصالح دانه‌ای لایه اساس و در نهایت کاهش خیز کل روسازی گردید. در مقابل، مدل ویسکوالاستیک بخشی از انرژی وارد شده را در خود مستهلک کرد و از انتقال مستقیم تنش جلوگیری نمود، که نتیجه آن افزایش خیز در D0 و کاهش سختی موضعی در لایه‌های زیرین بود. مقادیر بیشینه D0 در مدل معیار سنجش ۲۱ و ۲۷ درصد افزایش را نسبت به مقادیر مشابه آن در حالت فرض آسفالت الاستیک نشان داد. همچنین، در مدل‌هایی که هیچ یک از ویژگی‌های ویسکوالاستیسیته و رفتار غیر خطی لحاظ نشده بود، ظرفیت جذب انرژی به طور محسوسی کاهش یافت و



شکل ۲۸ تأثیر وجود لایه سخت در زیر بستر راه بر تاریخچه افت‌وخیز - زمان D900 و D0



شکل ۲۹ تأثیر عمق قرارگیری بستر سخت بر خیز D0 روسازی تحت بار FWD



شکل ۳۰ تأثیر عمق قرارگیری بستر سخت بر خیز D900 روسازی تحت بار FWD

یافته‌ها و نتیجه‌گیری

این پژوهش یک چارچوب مدل‌سازی جامع برای تحلیل عملکرد روسازی انعطاف‌پذیر تحت بار FWD ارائه می‌دهد که به صورت همزمان اثر تحلیل دینامیکی، رفتار ویسکوالاستیک لایه آسفالتی، ناهمسانگردی مصالح سنگدانه‌ای، رفتار غیر خطی مدول برجهندگی مصالح غیر آسفالتی و موقعیت سنگ بستر را در مدل در نظر می‌گیرد. این رویکرد امکان ارزیابی دقیق‌تر پاسخ‌های

۵. تحلیل‌های دینامیکی نشان دادند که قرارگیری سنگ بستر در عمق کمتر از ۴ متر می‌تواند موجب بروز خطا در پیش‌بینی افت‌وخیز روسازی گردد. این خطا در نقاط دورتر از مرکز بارگذاری، که به عنوان شاخص عملکرد بستر روسازی محسوب می‌شوند، از اهمیت بیشتری برخوردار است. بنابراین، لحاظ کردن موقعیت سنگ بستر در مدل‌سازی عددی، به ویژه در عمق‌های کم، برای دستیابی به تحلیل دقیق عملکرد سازه‌ای روسازی ضروری است.

واژه‌نامه

Deflection	خیز
Falling Weight Deflectometer (FWD)	افت‌وخیزسنج ضربه‌ای
Nonlinear	غیر خطی
Cross-anisotropic (or transversely isotropic)	ناهمسانگرد متقاطع (یا همسانگرد عرضی)
Elseifi et al.	السیفی و همکاران
Nega et al.	نگا و همکاران
Bedrock	سنگ بستر
Finite element (FE)	اجزای محدود
Root Mean Square Error (RMSE)	خطای جذر میانگین مربعات
Percentage of Root Mean Square Error (PRMSE)	درصد خطای جذر میانگین مربعات
Witczak Model	مدل ویتزاک
Creep compliance	نرمی خزشی
Park & Schapery	پارک و شاپری
Resilient modulus	مدول برجهندگی
Applied Research Associates	ARA
Mechanistic-Empirical Pavement Design Guide (MEPDG)	راهنمای طراحی مکانیکی - تجربی روسازی
Rao et al.	رائو و همکاران
Yau & Quintus	یائو و کویتوس
Xiao and Tutumluer	ژیائو و توتوملور
Stiff layer (Bedrock)	لایه سخت (سنگ بستر)

پاسخ دینامیکی سیستم به صورت نوسانی و بیشتر از مقدار واقعی ظاهر شد. به گونه‌ای که مدل معیار سنجش ۷ و ۹ درصد کاهش را در مقادیر D_0 نسبت به مدلی با ویژگی الاستیک خطی در تمامی لایه‌ها و به ترتیب در دماهای ۲۰ و ۴۵ درجه سانتی‌گراد نشان داد و در حالت مشابه مقادیر D_{900} با ۳۰ و ۲۶ درصد کاهش روبه‌رو شد. یافته‌ها تأکید می‌کند که در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک برای دستیابی به تحلیل دقیق و واقع‌گرایانه از عملکرد روسازی ضروری است.

۳. ویژگی همسانگردی عرضی، به عنوان یکی از مشخصه‌های رفتاری مصالح سنگدانه‌ای در لایه‌های روسازی، می‌تواند موجب افزایش پاسخ‌های بحرانی سازه روسازی نسبت به حالت همسانگرد شود. نتایج تحلیل‌های عددی نشان دادند که در نظر گرفتن این ویژگی تا ۱۵ درصد باعث افزایش میزان افت‌وخیز سطحی در مقایسه با فرض همسانگردی می‌شود. همچنین، در مدل‌های ناهمسانگرد، مقادیر کرنش کششی افقی در زیر لایه آسفالتی و کرنش فشاری قائم در بالای بستر، در هر دو دمای بررسی شده، به ترتیب ۵۲ تا ۵۹ درصد و ۷۴ تا ۷۷ درصد بیشتر از مقادیر متناظر در حالت همسانگرد به دست آمد. این افزایش کرنش‌ها منجر به کاهش عمر خستگی پیش‌بینی شده و افزایش عمق شیارشدگی در مدل ناهمسانگرد نسبت به مدل همسانگرد می‌شود.

۴. نتایج نشان می‌دهد که در نظر گرفتن رفتار غیر خطی برای مدول برجهندگی مصالح سنگدانه‌ای، تأثیر قابل توجهی بر پیش‌بینی میزان افت‌وخیز روسازی دارد و این پیش‌بینی‌ها با نتایج حاصل از فرض خطی بودن مدول تفاوت دارد. بنابراین، لحاظ کردن این ویژگی در فرایند شبیه‌سازی و تفسیر نتایج آزمون FWD از اهمیت بالایی برخوردار است. در این پژوهش، زمانی که لایه اساس به صورت ماده‌ای با رفتار غیر خطی و ناهمسانگرد مدل‌سازی شد، مقادیر δ_{surface} و ϵ_h به ترتیب بین ۳۳ تا ۳۷ درصد و ۳۲ تا ۵۲ درصد کمتر، و مقدار ϵ_v بین ۸۰ تا ۹۴ درصد بیشتر از حالتی بود که اساس به صورت ماده‌ای خطی و همسانگرد در نظر گرفته شده بود. بررسی‌های مشابه برای لایه بستر نیز نشان داد که δ_{surface} تا ۳۰ درصد کاهش و ϵ_h تا ۵۸ درصد تغییر داشته، در حالی که ϵ_v در این حالت حدود ۱۹ تا ۲۲ درصد افزایش یافته است.

Implicit	ضمنی	Li & Wang	لی و ونگ
Explicit	صریح	You et al.	یو و همکاران
Deflection bowl/basin	حوضچه خیز	Amplification	تشدید
Instantaneous elastic modulus	مدول الاستیسیته لحظه‌ای	Duncan et al.	دانکن و همکاران
Time lag	وقفه زمانی		CAX4R
Infinite half-space	نیم‌فضای بی‌نهایت	4-node bilinear, reduced integration with hourglass control	
	سپاسگزاری	4-node bilinear	CAX4
		Tie-contact	اتصال گرهی

مراجع

- [1] M. Nasimifar and M. Shojaei, "Evaluation of vehicle speed effect on continuous pavement surface deflection measurements," *International Journal of Pavement Research and Technology*, vol. 15, no. 1, pp. 184–195, 2022. <https://doi.org/10.1007/s42947-021-00017-1>
- [2] M. A. Elseifi and Z. U. A. Zihan, "Assessment of the traffic speed deflectometer in Louisiana for pavement structural evaluation," Louisiana Transportation Research Center, 2018.
- [3] M. Fakhri and R. S. Dezfoulian, "Pavement structural evaluation based on roughness and surface distress survey using neural network model," *Construction and Building Materials*, vol. 204, pp. 768–780, 2019.
- [4] Y. J. Chou, "Knowledge-based system for flexible pavement structural evaluation," *Journal of transportation engineering*, vol. 119, no. 3, pp. 450–466, 1993. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-947X\(1993\)119:3\(450\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-947X(1993)119:3(450))
- [5] A. Ahmad, Z. U. Rehman, and A. H. Khan, "Developing Correlation Between Structural Parameter and Functional Parameter for Pavement Evaluation," *International Journal of Transportation Engineering*, vol. 11, no. 4, pp. 1667–1677, 2024.
- [6] V. Vyas, A. P. Singh, and A. Srivastava, "Prediction of asphalt pavement condition using FWD deflection basin parameters and artificial neural networks," *Road Materials and Pavement Design*, vol. 22, no. 12, pp. 2748–2766, 2021. <https://doi.org/10.1080/14680629.2020.1797855>
- [7] FHWA, "Pavement Structural Evaluation at the Network Level," Department of Transportation, Federal Highway Administration, Office of Infrastructure Research and Development, p. 286, 2016.
- [8] A. Kavussi and N. Solatifar, "Analysis of the Results of FWD Back-Calculation Simulations in Asphalt Pavements," The 1st National Conference on Transportation Infrastructure. Tehran, 1392. (In Persian)
- [9] K. Gkyrtis, "Pavement Analysis with the Consideration of Unbound Granular Material Nonlinearity," *Designs*, vol. 7, no. 6, p. 142, 2023. <https://doi.org/10.3390/designs7060142>
- [10] A. Adu-Osei, D. N. Little, and R. L. Lytton, "Cross-anisotropic characterization of unbound granular materials," *Transportation Research Record*, vol. 1757, no. 1, pp. 82–91, 2001. <https://doi.org/10.3141/1757-10>

- [11] A. Chabot, O. Chupin, L. Deloffre, and D. Duhamel, "Viscoroute 2.0 A: tool for the simulation of moving load effects on asphalt pavement," *Road Materials and Pavement Design*, vol. 11, no. 2, pp. 227–250, 2010. <https://doi.org/10.1080/14680629.2010.9690274>
- [12] K. Gkyrtis, C. Plati, and A. Loizos, "Mechanistic analysis of asphalt pavements in support of pavement preservation decision-making," *Infrastructures*, vol. 7, no. 5, p. 61, 2022. <https://doi.org/10.3390/infrastructures7050061>
- [13] M. A. Elseifi, I. L. Al-Qadi, and P. J. Yoo, "Viscoelastic Modeling and Field Validation of Flexible Pavements," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 132, no. 2, pp. 172–178, 2006. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2006\)132:2\(172\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2006)132:2(172))
- [14] H. Wang and I. L. Al-Qadi, "Importance of nonlinear anisotropic modeling of granular base for predicting maximum viscoelastic pavement responses under moving vehicular loading," *Journal of engineering mechanics*, vol. 139, no. 1, pp. 29–38, 2013. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0000465](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000465)
- [15] R. A. Tarefder, M. U. Ahmed, M. R. Islam, and M. T. Rahman, "Finite Element Model of Pavement Response Under Load Considering Cross-Anisotropy in Unbound Layers," *Advances in Civil Engineering Materials*, vol. 3, no. 1, p. 20130102, 2014. <https://doi.org/10.1520/ACEM20130102>
- [16] A. Nega, D. Gedafa, and H. Nikraz, "Stress and Strain Characteristics in Flexible Pavement Using Three-Dimensional Nonlinear Finite Element Analysis," *International Journal of Pavement Research and Technology*, vol. 17, no. 6, pp. 1498–1512, 2024. <https://doi.org/10.1007/s42947-024-00422-2>
- [17] B. Zhang, D. Wang, Y. Zhong, X. Li, H. Cai, and T. Wang, "Mechanical Analysis of Semi-Rigid Base Asphalt Pavement under the Influence of Groundwater with the Spectral Element Method," *Applied Sciences*, vol. 14, no. 6, 2024. <https://doi.org/10.3390/app14062375>
- [18] Y. Deng, Y. Zhang, X. Luo, and R. L. Lytton, "Development of equivalent stationary dynamic loads for moving vehicular loads using artificial intelligence-based finite element model updating," *Engineering with Computers*, vol. 38, no. 4, pp. 2955–2974, 2021. <https://doi.org/10.1007/s00366-021-01306-w>
- [19] T. Bai, Z. Cheng, X. Hu, L. Fuentes, and L. F. Walubita, "Viscoelastic modelling of an asphalt pavement based on actual tire-pavement contact pressure," *Road Materials and Pavement Design*, vol. 22, no. 11, pp. 2458–2477, 2021. <https://doi.org/10.1080/14680629.2020.1766545>
- [20] N. Solatifar, A. Kavussi, M. Abbasghorbani, and S. W. Katicha, "Development of dynamic modulus master curves of in-service asphalt layers using MEPDG models," *Road Materials and Pavement Design*, vol. 20, no. 1, pp. 225–243, 2019. <https://doi.org/10.1080/14680629.2017.1380688>
- [21] M. Li, "Pavement response analysis and modulus back-calculation for highway and airfield flexible pavements," PhD dissertation Rutgers University-School of Graduate Studies, 2017. <https://doi.org/doi:10.7282/T30K2CP7>
- [22] Q. Zhang, J. Zhao, and S. Guo, "Asphalt Rheological Properties Transformation from Frequency Domain to Temperature Domain Based on WLF Equation," *International Journal of Pavement Research and Technology*, vol. 16, no. 1, pp. 167–175, 2023. <https://doi.org/10.1007/s42947-021-00123-0>

- [23] S. W. Park and R. A. Schapery, "Methods of interconversion between linear viscoelastic material functions. Part I - A numerical method based on Prony series," *International journal of solids and structures*, vol. 36, no. 11, pp. 1653–1675, 1999. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(98\)00055-9](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(98)00055-9)
- [24] American Association of State Highway and Transportation Officials, "Mechanistic-empirical pavement design guide : A manual of practice (3rd ed.). Washington, DC: AASHTO.,” 2020.
- [25] Y. Yao, J. Qian, J. Li, A. Zhang, and J. Peng, "Calculation and Control Methods for Equivalent Resilient Modulus of Subgrade Based on Nonuniform Distribution of Stress," vol. 2019, 2019. <https://doi.org/10.1155/2019/6809510>
- [26] C. Olidis and D. Hein, "Guide for the mechanistic-empirical design of new and rehabilitated pavement structures materials characterization," TAC/ATC 2004 - 2004 Annual Conference and Exhibition of the Transportation Association of Canada: Transportation Innovation - Accelerating the Pace, 2004.
- [27] B. Ghadimi, H. Nikraz, C. Leek, and A. Nega, "A Comparison between Effects of Linear and Non-linear Mechanistic Behaviour of Materials on the Layered Flexible Pavement Response," *Advanced Materials Research*, vol. 723, pp. 12–21, 2013. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.723.12>
- [28] C. Rao *et al.*, "Estimation of key PCC, base, subbase, and pavement engineering properties from routine tests and physical characteristics,," Federal Highway Administration, Office of Infrastructure Research and Development, p. 214, 2012.
- [29] A. Yau and H. L. Von Quintus, "Study of LTPP Laboratory Resilient Modulus Test Data and Response Characteristics : Final Report," 2002.
- [30] Y. Xiao and E. Tutumluer, "Best Value Granular Material for Road Foundations," p. 167, 2012.
- [31] Y. Xiao, E. Tutumluer, and J. Siekmeier, "Mechanistic–Empirical Evaluation of Aggregate Base and Granular Subbase Quality Affecting Flexible Pavement Performance in Minnesota." *Transportation research record*, vol. 2227, no. 1, 2011. <https://doi.org/10.3141/2227-11>
- [32] B. Michel, "Assessment of flexible airfield pavements using Heavy Weight Deflectometers. Development of a FEM dynamical time-domain analysis for the backcalculation of structural properties," Doctoral dissertation, Ecole des Ponts ParisTech, 2011.
- [33] M. Li and H. Wang, "Development of ANN-GA program for backcalculation of pavement moduli under FWD testing with viscoelastic and nonlinear parameters," *International Journal of Pavement Engineering*, vol. 20, no. 4, pp. 490–498, 2017. <https://doi.org/10.1080/10298436.2017.1309197>
- [34] K. D. Hjelmstad and E. Taciroglu, "Analysis and Implementation of Resilient Modulus Models for Granular Solids," *Journal of engineering mechanics*, vol. 126, no. 8, pp. 821–830, 2000. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2000\)126:8\(821\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2000)126:8(821))
- [35] L. You *et al.*, "Dynamic Viscoelastic Response of Asphalt Pavement With Random Transversely Isotropic Base Courses," *Transportation Research Record*, vol. 2677, no. 8, pp. 37–53, 2023. <https://doi.org/10.1177/03611981231155417>

- [36] M. U. Ahmed, R. A. Tarefder, and M. R. Islam, "Effect of cross-anisotropy of hot-mix asphalt modulus on falling weight deflections and embedded sensor stress-strain," *Transportation research record*, vol. 2369, pp. 20–29, 2013. <https://doi.org/10.3141/2369-03>
- [37] R. A. Tarefder, M. U. Ahmed, and A. Rahman, "Effects of cross-anisotropy and stress-dependency of pavement layers on pavement responses under dynamic truck loading," *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, vol. 8, no. 3, pp. 366–377, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2016.01.001>
- [38] J. M. Duncan, C. L. Monismith, and E. L. Wilson, "Finite Element Analyses of Pavements," *Highway Research Record*, vol. 15, pp. 18–33, 1968.
- [39] M. Li, H. Wang, G. Xu, and P. Xie, "Finite element modeling and parametric analysis of viscoelastic and nonlinear pavement responses under dynamic FWD loading," *Construction and Building Materials*, vol. 141, no. March, pp. 23–35, 2017.
- [40] P. Praveen Kumar, B. V. Kiran Kumar, S. Manjunatha, and K. G. Subramanya, "Finite Element Modeling by ABAQUS for Rutting in Flexible Pavement," *surfaces*, vol. 23, p. 24, 2024. <https://doi.org/10.13189/cea.2024.120323>
- [41] M. Li and H. Wang, "Final report Final report: Nondestructive Evaluation of Pavement Structural Condition for Rehabilitation Design," 2016.
- [42] H. S. Lee, "Viscowave - A new solution for viscoelastic wave propagation of layered structures subjected to an impact load." pp. 542-557, 2013.
- [43] K. Chatti, Y. Ji, and R. Harichandran, "Dynamic time domain backcalculation of layer moduli, damping, and thicknesses in flexible pavements," *Transportation research record*, no. 1869, pp. 106–116, 2004. <https://doi.org/10.3141/1869-13>
- [44] B. Definitions, "Mechanical Behavior of Time-Dependent , Viscoelastic , Materials," 2024. https://doi.org/10.1007/978-3-031-56517-5_2
- [45] F. Gu, X. Luo, Y. Zhang, R. Lytton, and H. Sahin, "Modeling of unsaturated granular materials in flexible pavements," *E3S Web Conference*, vol. 9, 2016. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20160920002>
- [46] H. Wang, A. M. Asce, I. L. Al-qadi, and D. M. Asce, "Importance of Nonlinear Anisotropic Modeling of Granular Base for Predicting Maximum Viscoelastic Pavement Responses under Moving Vehicular Loading," pp. 29–38, 2013. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0000465](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000465)
- [47] N. Kazemi, M. Saleh, and C. L. Lee, "Effect of nonlinear stress-dependency and cross-anisotropy on the backcalculation outputs from the TSD deflection slopes and the effect on estimated pavement performance," *International Journal of Pavement Engineering*, vol. 25, no. 1, pp. 1–17, 2024. <https://doi.org/10.1080/10298436.2024.2417967>
- [48] L. M. Pierce, K. D. Smith, J. E. Bruinsma, and N. Sivanesarwan, "Using Falling Weight Deflectometer Data with Mechanistic-Empirical Design and Analysis, Volume III: Guidelines for Deflection Testing, Analysis, and

Interpretation,” *ASTM International*, vol. 1555 STP, no. December, pp. 205–218, 2017.
<https://doi.org/10.1520/STP104445>

- [49] Q. Sun, Y. Zhao, Y. Wang, R. Wang, and B. Li, “Bedrock Identification and Bedrock Depth Prediction in Asphalt Pavements Using Pavement System Transfer Function,” *Journal of Nondestructive Evaluation*, vol. 44, no. 1, 2025.
<https://doi.org/10.1007/s10921-025-01159-z>



Seismic Analysis of a Semi-Sine Hill-Valley Topography Overlying a Subsurface Cavity Under Vertical P-SV Wave Propagation Using the DR-BEM

Research Article

Pouya Kavandi¹, Mehdi Panji² , Navid Ganjian³, Jafar Asgari Marnani⁴

DOI: [10.22067/jfcej.2025.92202.1343](https://doi.org/10.22067/jfcej.2025.92202.1343)

1. Introduction and Research Objectives

Complex and heterogeneous topographies, such as successive hills and valleys, along with subsurface structures (e.g., tunnels), are common in mountainous and urban areas. These features impose a complex loading pattern on surface and subsurface structures by creating seismic amplification and deamplification effects, challenging their seismic performance prediction. Despite the advancement of numerical methods like Finite Element and Finite Difference Methods, analyzing semi-infinite domains with these methods is computationally expensive and time-consuming. Conversely, direct boundary element methods require complex time-dependent fundamental solutions. This research aims to fill the gap in the technical literature by developing and applying the Time-Domain Dual Reciprocity Boundary Element Method (DR-BEM) for the seismic analysis of a realistic combined topographic feature consisting of a semi-sine hill-valley overlying a circular subsurface cavity under vertical in-plane P-SV wave propagation. The core innovation of this study is the development of an efficient and accurate algorithm for the simultaneous and complex modeling of these features in a semi-infinite medium.

2. Research Methodology and Innovations

The foundation of the method is the Time-Domain Dual Reciprocity Boundary Element Method (DR-BEM). In this method, by employing static fundamental solutions and applying Betti's reciprocal theorem and displacement field approximation, the governing integral equations for P-SV wave propagation in an elastic, semi-infinite medium are reformulated. The key innovations of the proposed method are:

- Development of DRBEM equations for dynamic problems of semi-infinite media considering free-field wave conditions.
- Creation of a step-by-step time-history

algorithm based on the Houbolt method.

- Effective integration of the free-field wave (of Ricker wavelet type with vertical incidence) into the analysis process.
- Capability to transform time-domain results to the frequency domain using the Fast Fourier Transform (FFT).

To validate the method, the seismic response of two classic benchmark problems, single semi-circular valleys and hills under P and SV waves, was first computed and compared with accurate existing results in the literature (works by Kawase (1988) and Kamalian et al. (2006)), showing excellent convergence.

3. Numerical Case Study Model

Following validation, a complex and realistic model was analyzed as a case study. The geometry of this model, as shown in Figure 1, includes:

- A combined topographic feature in the form of a semi-sine hill-valley with width and height $A=100$ m.
- A circular subsurface cavity with a diameter of $b = 0.7A$, located at a depth of $d = 1.5b$ from the ground surface.

The mechanical properties of the medium include a density of 1 ton/m^3 , shear wave velocity of 800 m/s , and compressive wave velocity of 1497 m/s (equivalent to a Poisson's ratio of 0.25). Analyses were performed in both time and frequency domains for vertically incident P and SV waves.

4. Key Findings and Discussion

The results of frequency-domain and time-domain analyses revealed the following important findings:

- **Response Amplitude in Frequency Domain:**
 - Under P-wave: The maximum vertical displacement component amplitude on the hill crest and valley base reached 3.5 and 2.5 units, respectively, at the

* Manuscript received February 15, 2025, Revised November 11, 2025, Accepted December 20, 2025.

¹ Ph.D. in Geotechnical Engineering, Department of Civil Engineering, SR. C., Islamic Azad University, Tehran, Iran.

² Corresponding Author: Associate Professor, Department of Civil Engineering, Za. C., Islamic Azad University, Zanjan, Iran. Email: m.panji@iau.ac.ir

³ Assistant Professor, Department of Civil Engineering, SR. C., Islamic Azad University, Tehran, Iran.

⁴ Assistant Professor, Department of Civil Engineering, CT. C., Islamic Azad University, Tehran, Iran.

dimensionless frequency 0.5. At a dimensionless frequency of 1, the response pattern became much more complex, and the maximum amplification (3 units) was observed at the valley side.

- Under SV-wave: The maximum horizontal displacement component amplitude (3 units) occurred at the hill-valley junction at a dimensionless frequency of 0.5. At a dimensionless frequency of 1, the amplification of the vertical component at the hill crest and valley base increased to 3.5 units.

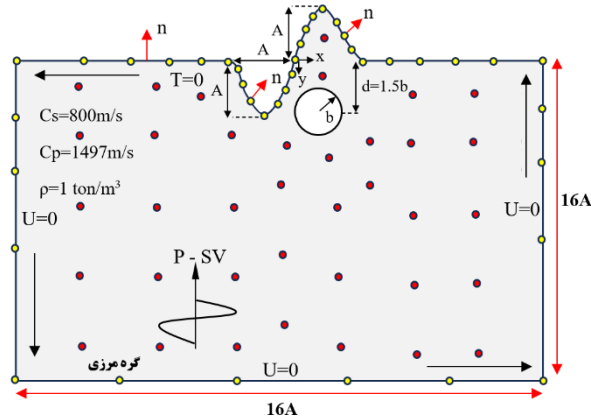


Fig. 1. Geometric model and boundary conditions of the semi-sine hill-valley topography overlying a circular subsurface cavity.

- **Effect of Internal Points (IP):** The accuracy of the DRBEM depends on the number of internal points. Results indicated that using 1600 internal points leads to satisfactory convergence and excellent agreement with the reference method (TDBEM) results.
- **Time-Domain Response and SDOF Analysis:** The time history of displacement at points around the cavity (tunnel) was extracted and fed as input to a Single Degree of Freedom (SDOF) system with 5% damping. Results showed that the tunnel crown (point A) always experiences the highest structural amplification, and the dominant system period falls within the range of 1 to 2 seconds, which is crucial for seismic design.
- **Wave Propagation Snapshots:** These snapshots, which are an advantage of the DRBEM, clearly illustrate the propagation and trapping of waves in the confined region between the surface feature and the underground cavity. It was found that the cavity acts as a reflector on the hill side and as a wave absorber on its underside.

5. Conclusion and Applications

This research successfully developed and validated an efficient numerical framework based on the Time-Domain Dual Reciprocity Boundary Element Method (DRBEM) for the seismic analysis of combined topographies overlying subsurface cavities. The main advantages of the proposed method include ease of modeling complex features, acceptable accuracy compared to direct boundary methods, and the ability to provide results simultaneously in the time and frequency domains. The most significant limitation of the method is

the need to define a sufficient number of internal points (about 1600 points in this study) to achieve desired accuracy.

The findings of this research are directly applicable to optimizing seismic design codes for surface and subsurface structures located in areas with complex topography (e.g., mountainous regions). Identifying points with maximum amplification (mainly in the region between the hill-valley feature and the cavity) emphasizes the necessity for special attention to the strengthening and detailed design of these areas in seismically active zones.



تحلیل لرزه‌ای توپوگرافی تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر حفره زیرسطحی در برابر انتشار امواج قائم P-SV توسط اجزای مرزی تقابل دوگانه*

مقاله پژوهشی

پویا کاوندی^(۱) مهدی پنجمی^(۲) نوید گنجیان^(۳) جعفر عسگری مارنانی^(۴)

DOI: 10.22067/jfpei.2025.92202.1343

چکیده در این مقاله کارایی یک رویکرد عددی موسوم به روش اجزای مرزی تقابل دوگانه در حوزه زمان برای تحلیل لرزه‌ای عوارض توپوگرافی مرکب در برابر انتشار امواج قائم P-SV ارائه شده است. ابتدا ضمن معرفی و توسعه معادلات روش مزبور پیرامون مسائل ژئوتکنیک لرزه‌ای مبتنی بر افتتاح شرایط موج میدان آزاد، به تهیه یک الگوریتم گام به گام تاریخیچه زمانی به کمک آن پرداخته شده است. سپس، صحت نتایج حاصل با تحلیل چند مثال کلاسیک موجود در ادبیات فنی اعم از تپه و دره نیم‌دایره‌ای منفرد، اعتبارسنجی شده است. در ادامه با توسعه یک مدل ناهمگون توپوگرافی شامل تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر یک حفره زیرسطحی، دامنه تغییر مکان سطح زمین و پیرامون حفره در برابر هجوم امواج قائم درون‌صفحه در دو حوزه زمان و فرکانس حساسیت‌سنجی شده است. نتایج مطالعه عددی نشان داد که حداکثر دامنه پاسخ سطح تپه و دره نیم‌سینوسی به ترتیب برابر ۳.۵ و ۲.۵ واحد در فرکانس بی‌بعد ۰.۵ در برابر انتشار امواج قائم P حاصل شده است که این مقدار متعلق به مؤلفه عمودی تغییر مکان است. همچنین در حالت انتشار امواج قائم SV، حداکثر دامنه پاسخ در گره اتصال دره و تپه نیم‌سینوسی به میزان ۳ واحد در فرکانس بی‌بعد ۰.۵ حاصل شد که متعلق به مؤلفه افقی تغییر مکان بود.

واژه‌های کلیدی روش اجزای مرزی تقابل دوگانه، عارضه نیم‌سینوسی، حفره دایره‌ای، امواج P-SV، پاسخ لرزه‌ای.

Seismic Analysis of a Semi-Sine Hill-Valley Topography Overlying a Subsurface Cavity Under Vertical P-SV Wave Propagation Using the DR-BEM

Pouya Kavandi Mehdi Panji Navid Ganjian Jafar Asgari Marnani

Abstract This paper presents the efficiency of a time-domain numerical approach, known as the Dual Reciprocity Boundary Element Method (DRBEM), for the seismic analysis of combined topographic features under vertical in-plane P-SV wave propagation. First, by introducing and developing the governing equations of the method for seismic geotechnical problems based on satisfying the free-field wave conditions, a step-by-step time-history algorithm is developed. Subsequently, the accuracy of the results is validated by analyzing several classic benchmark examples available in the literature, including single semi-circular hills and valleys. Furthermore, by developing a heterogeneous topographic model consisting of a semi-sine hill-valley overlying a subsurface cavity, the displacement amplitude on the ground surface and around the cavity is investigated through sensitivity analyses in both the time and frequency domains under incident vertical in-plane waves. The numerical results indicate that the maximum response amplitude on the crest of the semi-sine hill and the base of the valley reached 3.5 and 2.5 units, respectively, at the dimensionless frequency of 0.5 under vertical P-wave propagation, corresponding to the vertical displacement component. Additionally, under vertical SV-wave propagation, the maximum response amplitude at the junction of the hill and valley reached 3 units at the dimensionless frequency of 0.5, which was attributed to the horizontal displacement component.

Key words Dual Reciprocity Boundary Element Method (DRBEM), Semi-Sine Feature, Circular Cavity, P-SV Waves, Seismic Response.

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۳/۱۱/۲۷ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۴/۹/۲۹ می‌باشد.

(۱) دانشجوی دکتری، گروه مهندسی عمران، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران.

(۲) نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مهندسی عمران، واحد زنجان، دانشگاه آزاد اسلامی، زنجان.

(۳) استادیار، گروه مهندسی عمران، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران.

(۴) استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده عمران و منابع زمین، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی.

مقدمه

مطالعه اثر ناشی از زلزله بر سازه‌های زیرسطحی نشان داده است که وجود توپوگرافی‌های سطحی نقش عمده در خرابی‌های سازه‌های روسطحی در مواجهه با امواج لرزه‌ای دارد [1]. توپوگرافی سطحی با ایجاد مناطقی با اثر بزرگ‌نمایی و کوچک‌نمایی زلزله موجب می‌شود تا سازه‌های زیرسطحی در معرض بارهایی با الگوی پیچیده مکانی - زمانی قرار بگیرند که این امر موجب پیچیده شدن پیش‌بینی رفتار سازه در برابر زلزله خواهد شد [2,3]. پژوهش‌های اخیر نشان داده است که عمده خرابی سازه‌های زیرسطحی در حین زلزله مربوط به تونل‌های زیرسطحی است [4]. این نوع خرابی‌ها شامل گسیختگی در امتداد طول و عرض، فروریزش بخشی از تونل و همچنین از بین رفتن پوشش عایق نگهدارنده تونل و تجمع آب زیرسطحی درون تونل است [5]. به منظور درک هر چه بهتر رفتار تونل‌ها در برابر امواج زلزله روش‌های مختلفی پیشنهاد شده است. عمده روش‌های استفاده شده در این راستا شامل روش‌های آزمایش برجا، تحلیلی و عددی هستند. روش آزمایش برجا در مطالعه رفتار لرزه‌ای تونل‌ها و توپوگرافی (Topography) را می‌توان در دسته روش‌های رفتارسنجی ابزار دقیق دسته‌بندی کرد که در آن با کارگزاری سیستم‌های اندازه‌گیری تغییر مکان در مناطق مختلف تونل، میزان اثر ناشی از لرزه‌های جنبی بر آن ارزیابی می‌شود. در روش دیگر استفاده از روش‌های ژئوفیزیک (Geophysical Methods) نظیر انتشار موج در امتداد مقطع تونل به منظور رفتارسنجی لرزه‌ای آن پیشنهاد شده است [6]. اگر چه روش‌های آزمایش برجا بر طبیعت واقعی سازه‌های زیرسطحی منطبق هستند و نتایج دقیق و نزدیک به واقعیت ارائه می‌دهند، لکن نیاز به ابزار دقیق و نیروی متخصص برای به‌کارگیری آن‌ها، از جمله موانعی است که موجب شده دسترسی به این دسته از روش‌ها در تمامی شرایط ممکن نباشد.

در سال‌های اخیر با رشد رایانه‌ها و ابزارهای تحلیلگر توجه به سمت روش‌های محاسباتی برای پیش‌بینی رفتار لرزه‌ای تونل‌های زیرسطحی معطوف شده است. در روش‌های محاسباتی با توسعه یک مدل ریاضی ساده شده از تونل و توپوگرافی زیرسطحی و سپس اقناع شرایط مرزی و اولیه مناسب بر آن سعی می‌شود تا یک پاسخ بهینه از رفتار واقعی سازه در برابر زلزله حاصل کرد. روش‌های محاسباتی در دو دسته کلی روش‌های تحلیلی و روش‌های عددی قابل تقسیم‌بندی است [7,8]. در رویکردهای تحلیلی با استخراج معادلات حاکم بر انتشار موج در

یک محیط بی‌نهایت و سپس اعمال شرایط مرزی در قالب ریاضیات، سعی می‌شود تا پاسخ محیط به صورت دقیق و در یک فرم بسته ارائه گردد. این نوع از روش‌ها عمدتاً در مسائلی با هندسه و شرایط مرزی ساده شده قابلیت کاربرد دارد و با پیچیده شدن شرایط نمی‌توان به کمک آن‌ها پاسخ دقیق حاصل کرد. اخیراً محققان مختلف نظیر عابدی و همکاران [11]، وو و همکاران [9] و لی و همکاران [10] با استفاده از روش‌های تحلیلی اقدام به استخراج پاسخ لرزه‌ای تونل‌های زیرسطحی در حضور عوارض سطحی کرده‌اند که مبین اهمیت توسعه این دست روش‌ها در حال حاضر است. در کنار روش‌های تحلیلی، رویکردهای عددی از توجه بیشتر در بین محققان برخوردار شده است. در این روش‌ها به دلیل قابلیت اعمال بر انواع محیط‌ها با شرایط رفتاری، مرزی و هندسی پیچیده، این امکان فراهم می‌شود تا بتوان از آن‌ها برای حل انواع مسائل کاربردی بهره جست. روش‌های عددی به دو دسته کلی روش‌های حجمی (Volumetric Methods) و مرزی (Boundary Methods) تقسیم می‌شوند [8]. روش‌های حجمی مانند روش تفاضل محدود (Finite Difference Method (FDM))، روش اجزای محدود (Finite Element Method (FEM)) و روش اجزای مجزا (Discrete Element Method (DEM)) در سال‌های اخیر به کرات پیرامون حل مسائل انتشار موج به کار گرفته شده‌اند. اساس کار روش‌های حجمی، گسسته‌سازی کل دامنه محیط به المان‌های کوچک و سپس اعمال معادلات تعادل بر هر المان است. بدین ترتیب با کنار هم قرار دادن معادلات حاصل از هر المان و اعمال شرایط سازگاری و پیوستگی بین المان‌ها، در نهایت پاسخ کل محیط تحت بار لرزه‌ای حاصل خواهد شد. روش‌های حجمی به دلیل روابط ساده از استقبال زیادی در بین محققان برخوردار است و تحقیقات عمده‌ای در این راستا در دسترس است که می‌توان به پژوهش‌های بشارت و همکاران [12]، یائو و مارگریو [13]، موکزو و همکاران [14]، صمدیه و خواجوی [15]، محبوبی و پناغی [16]، قلهکی و ستاری [17]، عامل سخی و همکاران [18]، زنگ و همکاران [19]، لی و همکاران [20] اشاره کرد.

با وجود سادگی روش‌های حجمی در مدل‌سازی پدیده انتشار موج، این روش در تحلیل محیط‌های نیمه‌بی‌نهایت به دلیل افزایش ابعاد هندسی مسئله و نیاز به تعریف تعداد زیاد المان، از سرعت و کارایی لازم برخوردار نیستند. به همین دلیل، روش‌های مرزی توسعه داده شده‌اند. در روش‌های مرزی با تکیه بر روش باقی‌مانده‌های وزن‌دار (Weighted Residual Method) و

استاتیکی در حل مسائل دینامیکی توسعه داده شد. پارتریج و بریبا [22] انواع روابط محاسباتی این روش در حل مسائل مختلف دینامیکی نظیر انتشار موج، پراکنش نور، همرفت و غیره را ارائه کردند. آگاناتاریس و همکاران [33] از روش تقابل دوگانه برای حل مسئله ارتعاشات سازه بهره بردند. چیوانگ و همکاران [34] از روش تقابل دوگانه برای حل مسئله پراکنش امواج در یک سیستم استوانه‌ای استفاده کرد. اخیراً در مطالعه کاوندی و همکاران [35] از روش اجزای مرزی تقابل دوگانه برای مدل‌سازی مسئله پراکنش موج برون‌صفحه SH در محیط نیم‌صفحه و تعیین پاسخ لرزه‌ای سطح عوارض توپوگرافی استفاده شده است. لازم به ذکر است برای مرور جزئی‌تر ادبیات فنی پیرامون روش اجزای مرزی تقابل دوگانه می‌توان از مرجع کاوندی و همکاران [36] بهره جست.

مرور ادبیات فنی به عدم توسعه روش اجزای مرزی تقابل-دوگانه برای تحلیل لرزه‌ای عوارض توپوگرافی مرکب اذعان داشت. بنابراین، در این تحقیق مؤلفان برآن شدند ضمن توسعه روش مزبور برای تحلیل این قسم عوارض، به تعیین پاسخ لرزه‌ای سطح زمین و نحوه پراکنش موج حاصل در برابر انتشار قائم امواج P-SV اقدام کنند. در این راستا ابتدا با عددی‌سازی روش مربوط در قالب یک الگوریتم گام به گام زمانی و سپس صحت‌سنجی آن با پاسخ‌های موجود در ادبیات فنی، با فرض یک توپوگرافی مرکب شامل تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر یک حفره زیرسطحی به عنوان مطالعه عددی، تغییر مکان نرمال سطح زمین و پیرامون حفره در فضای زمان و فرکانس، تعیین و صحت‌سنجی شده است. سهولت در مدل‌سازی عوارض توپوگرافی مرکب در استفاده از روش اجزای مرزی تقابل دوگانه، دقت مناسب روش پیشنهاد شده در مقایسه با روش مرسوم اجزای مرزی در حوزه زمان و ارائه برخی گراف‌ها و نتایج توسعه یافته، بر نقاط قوت این تحقیق و سهم دانش پژوهش حاضر صحه می‌گذارد.

معادلات حاکم

از برقراری شرایط تعادل دینامیکی برای یک المان حاکم بر محیط سه‌بعدی همگن، معادله تعادل الاستودینامیک به صورت زیر حاصل می‌شود [37]:

$$\nabla^2 u + (\lambda + G)\nabla \nabla \cdot u = \rho \cdot \ddot{u} \quad (1)$$

بهره‌مندی از مفهوم حل اساسی (Fundamental Solution) این امکان فراهم می‌شود تا بتوان تنها با گسسته‌سازی مرزهای جسم مورد نظر اقدام به حل مسئله کرد. روش‌های مرزی با توجه به نوع حل اساسی مورد استفاده به دو دسته روش مستقیم و روش تقابل دوگانه (Dual Reciprocity Method) قابل تقسیم هستند [21]. در روش مستقیم مجهولات مسئله مستقیماً به کمک معادلات روش اجزای مرزی (Boundary Element Method) تعیین می‌شوند، حال آنکه در روش تقابل دوگانه مجهولات به کمک مفهوم توابع تقریب حاصل خواهند شد [21,22]. حل اساسی به کار رفته در روش مستقیم شامل حل‌های تابع زمان هستند که بر حسب اثر بار نقطه‌ای در طول زمان در یک محیط بی‌نهایت مدل‌سازی می‌شود. حال آنکه در روش تقابل دوگانه، حل اساسی مستقل از زمان و کاملاً استاتیکی است. استفاده از حل‌های استاتیکی موجب می‌شود تا فرایند مدل‌سازی به کمک روش تقابل دوگانه بسیار ساده شود. با این حال استفاده از این حل‌ها نیازمند آن است تا علاوه بر گره‌های مرزی نقاط درونی نیز تعریف گردد که این موضوع تا حدودی مرزی بودن روش را زیر سؤال می‌برد [21]. محققان مختلف با استفاده از روش اجزای مرزی مستقیم اقدام به مدل‌سازی تأثیر بار لرزه‌ای بر سازه‌های سطحی و زیرسطحی کرده‌اند. در مقاله بسکوس [23] انواع روش‌های مرزی و نحوه استفاده از آن در حل مسائل مختلف شرح داده شده است. تادئو [24] استفاده از روش اجزای مرزی مستقیم در فضای فرکانس را مورد مطالعه قرار داده و حل‌های اساسی بهینه‌ای در این راستا ارائه داده است. اخیراً نیز تاکاهاشی و همکاران [25]، لیو و همکاران [26] و یانگ و همکاران [27] از روش اجزای مرزی مستقیم برای استخراج پاسخ سطح زمین تحت انتشار امواج SH، SV و P در حوزه فرکانس بهره برده‌اند. در حوزه زمان، پنجی و همکاران [28-31] در مطالعات متعدد اقدام به توسعه روش اجزای مرزی مستقیم برای حل مسائل مختلف کرده‌اند. این محققان توانستند با تعیین حل اساسی مستقیم نیم‌فضا در حوزه زمان، به تحلیل لرزه‌ای سطح زمین در حضور ناهمگنی‌های زیرسطحی و توپوگرافی‌های سطحی در حالت ایزوتروپ و اورتوتروپ بپردازند.

در سال‌های اخیر استفاده از روش‌های مرزی غیر مستقیم نظیر روش تقابل دوگانه به منظور حل مسئله انتشار موج اسکالر و درون صفحه به دلیل سادگی در مدل‌سازی و سرعت بالای تحلیل بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. این روش اولین بار توسط ناردینی و بریبا [32] با ایده به‌کارگیری حل‌های اساسی

روش اجزای مرزی تقابل دوگانه

به منظور حل معادله (۳) روش‌های مختلف توسط محققان ارائه شده است. در این بین روش اجزای مرزی تقابل دوگانه به دلیل سادگی در معادلات و همچنین سرعت تحلیل بالا نسبت به سایر روش‌ها از قابلیت مناسب برای حل مسئله انتشار موج درون صفحه برخوردار است. از ضرب حل‌های اساسی استاتیکی به طرفین معادله (۳) و سپس اعمال انتگرال حجمی بر روی کل دامنه محیط مورد بررسی مبتنی بر روش باقی‌مانده‌های وزن‌دار، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\int_{\Omega} \{ (c_p^2 - c_s^2) u_{i,jj}^p + c_s^2 u_{i,jj}^p \} \cdot u_{ij}^* d\Omega = \int_{\Omega} \ddot{u}_i^p \cdot u_{ij}^* d\Omega \quad (۶)$$

که در آن Ω مبین دامنه محیط مورد بررسی و u_{ij}^* بیانگر مؤلفه‌های تانسور حل اساسی استاتیکی محیط دوبعدی است که توسط محققان مختلف ارائه شده است [21,37,39]. از اعمال تقابل دوگانه بتی [21] بر انتگرال حجمی سمت چپ، معادله انتگرالی زیر حاصل می‌شود:

$$c_{lk}(\xi) u_k(\xi) + \int_{\Gamma} p_{lk}^* u_k d\Gamma - \int_{\Gamma} u_{lk}^* p_k d\Gamma = \int_{\Omega} \rho \cdot u_{lk}^* \ddot{u}_k d\Omega \quad (۷)$$

که در آن، u_k و $\ddot{u}_k$ به ترتیب مبین مؤلفه k ام تغییر مکان و شتاب درون صفحه ذرات محیط با دامنه Ω و مرز Γ هستند. همچنین u_{lk}^* و p_{lk}^* به ترتیب مؤلفه k ام حل‌های اساسی تغییر مکان و ترکشن تحت اثر یک بار واحد در امتداد l است. در این معادله c_{lk} ثوابتی هستند که به کمک زاویه اتصال المان‌های مجاور قابل محاسبه هستند [37]. این ثوابت برای نقاط درونی برابر واحدند. در رابطه فوق p_k مؤلفه k ام از بردار ترکشن مؤثر بر مرز جسم است. سمت چپ معادله (۷) مبین یک معادله انتگرال مرزی است که می‌توان آن را تنها با گسسته‌سازی مرزی سرهم‌بندی و حل کرد. با این حال سمت راست معادله که شامل مؤلفه اینرسی است، یک انتگرال حجمی است و لازم است تا مرزی‌سازی گردد. ناردینی و بریبا [32] و پارتیچ و بریبا [22] پیشنهاد کردند که به منظور مرزی‌سازی معادله (۷) می‌توان از تقریب میدان تغییر مکان و شتاب ذرات به کمک توابع تقریب استفاده کرد. در این راستا تقریب میدان تغییر مکان به شکل زیر معرفی می‌شود:

$$u = \sum_{m=1}^M (K - r_m) \alpha_m(t) \quad (۸)$$

که در آن u و $\ddot{u}$ به ترتیب تغییر مکان و شتاب ذرات، G و λ مبین ثوابت لامه و ρ نشان دهنده چگالی محیط مورد بررسی هستند. در این معادله ∇^2 اپراتور لاپلاس (Laplace Operator) است و ∇ و ∇ به ترتیب بردار گرادیان و عملگر گرادیان هستند. معادله (۱) مبین سه دسته رابطه تعادل است که در سه امتداد سیستم مختصات برقرارند. از اعمال تجربه هلمهولتز (Helmholtz decomposition) به معادله (۱)، معادله تعادل الاستودینامیک به یک دسته معادله اسکالر و یک دسته معادله برداری دوبعدی قابل ساده‌سازی است [21,37,38]:

$$c_s^2 \nabla^2 u^s = \ddot{u}^s \quad (۲)$$

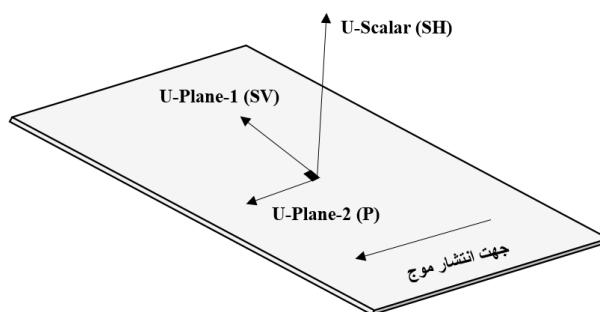
$$(c_p^2 - c_s^2) u_{i,jj}^p + c_s^2 u_{i,jj}^p = \ddot{u}_i^p \quad (۳)$$

که در آن u^s ، تغییر مکان اسکالر برون صفحه شامل مؤلفه موج SH منطبق بر شکل (۱) است. همچنین مطابق این شکل، $u_{i,jj}^p$ مبین تغییر مکان درون صفحه دوبعدی شامل مؤلفه‌های موج P-SV به صورت درون صفحه و عمود بر هم است. c_p و c_s به ترتیب سرعت موج برشی و موج فشار هستند که با در دسترس بودن مشخصات مصالح محیط مورد بررسی به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (۴)$$

$$c_p = c_s \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)}} \quad (۵)$$

که در آن ν ضریب پواسون محیط مفروض است. به منظور حل مسئله انتشار موج درون صفحه لازم است معادله (۳) به صورت محاسباتی مورد بررسی قرار بگیرد.



شکل ۱ تجزیه میدان تغییر مکان ناشی از انتشار موج به یک مؤلفه اسکالر برون صفحه (SH) و یک میدان برداری درون صفحه (P-SV)

$$A = \frac{1-2\nu}{5-4\nu}K \quad (۱۳)$$

$$B = \frac{1}{30(1-\nu)} \quad (۱۴)$$

$$D = \frac{10\nu-9}{90(1-\nu)} \quad (۱۵)$$

با جای گذاری رابطه (۱۰) در معادله انتگرال (۷)، در نهایت معادله انتگرال مرزی تقابل دوگانه برای حل مسئله انتشار موج درون صفحه به شکل زیر قابل ارائه است:

$$c^i u^i + \int_{\Gamma} p^* \cdot u \, d\Gamma - \int_{\Gamma} u^* \cdot p \, d\Gamma = \rho \sum_{m=1}^M \left\{ c^i \cdot \psi^{im} - \int_{\Gamma} u^* \cdot \eta^m \, d\Gamma + \int_{\Gamma} p^* \cdot \psi^m \, d\Gamma \right\} \bar{\alpha}^m \quad (۱۶)$$

که رابطه فوق کلیه انتگرال‌ها بر روی مرزهای محیط قابل ارزیابی هستند. با این حال پژوهش‌های مختلف نشان داده است که به منظور حصول نتایج دقیق، نیاز است تا تعدادی نقاط درونی نیز در محیط انتخاب گردد [21,22] و [32]. نقاط درونی موجب می‌شوند تا تابع تقریب با تعداد جملات بیشتر به نتایج دقیق‌تر همگرا گردد. به منظور حل معادله انتگرال فوق، با گسسته‌سازی مرزهای مسئله با NE عدد المان مرزی می‌توان نوشت:

$$c^i u^i + \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} p^* \cdot \varphi \, d\Gamma \right\} \cdot u^j - \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} u^* \cdot \varphi \, d\Gamma \right\} \cdot p^j = \rho \sum_{m=1}^M \left\{ c^i \cdot \psi^{im} - \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} u^* \cdot \varphi \, d\Gamma \right\} \cdot \eta^{jm} + \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} p^* \cdot \varphi \, d\Gamma \right\} \cdot \psi^{jm} \right\} \bar{\alpha}^m \quad (۱۷)$$

که در رابطه (۱۷)، Γ_j مرز المان λ_m و φ تابع شکل یک‌بعدی المان‌های مرزی هستند. معادلات فوق در فرم ماتریس به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$[H]\{U\} = [G]\{P\} + \rho[H\psi - G\eta][E]\{\bar{U}\} \quad (۱۸)$$

که در رابطه (۱۸) ماتریس‌های H و G مبین ماتریس ضرایب انتگرال‌های مرزی هستند که درایه‌های آن از انتگرال‌گیری عددی روابط زیر حاصل می‌شوند:

که در آن u معرف بردار میدان تغییر مکان، r_m فاصله نقاط محیط از نقاط منبع موج، α_m تابع مجهول زمانی و M تعداد کل جملات تقریب است. در این رابطه K یک ثابت است که می‌تواند بین ۱ تا ۲ انتخاب گردد [22]. همان طور که در معادله (۸) مشاهده می‌شود تابع تقریب شامل توابع مکانی معلوم از جنس فاصله و توابع زمانی مجهول است. با دو بار مشتق‌گیری از رابطه (۸) بر حسب زمان و جای گذاری آن در انتگرال حجمی سمت راست معادله (۷) می‌توان نوشت:

$$\int_{\Omega} u_{ik}^* \cdot \rho \cdot \ddot{u}_k \, d\Omega = \rho \sum_{m=1}^M \ddot{\alpha}_k^m \int_{\Omega} (K - r_m) u_{ik}^* \, d\Omega \quad (۹)$$

که در رابطه فوق کلیه عبارت‌های موجود در انتگرال حجمی، بر حسب مکان هستند و تنها عامل زمان، $\ddot{\alpha}_k^m$ مجهول است. بنابراین می‌توان بر روی انتگرال‌های حجمی مجدداً تئوری تقابل بتی (Betti Theorem) [21] را پیاده‌سازی کرد و انتگرال حجمی را به مرزی تبدیل نمود. بدین ترتیب داریم:

$$\int_{\Omega} (K - r_m) u^* \, d\Omega = -c_{ik}(\xi) \psi_{kn}^m(\xi) - \int_{\Gamma} p_{ik}^* \psi_{kn}^m \, d\Gamma + \int_{\Gamma} u_{ik}^* \eta_{kn}^m \, d\Gamma \quad (۱۰)$$

که در آن ψ_{kn}^m و η_{kn}^m مبین حل‌های اساسی ثانویه هستند که به کمک روابط زیر قابل تعیین هستند:

$$\psi_{kn}^m = \frac{1}{G} \left\{ \left[\frac{1-2\nu}{5-4\nu} K + \frac{r_m}{30(1-\nu)} \right] r_m^2 \frac{\partial r_m}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial r_m}{\partial x_n} - \frac{9-10\nu}{90(1-\nu)} \delta_{kn} r_m^3 \right\} \quad (۱۱)$$

$$\eta_{kn}^m =$$

$$\left[\begin{aligned} & \left\{ \frac{2\nu}{1-2\nu} (3Ar_m + 4Br_m^2 + 3Dr_m^2) \frac{\partial r_m}{\partial x_n} \delta_{kj} + \right. \\ & \left. [2(Ar_m + Br_m^2) \frac{\partial r_m}{\partial x_n} \delta_{kj} + (Ar_m + Br_m^2 + 3Dr_m^2) \left(\frac{\partial r_m}{\partial x_k} \delta_{nj} + \frac{\partial r_m}{\partial x_j} \delta_{kn} \right) + 2Br_m^2 \frac{\partial r_m}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial r_m}{\partial x_n} \cdot \frac{\partial r_m}{\partial x_j}] \right\} n_j \end{aligned} \right] \quad (۱۲)$$

که در آن G مدول برشی، ν ضریب پواسون، δ_{kn} دلتای کرونیکر (برابر واحد زمانی که $k=n$ و در غیر این صورت برابر صفر) است، n_j مؤلفه λ_m بردار نرمال عمود بر مرز و A, B و D ثوابتی بر حسب ضریب پواسون هستند که طبق روابط زیر محاسبه می‌شوند:

که در آن U_{tot} مبین تغییر مکان کل یک محیط نیمه‌بی‌نهایت تحت انتشار امواج مهاجم P-SV است و U_{ff} حاکی از پاسخ میدان آزاد همان محیط است. همچنین U_s گویای پراکنش‌های ناشی از عارضه توپوگرافی یا ناهمگنی زیرسطحی است. تغییر مکان میدان آزاد برای یک محیط نیمه‌بی‌نهایت از مجموع پاسخ دینامیکی موج ورودی و منعکس شده از سطح زمین به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$U_{ff} = U_{inc} + U_{ref} \quad (24)$$

که در رابطه (24) U_{inc} پاسخ موج ورودی یا برخوردی و U_{ref} پاسخ موج منعکس شده از سطح زمین هستند. کاواس [40] نشان داد که به منظور حصول تغییر مکان کل محیط نیمه‌بی‌نهایت، تنها وجود معادله موج میدان آزاد کافی است. بدین ترتیب با اعمال روش کاواس بر معادله (18) می‌توان نوشت:

$$[H]\{U\} = [G]\{P\} + \rho[H\psi - G\eta][E]\{\ddot{U}\} + \{U_{ff}\} \quad (25)$$

که رابطه (25)، $\{U_{ff}\}$ پاسخ میدان آزاد یک محیط نیمه-بی‌نهایت تحت انتشار امواج مهاجم P-SV است. در تحقیق حاضر موج میدان آزاد از نوع تابع موجک ریکر [8] و انتشار آن با زاویه صفر درجه نسبت به محور قائم فرض شده است. معادله ریاضی تابع موجک ریکر با زاویه انتشار صفر درجه به صورت زیر قابل نمایش است:

$$U_{ff}(t) = a_{max} \left[1 - 2 \cdot (\pi \cdot f_0 \cdot (t - t_0))^2 \right] \cdot e^{-(\pi \cdot f_0 \cdot (t - t_0))^2} \quad (26)$$

که مطابق با شکل (2) a_{max} مبین دامنه تابع موجک ریکر، f_0 فرکانس غالب تابع، t_0 پارامتر شیفت زمانی است. با توجه به شکل (2) تابع موجک ریکر منجر به ایجاد یک تک پالس پایدار در فضای زمان خواهد شد در حالی که می‌تواند یک بازه غنی از فرکانس را در محدوده فرکانس غالب پوشش دهد. این ویژگی علاوه بر تحلیل حوزه زمان، برای تحلیل حوزه فرکانس بسیار ایدئال است. شایان ذکر است چنانچه در رابطه (26) مشاهده می‌شود، تابع مزبور تنها در زاویه صفر درجه نسبت به محور قائم منجر به ایجاد تک‌پالسی از نوع P-SV می‌شود و امواج منعکس شده از سطح در این حالت تنها از نوع امواج P و SV هستند.

$$H_{ij} = \int_{\Gamma_j} p^* \cdot \varphi \, d\Gamma_j \quad (19)$$

$$G_{ij} = \int_{\Gamma_j} u^* \cdot \varphi \, d\Gamma_j \quad (20)$$

همچنین، در رابطه (18) ماتریس‌های ψ و η مبین اثر حل‌های اساسی ثانویه هستند که مطابق معادلات (11) و (12) محاسبه می‌شوند. E نیز یک ماتریس مکمل است که از معکوس ماتریس توابع تقریب F، تنها یک بار در گام زمانی نخست به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\{\ddot{U}\} = [F]\{\ddot{\alpha}\} \quad \{\ddot{\alpha}\} = [F]^{-1}\{\ddot{U}\} = [E]\{\ddot{U}\} \quad (21)$$

ماتریس توابع تقریب F، در روابط فوق شامل بُعد مکانی تابع تقریب هستند که هر درایه از آن طبق رابطه (8) قابل محاسبه است. برای حل معادله ماتریسی (18) لازم است محور زمان به گام‌های زمانی ریزتر گسسته‌سازی شود. در این راستا توصیه شده است از روش هوپل (Houbolt Method) [21,22] در گسسته‌سازی گام‌های زمانی روش اجزای مرزی تقابل‌دوگانه بهره گرفته شود چرا که این روش از دقت مناسب نسبت به سایر روش‌ها برخوردار است. بر این اساس مؤلفه شتاب در معادله (18) به کمک روش هوپل به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$\{\ddot{U}\} = \frac{2\{U\}^{t+\Delta t} - 5\{U\}^t + 4\{U\}^{t-\Delta t} - \{U\}^{t-2\Delta t}}{\Delta t^2} \quad (22)$$

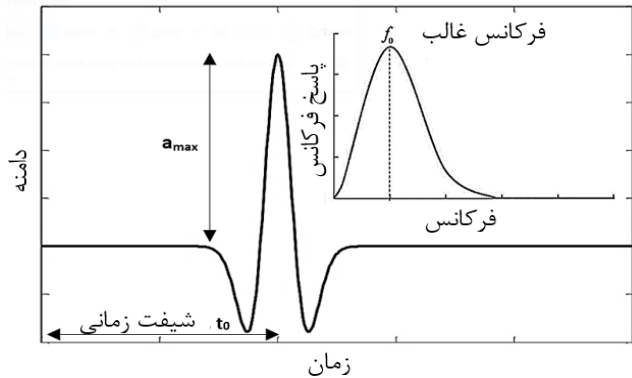
که در آن $\ddot{U}$ بردار مؤلفه شتاب، $\{U\}^{t+\Delta t}$ تغییر مکان ذرات در گام زمانی فعلی و $\{U\}^t$ ، $\{U\}^{t-\Delta t}$ و $\{U\}^{t-2\Delta t}$ تغییر مکان در گام‌های زمانی پیشین هستند. در این رابطه، Δt طول گام زمانی است.

تأثیر موج میدان آزاد

موج میدان آزاد، پاسخ دینامیکی یک محیط نیمه‌بی‌نهایت با سطح مرزی تنش آزاد (سطح زمین) در برابر هجوم امواج لرزه‌ای است [38]. با این حال برای یک محیط شامل عارضه توپوگرافی و یا ناهمگنی زیرزمینی مانند تونل‌ها، پاسخ دینامیکی از مجموع اثر موج میدان آزاد و پاسخ ناشی از پراکنش موج حاصل از حضور عارضه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$U_{tot} = U_{ff} + U_s \quad (23)$$

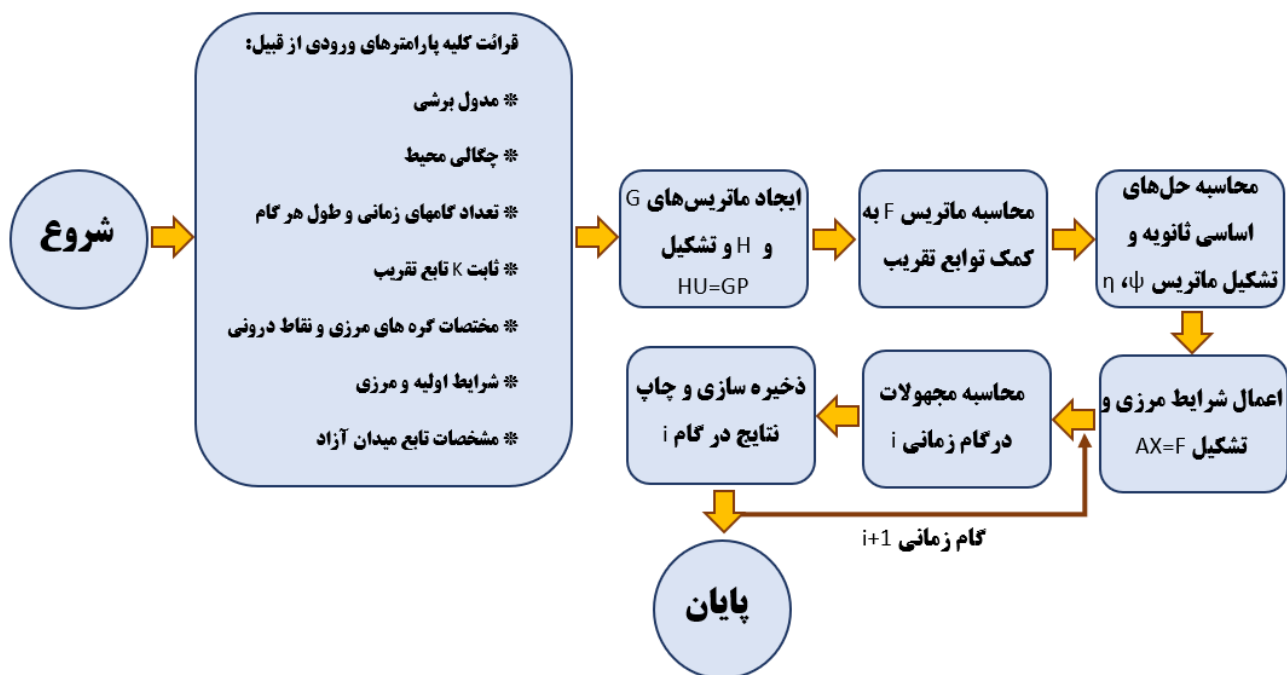
الگوریتم مزبور طوری طراحی شده است تا بتواند با دریافت مشخصات هندسی مرزهای مسئله، مشخصات گره‌های مرزی، مشخصات نقاط درونی، مشخصات مصالح، شرایط مرزی و اولیه محیط مورد بررسی، معادلات ماتریسی (۲۵) را ایجاد کند. سپس با مرتب‌سازی آن (اعمال شرایط مرزی)، یک سیستم معادلات خطی را تشکیل دهد. در نهایت، با حل سیستم معادلات مزبور، تغییر مکان‌های مجهول در گره‌های مرزی و نقاط درونی را به دست آورد. الگوریتم توسعه داده شده برای اعمال اثر تابع موجک ریکر با دریافت پارامترهای اولیه آن مانند دامنه، فرکانس غالب و ثابت شیفت زمان، اقدام به تشکیل بردار تغییر مکان میدان آزاد ریکر در نقاط مختلف عارضه می‌کند و سپس آن را به صورت حجمی بر معادلات تعادل اعمال می‌کند. لازم به ذکر است پس از محاسبه تغییر مکان‌های مجهول در نقاط گرهی و درونی، ضمن ذخیره‌سازی آن در بردارهای مربوط، نتایج حاصل برای استخراج انواع خروجی از نوع نوشتاری و نمودار در بخش پس‌پردازش به کار گرفته می‌شود.



شکل ۲ تابع موجک مهاجم ریکر در حوزه زمان و فرکانس (چنانچه مشاهده می‌شود موجک ریکر شامل یک تک پالس در حوزه زمان است به طوری که در حوزه فرکانس محدوده وسیعی تحت پوشش قرار داده می‌شود)

الگوریتم و صحت‌سنجی

برای به‌کارگیری معادلات ارائه شده در بخش‌های قبل، یک الگوریتم پویا تحت عنوان DRBEM با استفاده از زبان برنامه‌نویسی Matlab و ویرایش R2015a توسعه داده شده است. نمودار جریان الگوریتم مزبور در شکل (۳) ارائه شده است.



شکل ۳ نمودار جریان الگوریتم توسعه یافته DRBEM و شرح مراحل آن

نتایج حاصل از محاسبات عددی و نتایج تحلیلی پیاده‌سازی شده است تا در بهینه‌ترین حالت حداقل فاصله لازم برای بستن مدل از طرفین حاصل شود که در این تحقیق ۸ برابر شعاع حفره از طرفین تخمین زده شده است. لازم به ذکر است برای آنکه دقت روش پیشنهاد شده در مقایسه با روش اجزای مرزی مستقیم در حوزه زمان (TDBEM) کنترل شود، نتایج حاصل از مدل‌سازی به کمک روش مزبور نیز در کنار دیگر دستاوردها قرار داده شده تا ضمن صحت‌سنجی، تأثیر برخی پارامترهای کلیدی در مدل‌های تقابل دوگانه از جمله تعداد نقاط درونی مبرم و مشخص شود. در این راستا برای مشاهده معادلات و نحوه مدل‌سازی به کمک روش اجزای مرزی مستقیم در حوزه زمان و همچنین زمان تحلیل حاصل می‌توان از مرجع کاوندی و همکاران [42] بهره جست.

به منظور پیاده‌سازی صحت‌سنجی با ایجاد مدل‌های (۴ - الف) و (۴ - ب) به صورت جداگانه در الگوریتم توسعه یافته و با لحاظ موارد مطرح شده در بخش قبل، نتایج پاسخ لرزه‌ای در نقاط سطح زمین استخراج شده است. در شکل (۵) پاسخ لرزه‌ای نقاط سطح زمین (دامنه تغییر مکان نرمال که در ادامه تعریف می‌شود) ناشی از حضور دره و تپه نیم‌دایره تحت انتشار امواج مهاجم قائم P و SV نشان داده شده است. در این شکل نتایج حاصل از روش اجزای مرزی تقابل دوگانه در مقایسه با مطالعه کاواس [40] و کمالیان و همکاران [43] در فرکانس‌های بی‌بعد مختلف نشان داده شده است. چنانچه مشاهده می‌شود انتخاب تعداد نقاط درونی اثر مهمی در دقت نتایج دارد. به طوری که در مدل دره نیم‌دایره انتخاب، انتخاب ۸۰۰ نقطه درونی منجر به اختلاف نتایج نسبت به نتایج از پیش معلوم سایر محققان شده و مقدار خطای نسبی به بیش از ۱۰۰ درصد رسیده است. با افزایش تعداد نقاط درونی به ۱۲۰۰ نقطه اختلاف نتایج عددی و تحلیلی کاهش یافته و به صورت متوسط ۵۰ درصد رسیده است. در نهایت با انتخاب ۱۶۰۰ نقطه درونی متوسط خطای نسبی بین نتایج عددی و تحلیلی به زیر ۵ درصد رسیده است. الگوی مشابهی برای مثال تپه نیم‌دایره نیز دیده می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش تعداد نقاط درونی (IP)، نتایج روش پیشنهاد شده به پاسخ کاواس (۱۹۸۸) و کمالیان و همکاران (۲۰۰۶) نزدیک می‌شود به طوری که در تعداد نقاط درونی ۱۶۰۰ (IP=1600) نتایج بر هم منطبق هستند.

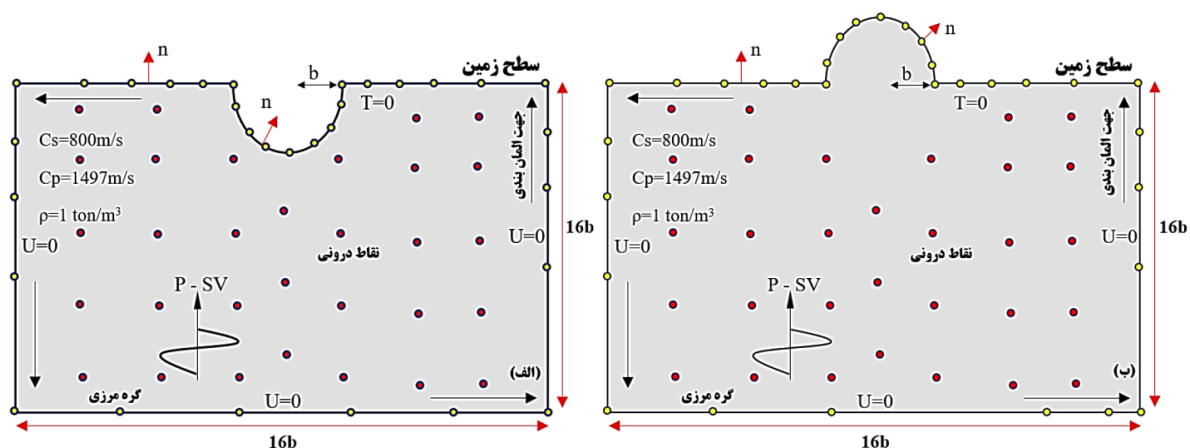
مطابق شکل (۴) به منظور صحت‌سنجی الگوریتم مزبور یک محیط نیم‌صفحه شامل یک عارضه توپوگرافی از نوع دره و تپه نیم‌دایره تحت انتشار موج P و SV مورد توجه قرار گرفته است. پاسخ سطح زمین برای مسئله دره نیم‌دایره توسط کاواس [40] و برای تپه نیم‌دایره توسط کمالیان و همکاران [43] به ترتیب با استفاده از روش اجزای مرزی مستقیم در حوزه فرکانس و زمان استخراج شده و در دسترس است. محیط به صورت الاستیک با چگالی ۱ تن بر متر مکعب، سرعت موج برشی ۸۰۰ متر بر ثانیه و سرعت موج فشاری معادل ۱۴۹۷ متر بر ثانیه فرض شده است. موج میدان آزاد از نوع تابع موجک ریکر است که شامل دامنه بیشینه معادل ۰/۰۰۱ متر، فرکانس غالب معادل ۳ هرتز و پارامتر شیفت زمانی ۲/۵ ثانیه است. برای ارائه نتایج، از مفهوم فرکانس بی‌بعد استفاده شده است. عبارت فرکانس بی‌بعد شده بر حسب سرعت موج برشی و شعاع عارضه به صورت زیر ارائه می‌شود [8,40]:

$$\eta = \frac{\omega b}{\pi c_s} \quad (27)$$

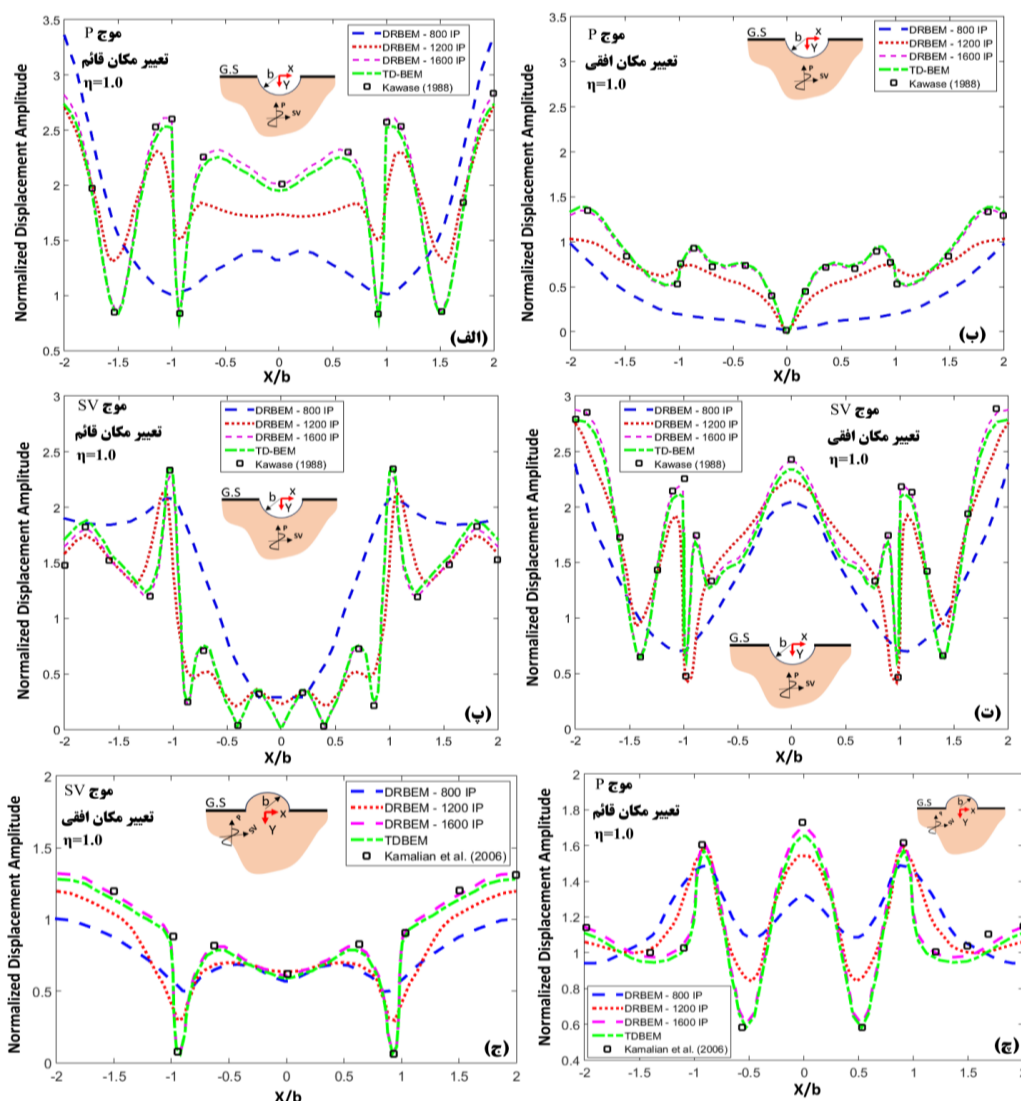
که در رابطه (۲۷)، η فرکانس بی‌بعد، ω فرکانس زاویه‌ای، b شعاع دره یا تپه نیم‌دایره و c_s سرعت موج برشی است. برای گسسته‌سازی محور زمان از ۸۰۰ گام زمانی با طول ۰/۰۱ ثانیه بهره گرفته شده است. برای انتخاب بهینه بین طول گام زمانی و طول المان‌های مرزی رابطه زیر در ادبیات فنی پیشنهاد شده است:

$$\beta = \frac{c_s \Delta t}{L} \quad (28)$$

که در رابطه (۲۸)، Δt طول گام زمانی و L طول المان‌های مرزی است. پژوهش‌های مختلف نشان داده است [8] و [40,41] مقدار منتخب β در مجاورت عدد ۱ منجر به همگرایی سریع روش اجزای مرزی به جواب‌های دقیق می‌شود. بنابراین می‌توان یک مقدار معین برای طول المان‌های مرزی تعیین کرد. بر این اساس و طبق مشخصات به کار رفته در این تحقیق، طول المان معادل ۸ متر به منظور گسسته‌سازی مرزهای مسئله به کار گرفته شده است. با این حال به منظور کاهش بار محاسباتی پیرو افزایش تعداد المان‌ها، با فاصله گرفتن از مرکز مدل، طول المان‌های مرزی افزایش داده شده است و در هیچ حالتی تعداد المان‌های مرزی از ۴۰۰ المان فراتر نرفته است. به منظور یافتن فاصله بهینه برای بستن مرزهای محیط از طرفین یک فرایند آزمون و خطا بر روی

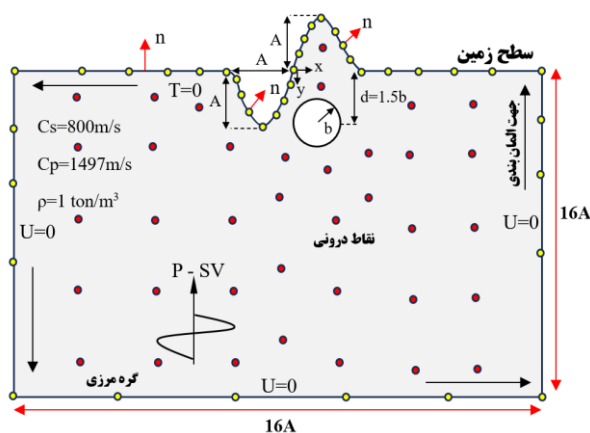


شکل ۴ مدل هندسی و شرایط مرزی عوارض توپوگرافی در نظر گرفته شده برای صحت‌سنجی: (الف) دره نیم‌دایره و (ب) تپه نیم‌دایره. در این شکل U مبین تغییر مکان، T بردار تنش مرزی و n بردار نرمال عمود بر مرز است



شکل ۵ دامنه تغییر مکان نرمال سطح زمین در حضور دره و تپه نیم‌دایره به شعاع b تحت انتشار موج مهاجم قائم P و SV : (الف) دره، مؤلفه قائم تغییر مکان ناشی از موج P در $\eta=1.0$ ، (ب) دره، مؤلفه افقی تغییر مکان ناشی از موج P در $\eta=1.0$ ، (پ) دره، مؤلفه قائم تغییر مکان ناشی از موج SV در $\eta=1.0$ ، (ت) دره، مؤلفه افقی تغییر مکان ناشی از موج SV در $\eta=1.0$ ، (ج) تپه، مؤلفه افقی تغییر مکان ناشی از موج SV در $\eta=1.0$ و (چ) تپه، مؤلفه قائم تغییر مکان ناشی از موج P در $\eta=1.0$ (مبنی تعداد نقاط درونی است)

لازم به ذکر است با فرض $\beta=1$ طول المان‌های مرزی برابر ۸ متر حاصل شد. این بعد در مجاور عارضه به کار گرفته شد و با دور شدن از ناحیه مورد بررسی، طول المان‌ها افزایش داده شده است. به طوری که در نهایت از ۴۰۰ المان درجه دوم استفاده شده است. رابطه فرکانس بی‌بعد برای حل این مثال به صورت $\eta = \omega A / (\pi c_s)$ لحاظ شده و فرکانس‌های بی‌بعد ۰/۵ و ۱ مورد توجه قرار گرفته است که با توجه به مشخصات مسئله محدوده فرکانس‌های زاویه‌ای ۱۲/۵ الی ۲۵ رادیان بر ثانیه را پوشش می‌دهند.



شکل ۶ مدل اجزای مرزی تقابل دوگانه دره - تپه نیم‌سینوسی واقع بر حفره دایره‌ای زیرسطحی در برابر انتشار امواج قائم P-SV

پاسخ حوزه فرکانس

یکی از ویژگی‌های روش‌های مرزی حوزه زمان امکان تبدیل نتایج حاصل از آن به پاسخ‌های حوزه فرکانس است که این کار با استفاده از تبدیل فوری سریع (Fast Fourier Transform) انجام می‌گیرد. در این راستا پارامتری با عنوان دامنه تغییر مکان بی‌بعد شده (NDA) (Normalized Displacement) تعریف می‌شود که مبین نسبت دامنه تغییر مکان نقاط سطح عوارض توپوگرافی و تونل‌های زیرسطحی به دامنه موج میدان آزاد است. شایان ذکر است که مقدار این پارامتر ۲ برابر نسبت بزرگ‌نمایی رایج در مراجع ژئوتکنیک لرزه‌ای است [1]. به منظور استخراج پاسخ بی‌بعد یا نرمال، پس از محاسبه تغییر مکان مؤلفه‌های افقی و قائم به صورت جداگانه، با اعمال تبدیل فوری سریع به فضای فرکانس منتقل می‌شوند و سپس بر حسب مختصات سطحی در فرکانس‌های بی‌بعد شده مطابق رابطه (۲۷) ترسیم می‌شوند. در شکل (۷) دامنه تغییر مکان بی‌بعد شده سطح عارضه توپوگرافی دره - تپه نیم‌سینوسی تحت انتشار امواج

مطالعه عددی: تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر حفره زیرسطحی

عوارض توپوگرافی ناهمگون و مرکب از جمله عارضه‌های سطحی هستند که در نقاط مختلف به خصوص در نواحی کوهستانی به وفور مشاهده می‌شوند. این نوع از عوارض به صورت دره‌ها و تپه‌های متوالی در کنار هم قرار گرفته و یک فرم اعوجاج‌گونه در اطراف شهرها و مناطق محل سکونت انسان ایجاد کرده‌اند. با گسترش شهرنشینی و نیاز به ایجاد تونل‌های زیرسطحی پیرامون این نوع عوارض توپوگرافی موجب شده تا الزام به بررسی پاسخ سطح زمین در حضور دو عارضه متصل مزبور مبرم شود. بنابراین مشاهده الگوی بزرگ‌نمایی و چگونگی تغییر رفتار سطح زمین معوج در برابر انتشار امواج P-SV حایز اهمیت است. بدین منظور روش اجزای مرزی تقابل دوگانه یک روش ایدئال است چرا که به کمک آن امکان مدل‌سازی همزمان تونل و عوارض سطحی مرکب به سادگی میسر است.

در شکل (۶) یک عارضه توپوگرافی ناهمگون مشتمل بر یک تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر یک حفره دایره‌ای نشان داده شده است. عمق دره و ارتفاع تپه برابر و معادل $A=100m$ در نظر گرفته شده است. عرض تپه و دره هر دو برابر A فرض شده است. هندسه مدل مزبور به فرم ریاضی به کمک تابع سینوس به صورت زیر قابل نمایش است:

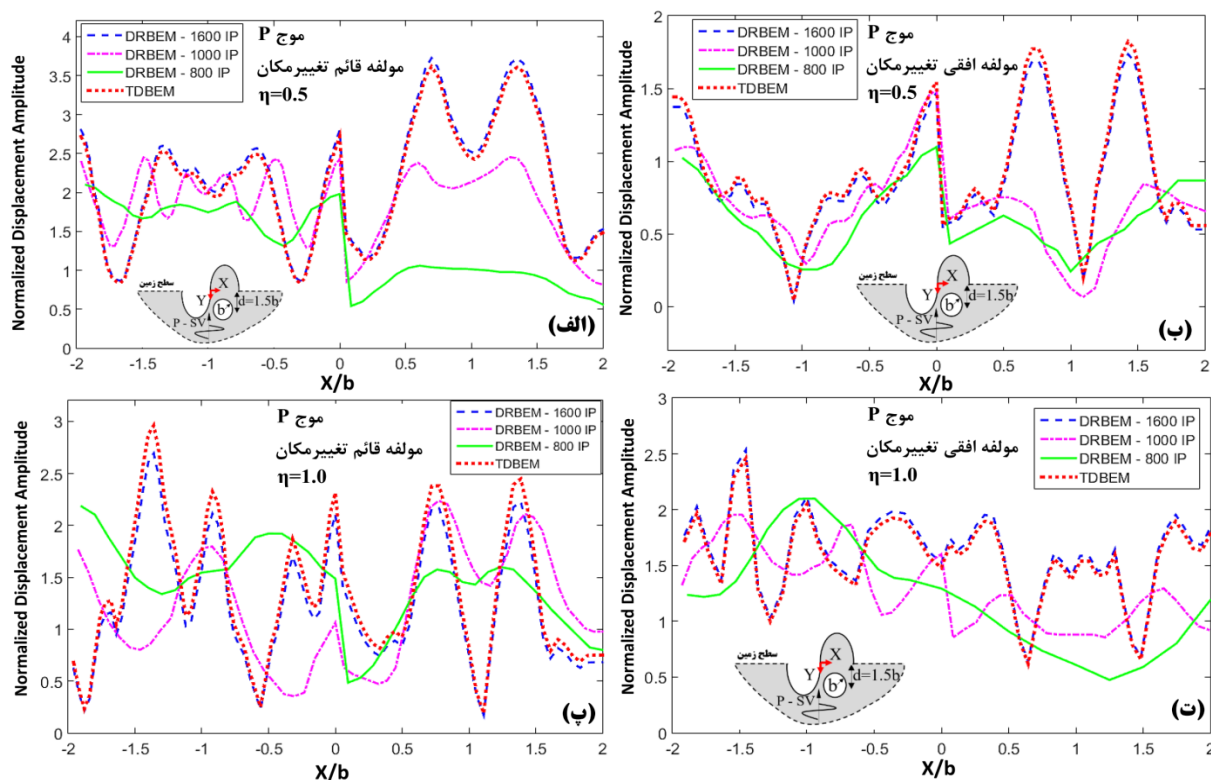
$$f(x) = A \cdot \sin\left(\frac{x\pi}{A}\right) \quad (29)$$

که در رابطه فوق $f(x)$ مبین تابع هندسی توپوگرافی دره - تپه سینوسی بر حسب مؤلفه x است. یک تونل بدون پوشش زیرزمینی به قطر $b=0.7A$ مدفون در عمق $d=1.5b$ از سطح آزاد زمین مفروض است. محیط مورد بررسی به صورت الاستیک با سرعت موج برشی معادل ۸۰۰ متر بر ثانیه، دانسیته ۱ تن بر متر مکعب و سرعت موج فشاری ۱۴۹۷ متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است [1]. از ۱۶۰۰ نقطه درونی به منظور افزایش دقت روش اجزای مرزی تقابل دوگانه بهره برده شده که به صورت یکنواخت در کل محیط توزیع شده‌اند. موج میدان آزاد از نوع ریکر با دامنه بیشینه ۰/۰۰۱ متر، فرکانس غالب ۳ هرتز و پارامتر شیفت زمانی ۲/۵ ثانیه در نظر گرفته شده که یک بار به صورت موج P در جهت قائم و یک بار به صورت موج SV در جهت افق بر گره‌های مدل اعمال می‌شود. به منظور گسسته‌سازی محور زمان از ۸۰۰ گام زمانی به طول ۰/۰۱ ثانیه بهره گرفته شده است.

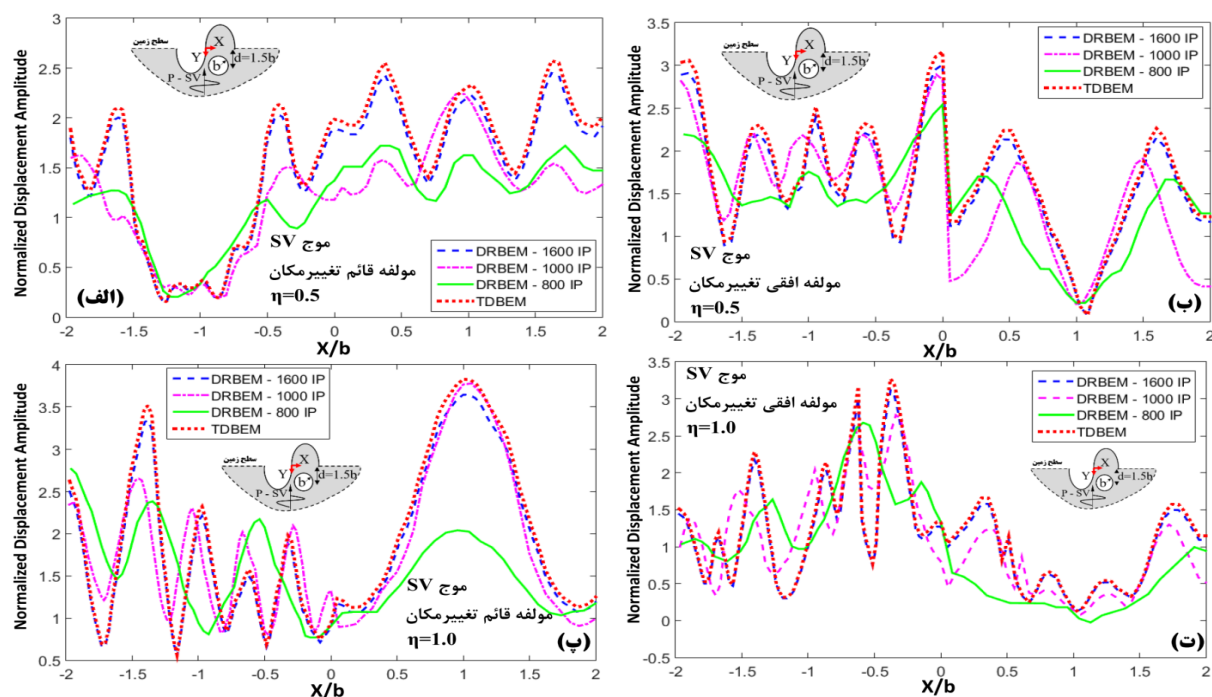
این شکل مشخص است که روش تقابل دوگانه حتی در تعداد نقاط درونی برابر ۸۰۰ ($IP=800$) نیز توانسته است تقریباً الگوی پاسخ را تخمین بزند. این در صورتی است که الزام به استفاده از حداقل ۱۶۰۰ نقطه درونی برای تدقیق نتایج، بدیهی به نظر می‌رسد.

در شکل (۸) پاسخ تغییر مکان نقاط سطح زمین برای مؤلفه‌های افقی و قائم در حضور عارضه مرکب مزبور تحت انتشار امواج قائم SV نشان داده شده است. مطابق شکل (۸- الف) که مبین مؤلفه تغییر مکان قائم در فرکانس ۰/۵ است، دامنه پیرامون دره نیم‌سینوسی مقدار ۲ واحد را نمایش می‌دهد؛ حال آنکه در عمق دره نیم‌سینوسی مؤلفه قائم دچار کوچک‌نمایی تا مقدار زیر ۰/۵ واحد شده است. با این وجود در قله و جانیین تپه نیم‌سینوسی مجدداً بزرگ‌نمایی تا ۲/۵ واحد مشهود است که در این حالت نیز اثر مؤلفه‌های انعکاسی موج از سمت حفره زیرسطحی مشخص می‌شود. در شکل (۸- ب) که مبین مؤلفه افقی تغییر مکان لرزه‌ای در فرکانس بی‌بعد ۲/۵ است، در ناحیه قله تپه عملاً خنثی‌سازی اثر موج رخ می‌دهد و این‌بار جانیین تپه نیم‌سینوسی بزرگ‌نمایی تا ۲/۵ را تجربه می‌کنند. بیشترین مقدار پاسخ در این حالت به عدد ۳ می‌رسد که مربوط به ناحیه محل اتصال دره و تپه نیم‌سینوسی به یکدیگر است. مطابق شکل (۸- پ) که گویای دامنه تغییر مکان بی‌بعد سطح برای مؤلفه قائم در فرکانس بی‌بعد ۱ است، مشخص است در محل قله تپه نیم‌سینوسی یک بزرگ‌نمایی تا عدد ۳/۵ قابل انتظار است که با نزدیک شدن به جانیین تپه از مقدار آن کاسته می‌شود و به حالت کوچک‌نمایی و اعداد زیر واحد می‌رسد. در ناحیه عمق دره نیم‌سینوسی نیز در این حالت بزرگ‌نمایی تا عدد ۳/۵ مشهود و با نزدیک شدن به جوانب با الگوی پیچیده‌تری از مقدار آن کاسته شده و در برخی موارد حتی کوچک‌نمایی رخ داده است. در شکل (۸- ت) اثر موج SV بر مؤلفه افقی تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد ۱ نشان داده شده است. چنانچه مشاهده می‌شود حداکثر پاسخ مربوط به دره نیم‌سینوسی به مقدار ۳ واحد است، حال آنکه در این حالت در نزدیکی قله - تپه نیم‌سینوسی عمداً کوچک‌نمایی رخ داده و در جانیین آن بزرگ‌نمایی تا ۲ واحد قابل مشاهده است.

مهاجم قائم P نشان داده شده است. در این شکل مؤلفه‌های افقی و قائم در فرکانس‌های بی‌بعد ۰/۵ و ۱ ارائه شده است. چنانچه در شکل (۷- الف) مشاهده می‌شود پاسخ نقاط سطح در فرکانس بی‌بعد ۰/۵ برای مؤلفه قائم تغییر مکان از الگوی پیچیده‌ای برخوردار است. این پاسخ برای نقاط مربوط به دره نیم‌سینوسی در بیشترین مقدار به عدد ۲/۵ رسیده است، حال آنکه برای نقاط نزدیک تپه به عدد ۳/۵ همگرا شده است. مطابق این شکل تعداد نقاط درونی استفاده شده در روش تقابل دوگانه نقش مؤثری در افزایش دقت محاسبات داشته‌اند به طوری که در تعداد ۸۰۰ نقطه درونی دامنه تغییر مکان عمدتاً نرم و فاقد دقت است و با افزایش تعداد نقاط به ۱۰۰۰ عدد، نتایج تا حدودی تدقیق شده و با افزایش نقاط به ۱۶۰۰ عدد، نتایج روش تقابل دوگانه و روش اجزای مرزی مستقیم در حوزه زمان منطبق شده‌اند. در شکل (۷- ب) دامنه تغییر مکان در فرکانس ۰/۵ برای مؤلفه افقی ارائه شده است. در این حالت برخلاف حالت قبل، دامنه در بیشترین مقدار مربوط به سطح جانبی تپه نیم‌سینوسی به مختصات $X=0.5b$ و $X=1.5b$ است و اندازه آن به ۱/۷ واحد می‌رسد که کمتر از حالت قبل است. دامنه پاسخ برای نقاط سطح دره نیم‌سینوسی به کمتر از ۱ رسیده است که مبین کوچک‌نمایی در این نواحی است. با این حال شدت پاسخ در محدوده دره به مقدار ۱/۵ رسیده است که گویای بزرگ‌نمایی در این ناحیه است. در شکل (۷- پ) دامنه تغییر مکان نرمال مؤلفه قائم سطح زمین در فرکانس بی‌بعد ۱ در برابر انتشار امواج قائم P نشان داده شده است. آنچه مسلم است در این حالت الگوی پاسخ پیچیده‌تر از حالت قبل است، زیرا فرکانس افزایش یافته است. وجود شکستگی و تکرار قله - تپه در نمودار حاکی از اثر افزایش فرکانس بر نتایج است. در این حالت بیشترین تغییر مکان مربوط به نقاط واقع بر دره نیم‌سینوسی به مختصات $X=-1.5b$ بوده است که دامنه آن به عدد ۳ می‌رسد. چنانچه مشاهده می‌شود مجدداً در پیرامون تپه نیم‌سینوسی به مختصات $X=0.5b$ و $X=1.5b$ شدت پاسخ به عدد ۲/۵ رسیده است که مبین اثر امواج بازتاب شده از سطح حفره زیرسطحی در این نقاط است. مؤلفه افقی تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد ۱ در شکل (۷- ت) نشان می‌دهد که دامنه پاسخ در کل ناحیه مربوط به دره و تپه نیم‌سینوسی به صورت یکنواخت در بین ۱/۵ تا ۲/۵ متغیر است. حداکثر دامنه مربوط به ناحیه جانبی دره نیم‌سینوسی به مختصات $X=-1.5b$ است، حال آنکه در قله - تپه نیم‌سینوسی به عدد ۱/۵ کاهش یافته است. در



شکل ۷ دامنه تغییر مکان بی‌بعد (نرمال) سطح زمین برای عارضه تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر حفره دایره‌ای در برابر امواج قائم P، (الف) مؤلفه قائم تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد ۰/۵، (ب) مؤلفه افقی تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد ۰/۵، (پ) مؤلفه قائم تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد ۱/۰ و (ت) مؤلفه افقی تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد ۱/۰



شکل ۸ دامنه تغییر مکان نرمال سطح زمین برای عارضه توپوگرافی تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر حفره زیرسطحی در برابر انتشار امواج قائم SV، (الف) مؤلفه قائم تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد ۰/۵، (ب) مؤلفه افقی تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد ۰/۵، (پ) مؤلفه قائم تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد ۱/۰ و (ت) مؤلفه افقی تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد ۱/۰

مانند هندسه و سختی می‌توان از مجموعه پریود مخرب دوری جست تا هیچ گاه سازه مورد نظر دچار تغییر مکان‌های بیشینه و تخریب احتمالی نشود [1].

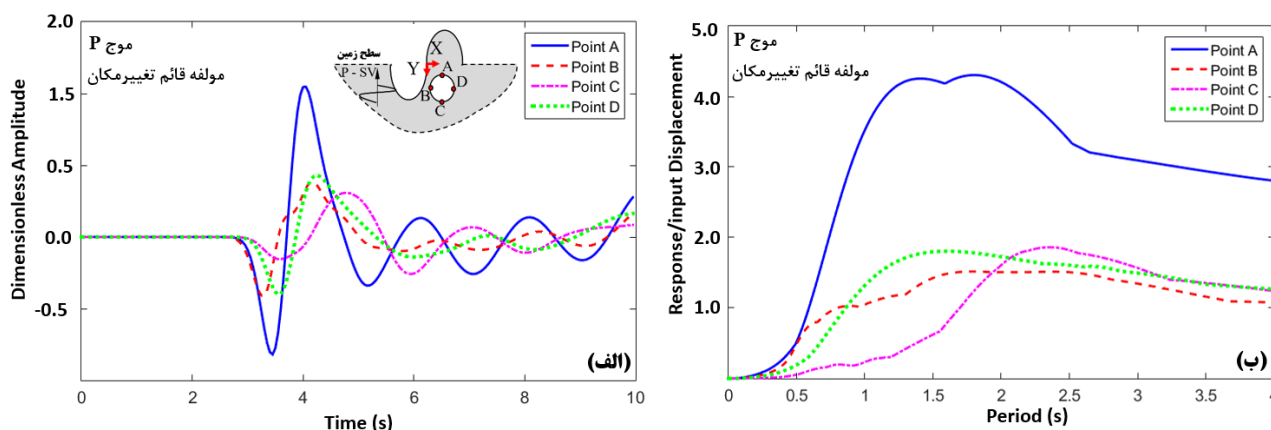
در این تحقیق به منظور استخراج پاسخ یک سیستم یک درجه آزادی، چهار نقطه بر روی چهار دیواره تونل، به صورت نقطه A بر روی تاج، نقطه B بر روی دیواره سمت چپ، نقطه C بر روی کف و نقطه D بر روی دیواره سمت راست تونل در نظر گرفته شده است. در این راستا برای نقاط مزبور در هنگام انتشار موج P و SV تاریخچه زمانی تغییر مکان استخراج و به کمک نرم‌افزار سائزموسیگنال (SeismoSignal Software) پاسخ یک سیستم یک درجه آزادی به موج مربوط حاصل شده است. در شکل (۹) پاسخ SDOF برای نقاط A، B، C و D در حالتی نمایش داده شده است که مؤلفه قائم پاسخ حاصل از انتشار موج P به عنوان موج ورودی به نرم‌افزار معرفی شده است. در شکل (۹) - الف) دامنه بی‌بعد تغییر مکان بر حسب زمان در چهار نقطه مزبور ارائه شده است. در شکل (۹) - ب) پاسخ یک سیستم یک درجه آزادی به موج ورودی نشان داده شده است. چنانچه مشاهده می‌شود مؤلفه قائم نقطه A واقع در تاج تونل موجب ایجاد بزرگ‌نمایی سازه‌ای شده است به طوری که این نوع بزرگ‌نمایی در کلیه پریودها بالاتر از ۰.۵ مشهود است. با این حال حداکثر بزرگ‌نمایی مربوط به پریود ۱ تا ۲ ثانیه است. در این حالت برای سایر نقاط واقع بر دیواره‌های چپ، پایین و راست بزرگ‌نمایی سازه‌ای چندان محسوس نیست و برای نقطه C در دیواره پایین تونل فرکانس تشدید و بزرگ‌نمایی ۲ تا ۲/۵ واحد افزایش یافته است.

در شکل (۱۰) پاسخ یک سیستم یک درجه آزادی به تاریخچه زمانی مؤلفه افقی تغییر مکان موج SV نشان داده شده است. چنانچه مشاهده می‌شود بزرگ‌نمایی سازه‌ای در پریود ۱ ثانیه اتفاق افتاده است که حداکثر آن مربوط به دیواره بالایی تونل یعنی نقطه A است. با این اوصاف در کف تونل یعنی نقطه C کوچک‌نمایی سازه‌ای رخ داده و پریود بحرانی یا غالب (پریودی که حداکثر افزایش پاسخ سیستم یک درجه آزادی در آن دیده می‌شود) یک بازه وسیع از ۱ تا ۳ ثانیه را در بر می‌گیرد.

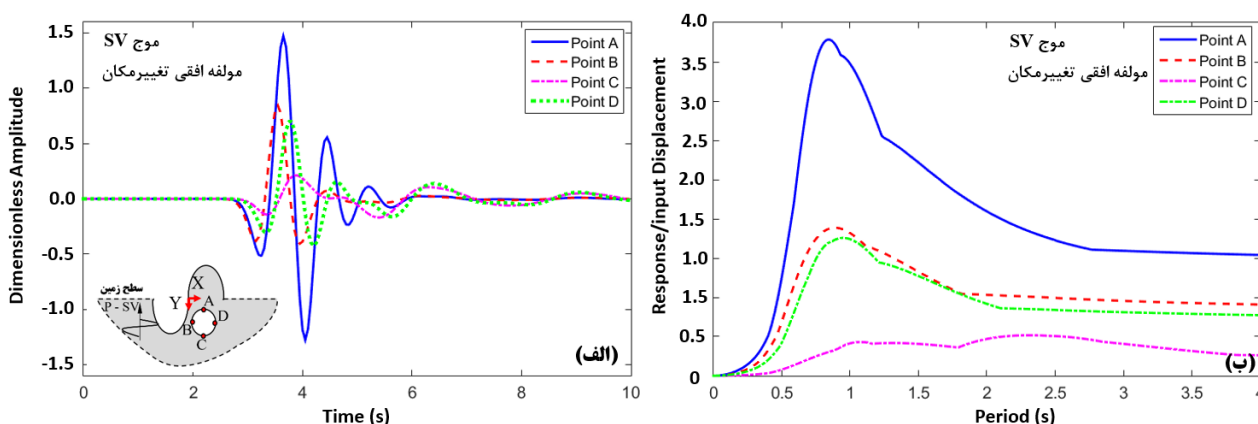
آنچه از اشکال (۷) و (۸) برداشت می‌شود آن است که عمده نواحی سطح در حضور عارضه توپوگرافی ناهمگون و حفره زیرزمینی تحت انتشار امواج درون‌صفحه P و SV دچار بزرگ‌نمایی لرزه‌ای هستند و حداکثر مقدار این بزرگ‌نمایی به عدد ۴ می‌رسد که این مهم نیاز به در نظر گرفتن تدابیر لازم پیرامون طراحی و احداث سازه‌ها در این نواحی را بیش از پیش آشکار می‌سازد. همچنین طبق مطالعات گذشته برای یک تپه نیم‌سینوسی با نسبت ارتفاع به عرض واحد، فرکانس طبیعی معادل برابر $f_0 = C_s/2A$ است [1] که در آن C_s سرعت موج برشی و A عرض عارضه نیم‌سینوسی است. بر این اساس برای تپه نیم‌سینوسی با $A=100m$ و $C_s=800m/s$ فرکانس طبیعی مد نخست به صورت ۴ هرتز معادل ۲۵.۱۳ رادیان بر ثانیه به دست می‌آید. با توجه به اینکه فرکانس بی‌بعد $\eta=1$ در تحقیق حاضر معادل ۲۵ رادیان بر ثانیه است، این مقدار نزدیک فرکانس طبیعی مد نخست تپه نیم‌سینوسی است و می‌توان اثر حضور حفره در این مد را در نتایج حاصل از فرکانس $\eta=1$ در شکل‌های (۷) - پ) و (۷-ت) و (۸-پ) و (۸-ت) به خوبی مشاهده کرد. بر این اساس الگوهای بزرگ‌نمایی از فرم بسیار پیچیده‌ای برخوردار هستند و در نقاط نزدیک نوک تپه بزرگ‌نمایی تا ۲.۵ در هنگام انتشار موج P و تا ۳.۵ در هنگام انتشار موج SV شدت آن افزایش یافته است.

پاسخ حوزه زمان

در علم طراحی سازه عمدتاً از روش پاسخ دینامیکی یک سیستم یک درجه آزادی (Single Degree of Freedom) یا به اختصار SDOF که شامل یک سیستم فنر - میراگر با ۵ درصد میرایی است، برای تحلیل رفتار لرزه‌ای سازه‌ها بهره گرفته می‌شود. در این روش سازه سطحی طراحی شده به صورت یک سیستم فنر - میراگر مدل‌سازی شده و سپس تاریخچه زمانی پاسخ به عنوان موج ورودی زلزله به آن تابانده می‌شود. در این حالت سازه تحت نوعی ارتعاش اجباری قرار گرفته و رفتار آن در پریودهای مختلف تحت موج تابانده ورودی قابل ارزیابی است. به کمک این ویژگی می‌توان مشاهده نمود تغییر مکان سازه مورد نظر در چه پریودی از موج ورودی دچار بزرگ‌نمایی لرزه‌ای خواهد شد. بنابراین در طراحی سازه با تغییر پارامترهای مؤثر بر پریود سازه‌ای



شکل ۹ پاسخ دیواره سازه تونل زیرسطحی به تاریخچه زمانی مؤلفه قائم تغییر مکان موج P در چهار نقطه A, B, C و D به ترتیب واقع بر تاج، دیواره سمت چپ، کف و دیواره سمت راست تونل: (الف) تاریخچه زمانی دامنه بی‌بعد تغییر مکان سطح تونل (حرکت ورودی سیستم یک درجه آزادی) و (ب) پاسخ یک سیستم یک درجه آزادی شامل فنر - میراگر با ۵ درصد میرایی



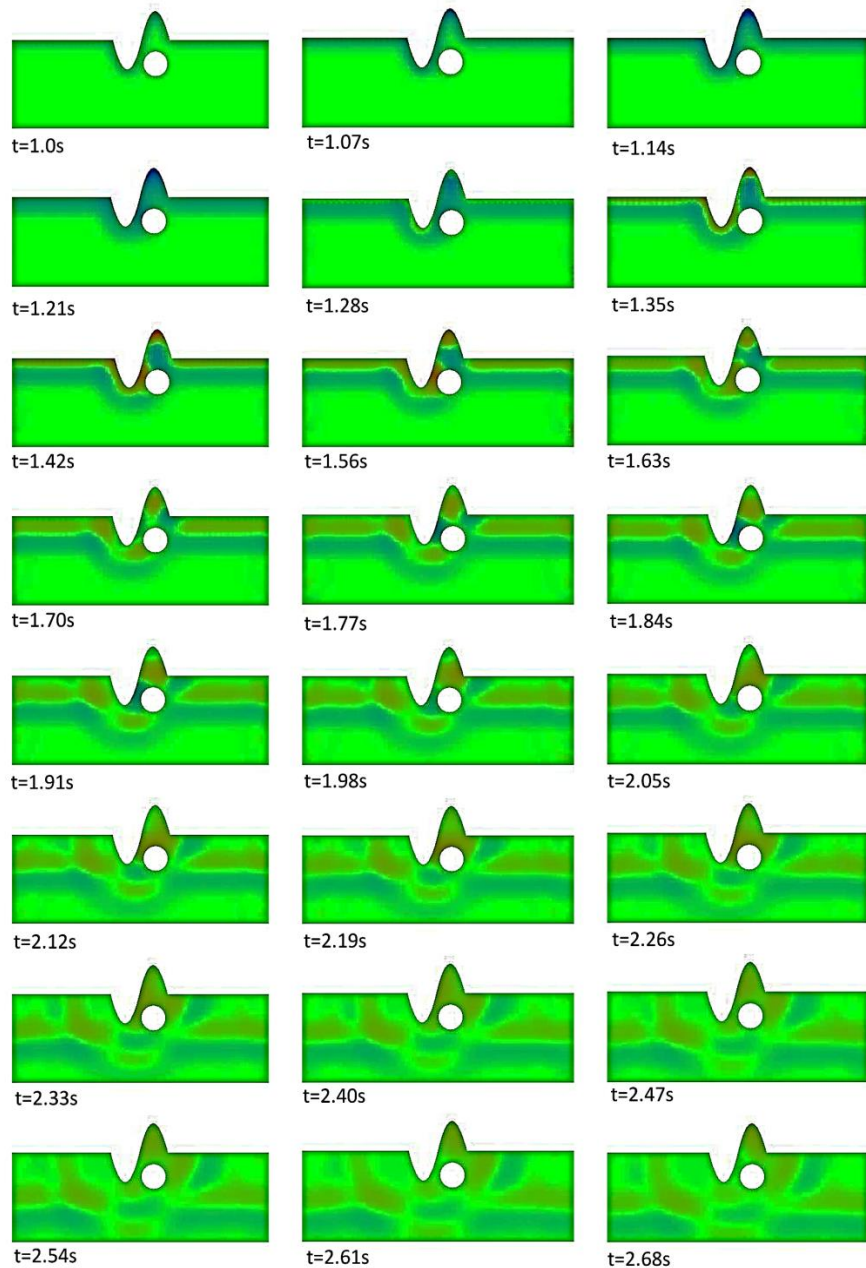
شکل ۱۰ پاسخ دیواره سازه تونل زیرسطحی به تاریخچه زمانی مؤلفه قائم تغییر مکان موج SV در چهار نقطه A, B, C و D به ترتیب واقع بر تاج، دیواره سمت چپ، کف و دیواره سمت راست تونل: (الف) تاریخچه زمانی دامنه بی‌بعد تغییر مکان سطح تونل (حرکت ورودی سیستم یک درجه آزادی) و (ب) پاسخ یک سیستم یک درجه آزادی شامل فنر - میراگر با ۵ درصد میرایی

یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های روش اجزای مرزی تقابل‌دوگانه امکان استخراج نمودارهای اسنپ‌شات (حرارتی یا تصاویر لحظه‌ای) پیرو تعریف نقاط درونی از همان ابتدای تحلیل است. این فرایند در روش‌های مستقیم مرزی پیچیده است چرا که مستلزم تعریف جداگانه نقاط درونی و معرفی آن پس از تحلیل اولیه برای محاسبه پاسخ لرزه‌ای است. در اصل نمودارهای اسنپ‌شات یا تصاویر لحظه‌ای یک خط زمانی پیوسته از نحوه انتشار موج در کل محیط ارائه می‌دهند به طوری که این امکان فراهم می‌شود تا یک دید کلی از چگونگی حرکت موج در درون محیط مورد بررسی حاصل شود. در شکل (۱۱) و (۱۲)

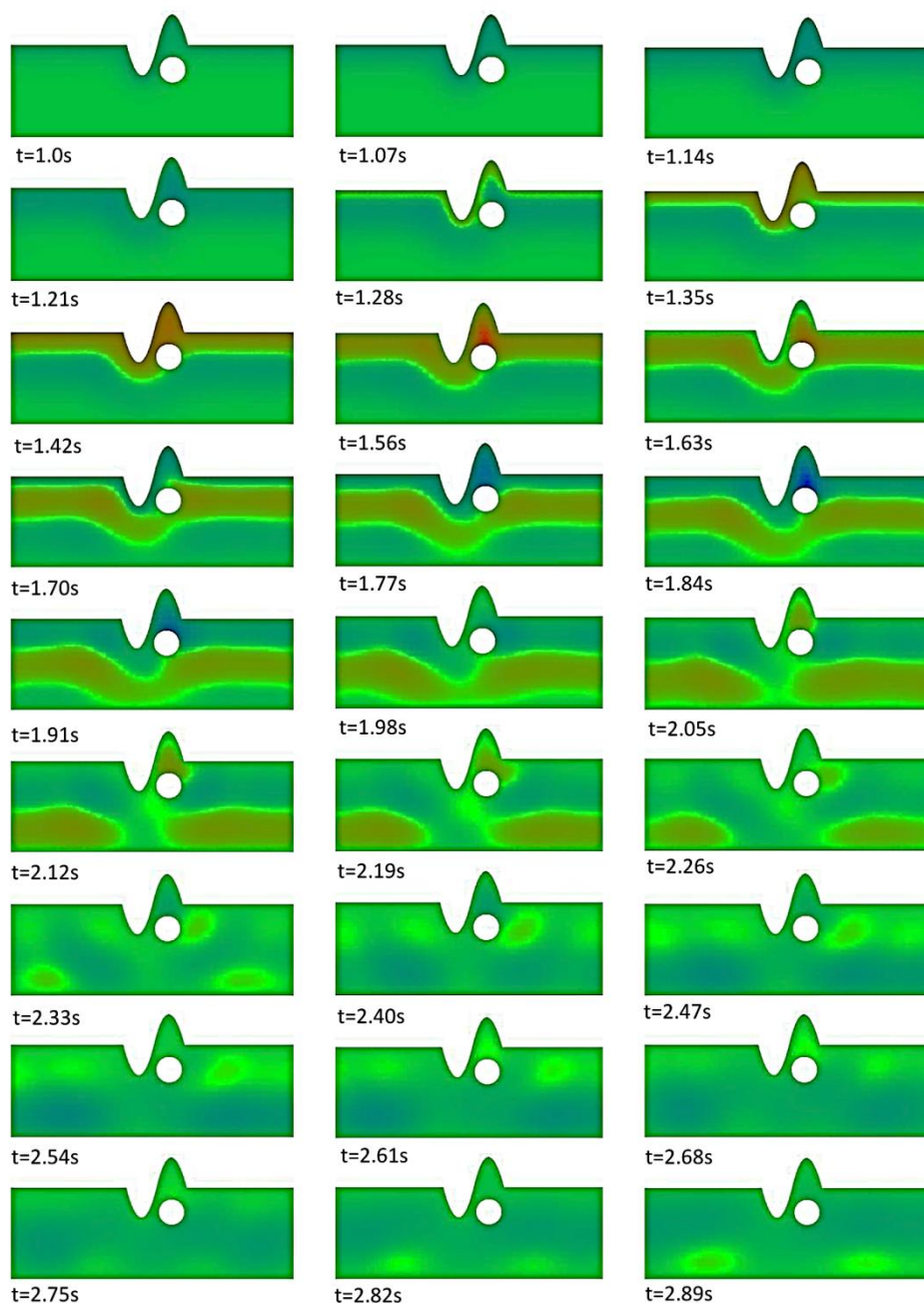
اسنپ‌شات انتشار موج به ترتیب برای مؤلفه قائم P و مؤلفه افقی SV ارائه شده است. در شکل (۱۱) کاملاً مشهود است انتشار موج در محیط موجب تشکیل یک الگوی پیچیده در حوزه زمان می‌شود که این الگو به مرور گسترش می‌یابد و نقاط مختلف تحت تأثیر قرار می‌گیرند. نقاط قله - تپه نیم‌سینوسی و ناحیه محصور بین حفره دایره‌ای و تپه نیم‌سینوسی از جمله نقاطی هستند که به دلیل انعکاس پی در پی موج دچار بزرگ‌نمایی لرزه‌ای شده و موج در بازه زمان طولانی به صورت رنگ قرمز در این نواحی پایدار مانده است. با این حال ناحیه زیرین حفره از جمله نقاطی است از همان ابتدای انتشار موج تأثیر اندک داشته

حالت نیز حفره به مانند یک جاذب موج عمل کرده و از رسیدن امواج انعکاسی به نواحی زیرین آن جلوگیری کرده است. به صورت برعکس در سمت تپه نیم سینوسی مرز حفره همانند یک منعکس کننده عمل کرده و موجب انحصار موج در این نواحی شده است.

و همواره به رنگ سبز و آبی باقی مانده است. الگوی مشابه در شکل (۱۲) مشاهده می شود با این تفاوت که در این حالت ناحیه سمت راست بین تونل و تپه نیم سینوسی دچار انحصار موج شده و به مرور موجب تقویت اثر موج در این نواحی شده است. چنانچه مشاهده می شود در این حالت نیز ناحیه زیرین حفره تأثیر اندکی از موج منتشر شده دریافت کرده است. در واقعیت در این



شکل ۱۱ نمودار اسنپشات تغییر مکان قائم نقاط درونی محیط مشتمل بر عارضه توپوگرافی تپه - دره نیم سینوسی واقع بر حفره زیرسطحی در برابر انتشار قائم موج لرزه ای P در گام های زمانی منتخب



شکل ۱۲ نمودار اسنپ‌شات تغییر مکان افقی نقاط درونی محیط مشتمل بر عارضه توپوگرافی تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر حفره زیرسطحی در برابر انتشار قائم موج لرزه‌ای SV در گام‌های زمانی منتخب

نتیجه‌گیری

روش‌های نوین محاسباتی برای تحلیل لرزه‌ای آن‌ها را هر چه بیشتر نمایان می‌سازد. در این مقاله یک روش نوین مرزی با عنوان روش اجزای مرزی تقابل‌دوگانه برای تحلیل مسئله پراکنش امواج درون‌صفحه از سطح عوارض توپوگرافی مرکب ارائه شد. در این راستا ضمن معرفی و توسعه معادلات روش اجزای مرزی تقابل-دوگانه، نقاط قوت و ضعف روش در مقایسه با روش‌های در دسترس مورد بررسی قرار گرفت. سپس با اقتناع اثر موج میدان

عوارض توپوگرافی ناهمگون و مرکب از جمله عارضه‌های وافر در طبیعت هستند که به راحتی در نقاط مختلف به صورت دره‌ها و تپه‌های متوالی مشاهده می‌شوند. این نوع از عوارض غالباً در نزدیکی شهرها و مناطق نزدیک محل سکونت انسان نیز به چشم می‌خورند. با توجه به گسترش شهرنشینی و لزوم استفاده از تونل‌های زیرسطحی در کنار این قسم عوارض اهمیت توسعه

بی بعد ۱.۰ حداکثر تغییر مکان قائم برای تپه و دره به ترتیب در قله و کف به میزان ۳.۵ واحد مشهود بود.

۶. از پاسخ سیستم یک درجه آزادی نقاط پیرامون تونل مبرم شد، تاج تونل همواره با حداکثر دامنه برای امواج P و SV مواجه بود و پیرو غالب سیستم معمولاً در محدوده زمانی ۱ تا ۳ ثانیه برای هر دو نوع موج به وقوع پیوست.

شاید بتوان مهم‌ترین محدودیت روش تقابل دوگانه در تحلیل مسئله انتشار موج دینامیکی را نیاز آن به تعریف نقاط درونی برشمرد. با این همه نتایج این تحقیق نشان داد تعداد بهینه‌ای از نقاط درونی وجود دارد که به ازای آن نتایج روش به صورت مناسب به نتایج دقیق همگرا می‌شود. در این تحقیق ۱۶۰۰ نقطه درونی به عنوان تعداد نقاط بهینه معرفی گردید. نتایج این تحقیق در بسیاری از حوزه‌های عملیاتی و کاربردی مرتبط به مهندسی زلزله قابل استفاده است به طوری که بهینه‌سازی آیین‌نامه‌های طراحی لرزه‌ای در مناطق نزدیک به عوارض تپه - دره شکل که در عمق آن حفرات به صورت تونل یا معبرهای عبور مدفون هستند از جمله این کاربردها است. مطابق با نتایج این تحقیق یافتن نقاط با بیشترین تغییر مکان که عمدتاً در محدوده محصور بین عارضه دره - تپه نیم‌سینوسی و حفره است، نشان می‌دهد توجه به مقاوم‌سازی این دست نواحی به خصوص در مناطق لرزه‌خیز از اهمیت برخوردار است.

سپاسگزاری

آزاد در معادلات روش، یک الگوریتم محاسباتی تهیه شد. در ادامه با تحلیل مسائل مختلف پیرامون عوارض توپوگرافی منفرد و مقایسه نتایج حاصل با پاسخ‌های تحلیلی در دسترس، صحت دستاوردها مورد آزمون قرار گرفت. در نهایت با مدل‌سازی یک عارضه توپوگرافی مرکب به صورت تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر یک حفره دایره‌ای زیرسطحی در برابر انتشار قائم امواج صفحه‌ای P-SV، تلاش شد تا کارایی روش تقابل دوگانه در تحلیل این قسم مسائل هر چه بیشتر تبیین گردد. نتایج نشان داد روش مزبور از دقت و قابلیت مناسب در تحلیل انواع مسائل ژئوتکنیک لرزه‌ای برخوردار است. اهم نتایج مطالعه عددی تحقیق حاضر به صورت زیر جمع‌بندی می‌شود:

۱. حداکثر دامنه پاسخ سطح تپه و دره نیم‌سینوسی به ترتیب برابر ۳.۵ و ۲.۵ واحد در فرکانس بی‌بعد ۰.۵ در برابر انتشار امواج قائم P حاصل شد که متعلق به مؤلفه عمودی تغییر مکان بود.
۲. چنانچه مشاهده شد افزایش فرکانس همواره مسبب افزایش نوسان و تکرر در نقاط شکستگی دامنه پاسخ سطح زمین شد.
۳. آنچه مسلم شد افزایش فرکانس قادر به تغییر نقاط بحرانی پاسخ سطح زمین بود به طوری که بر خلاف انتظار، در فرکانس بی‌بعد ۱.۰ حداکثر تغییر مکان قائم متعلق به سطح دره به مختصات $X=-1.5b$ (b مبین شعاع حفره دایره‌ای است) در برابر انتشار امواج قائم P شد.
۴. در حالت انتشار امواج قائم SV، حداکثر دامنه پاسخ در گره اتصال دره و تپه نیم‌سینوسی به میزان ۳ واحد در فرکانس بی‌بعد ۰.۵ حاصل شد که متعلق به مؤلفه افقی تغییر مکان بود.
۵. مشابه موج P، افزایش فرکانس با تغییر در مختصات نقاط بحرانی برای موج SV همراه شد به طوری که در فرکانس

مراجع

- [1] S. Kramer, *Geotechnical Earthquake Engineering*. London: Prentice Hall, 1996.
- [2] M. Isari and R. Tarinejad, "Investigation Effects of Canyon Topography on the Seismic Wave Scattering by 3D-BEM," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 30, no. 2, pp. 93-108, 2017.
- [3] R. Bagherieh, I. Loloie, and A. Bagherieh, "Numerical Modeling of Tunnels and Lifelines in Liquefiable Grounds Under Seismic Loading," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 27, no. 2, pp. 127-144, 2016.
- [4] M. A. Barfehee, M. Mortazavi Zanjani, and A. Soroush, "Three-Dimensional Numerical Modeling of Interaction of Dip-Slip Fault and Tunnels with Concrete Lining," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 36, no. 1, pp. 19-34, 2023.
<https://doi.org/10.22067/jfpei.2022.70954.1043>

- [5] A. S. Abedi, N. Hataf, and A. Ghahramani, "Analytical Solution of the Dynamic Response of Buried Pipelines Under Blast Wave," *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 88, pp. 301–306, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2016.07.014>
- [6] H. Hai-Hong and J. Wei-wei, "Application of Geophysical Methods in Tunnel Exploration," in *Proceeding 5th International Conference on Civil, Architectural and Hydraulic Engineering (ICCAHE 2016)*, Zhuhai, China, 2016.
- [7] M. Panji and B. Ansari, "Modeling Pressure Pipe Embedded in Two-Layer Soil by a Half-Plane BEM," *Computers and Geotechnics*, vol. 81, pp. 360–367, 2017. <https://doi.org/10.2991/iccahe-16.2016.33>
- [8] M. Panji and B. Ansari, "Transient SH-Wave Scattering by the Lined Tunnels Embedded in an Elastic Half-Plane," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 84, pp. 220–230, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2017.09.002>
- [9] Z. Wu, P. Rao, S. Nimbalkar, Q. Chen, J. Cui, and P. Ouyang, "A Semi-Analytical Solution for Shock Wave Pressure and Radius of Soil Plastic Zone Induced by Lightning Strikes," *Materials*, vol. 15, no. 6, p. 2239, pp. 2–18, 2022. <https://doi.org/10.3390/ma15062239>
- [10] H. Li, M. Zhao, J. Huang, W. Liao, and Ch. Ma, "Simplified Analytical Solution of Tunnel Cross Section Under Oblique Incident SH Wave in Layered Ground," *Earthquakes and Structures*, vol. 24, no. 1, pp. 65–79, 2023. <https://doi.org/10.12989/eas.2023.24.1.065>
- [11] A. S. Abedi, N. Hataf, and A. Ghahramani, "Analytical Solution of the Dynamic Response of Buried Pipelines Under Blast Wave," *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 88, pp. 301–306, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2016.07.014>
- [12] V. Besharat, M. Davoodi, and M. K. Jafari, "An Investigation on Tunnel-Structure Interaction on Settlement of Surface Buildings with Numerical Method," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 26, no. 1, pp. 101–120, 2015.
- [13] Z. Yao and G. F. Margrave, "Forth-Order Finite-Difference Scheme for P and SV Waves Propagation in 2D Transversely Isotropic Media," *CREWES Research Report*, vol. 11, pp. 1–11, 1999.
- [14] P. Moczo, J. O. A. Robertsson, and L. Eisner, "The Finite-Difference Time-Domain Method for Modeling of Seismic Wave Propagation," *Advances in Geophysics*, vol. 48, pp. 422–516, 2007. [https://doi.org/10.1016/S0065-2687\(06\)48008-0](https://doi.org/10.1016/S0065-2687(06)48008-0)
- [15] H. Samadiyeh and R. Khajavi, "MPI- and CUDA- Implementations of Modal Finite Difference Method for P-SV Wave Propagation Modeling," *Journal of Theoretical and Applied Vibration and Acoustics*, vol. 2, no. 2, pp. 185–202, 2016.
- [16] A. Mahboubi and K. Panaghi, "The Effects of Piles Spacing and Length to Diameter Ratios on the Soil-Pile-Structure Interaction Phenomenon," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 25, no. 1, pp. 1–14, 2014.
- [17] M. Gholhaki and M. J. Sattari, "Study of Effect of Vertical Components of Earthquake on Thin Steel Plate Shear Walls," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 27, no. 2, pp. 145–160, 2016.
- [18] M. Amelsakhi, A. Sohrabi-Bidar, A. Haraty, and A. Shareghi, "Numerical Study of the Effect of Non-Horizontal Soil Layering on Seismic Response of Semi-Sine Hill," *Bulletin of Earthquake Science and Engineering*, vol. 10, no. 3, pp. 15–29, 2023.

- [19] Q. Zhang, M. Zhao, J. Huang, X. Du, and G. Zhang, "A 2.5D Finite Element Method Combined with Zigzag-Paraxial Boundary for Long Tunnel Under Obliquely Incident Seismic Wave," *Applied Sciences*, vol. 13, no. 10, p. 5743, pp. 1–27, 2023.
- [20] M. Li, K. Meng, and J. Zhou, "Seismic Response and Damage Analysis of Shield Tunnel with Lateral Karst Cavity Under Oblique SV Waves," *Buildings*, vol. 13, no. 3, p. 605, pp. 1–18, 2023. <https://doi.org/10.3390/buildings13030605>
- [21] J. Dominguez, *Boundary Elements in Dynamics*. Southampton: Computational Mechanics Publications, 1993.
- [22] P. W. Partridge and C. A. Brebbia, "Computer Implementation of the BEM Dual Reciprocity Method for the Solution of General Field Equations," *Communications in Applied Numerical Methods*, vol. 6, pp. 83–92, 1990. <https://doi.org/10.1002/cnm.1630060204>
- [23] D. E. Beskos, "Boundary Element Methods in Dynamic Analysis," *Applied Mechanics Reviews*, vol. 40, no. 1, pp. 1–23, 1987. <https://doi.org/10.1115/1.3149529>
- [24] A. Tadeu, P. Santos, and J. Antonio, "Amplification of Elastic Waves Due to a Point Source in the Presence of Complex Surface Topography," *Computers & Structures*, vol. 79, no. 18, pp. 1697–1712, 2001. [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(01\)00098-0](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(01)00098-0)
- [25] T. Takahashi, M. Tanigawa, and N. Miyazawa, "An Enhancement of the Fast Time-Domain Boundary Element Method for the Three-Dimensional Wave Equation," *Computer Physics Communications*, vol. 271, p. 108229, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2021.108229>
- [26] W. Liu, Ch. Li, L. Ma, and L. Du, "A Frequency-Domain Formulation for Predicting Ground-Borne Vibration Induced by Underground Train on Curved Track," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 549, p. 117578, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2023.117578>
- [27] Y. B. Yang, J. Li, Q. Q. Nie, Z. Y. Zhou, and H. Xu, "A Hybrid Artificial Boundary Combining Perfectly Matched Layer and Infinite Elements for Analyzing Semi-Infinite Problems," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 155, pp. 528–540, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2023.06.028>
- [28] M. Panji, M. Kamalian, J. A. Marnani, and M. K. Jafari, "Transient Analysis of Wave Propagation Problems by Half-Plane BEM," *Geophysical Journal International*, vol. 194, no. 3, pp. 1849–1865, 2013. <https://doi.org/10.1093/gji/ggt200>
- [29] M. Panji, "A Half-Space TD-BEM Model for a Seismic Corrugated Orthotropic Stratum," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 152, pp. 655–677, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2023.04.032>
- [30] M. Panji, M. Kamalian, J. A. Marnani, and M. K. Jafari, "Analyzing Seismic Convex Topographies by a Half-Plane Time-Domain BEM," *Geophysical Journal International*, vol. 197, no. 1, pp. 591–607, 2014.
- [31] M. Panji and S. M. Hasanlouyi, "Time-History Responses on the Surface by Regularly Distributed Enormous Embedded Cavities: Incident SH-Waves," *Earthquake Science*, vol. 31, no. 3, pp. 137–153, 2018. <https://dx.doi.org/10.29382/eqs-2018-0137-3>
- [32] D. Nardini and C. A. Brebbia, "A New Approach to Free Vibration Analysis Using Boundary Elements," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 7, pp. 157–162, 1983. [https://doi.org/10.1016/0307-904X\(83\)90003-3](https://doi.org/10.1016/0307-904X(83)90003-3)

- [33] J. P. Aganantiaris, D. Polyzos, and D. E. Beskos, "Three-Dimensional Structural Vibration Analysis by the Dual Reciprocity BEM," *Computational Mechanics*, vol. 21, no. 4-5, pp. 372–381, 1998. <https://doi.org/10.1007/s004660050314>
- [34] S. H. Chuang, C. Y. Yueh, and L. H. Huang, "Dual Boundary Element Model Coupled with the Dual Reciprocity Method to Determine Wave Scattering by a Concentric Cylindrical System Mounted on a Conical Shoal," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 56, pp. 30–38, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2015.01.015>
- [35] P. Kavandi, N. Ganjian, and M. Panji, "A DR-BEM Approach for Analyzing the Transient SH-Wave Scattering Problems: A Comparative Study," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 169, p. 105962, 2024. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2024.105962>
- [36] P. Kavandi, N. Ganjian, and M. Panji, "A Review on Linear Dynamic Analysis by Dual Reciprocity Boundary Element Method," *Bulletin of Earthquake Science and Engineering*, vol. 11, no. 2, pp. 45–62, 2024.
- [37] C. A. Brebbia and J. Dominguez, *Boundary Elements: An Introductory Course*. Southampton: Computational Mechanics Publications, 1992.
- [38] A. C. Eringen and E. S. Suhubi, *Elastodynamics*. New York: Academic Press, 1975.
- [39] P. K. Banerjee and R. Butterfield, *Boundary Element Methods in Geomechanics*. London: Wiley, 1977.
- [40] H. Kawase, "Time-Domain Response of a Semi-Circular Canyon for Incident SV, P, and Rayleigh Waves Calculated by the Discrete Wavenumber Boundary Element Method," *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 78, no. 4, pp. 1415–1437, 1988.
- [41] J. Dominguez and T. Meise, "On the Use of the BEM for Wave Propagation in Infinite Domains," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 8, no. 3, pp. 132–138, 1991. [https://doi.org/10.1016/0955-7997\(91\)90022-L](https://doi.org/10.1016/0955-7997(91)90022-L)
- [42] P. Kavandi, M. Panji, N. Ganjian, and J. A. Marnani, "An Alternative Dual Reciprocity BEM for P-SV Wave Propagation Problems: A Comparative Study," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 176, p. 106238, 2025. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2025.106238>
- [43] M. Kamalian, M. K. Jafari, A. Sohrabi-Bidar, A. Razmkhah, and B. Gatmiri, "Time-Domain Two-Dimensional Site Response Analysis of Non-Homogeneous Topographic Structures by a Hybrid BE/FE Method," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 26, pp. 753–765, 2006. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2005.12.008>

CONTENTS

Investigation of the Effect of Polyolefin Fibers and Cement Replacement with Slag on the Strength of Alkali-Activated Concrete Containing Rubber Particles in Normal and Acidic Environments	1
Bahram Bolouri Kashli - Iman Mohammadpour Nikbin - Mohammad Javad Mahdizadeh	
A Quantitative Assessment of the Accuracy of the Third-Order Acceleration Method Compared to Other Numerical Methods Under Harmonic Loading – A Case Study of a Softening Two-Degree-of-Freedom Structure	23
Masoud Mahmoodabadi - Fatemeh Ansari - Fatemeh Hatfi Ardakani	
Numerical Study of the Effect of the Type of Connection between the Pile and the Foundation on the Bearing Capacity and the Settlement Created in the Pile Raft Foundations	43
Mahdi Yazdinasab - Mahmoud Yazdani	
Control of Structural Vibrations Using Improved Model Predictive Control with Kalman Filter	61
Morteza Ghorbani-ouri - Amin Gholizad - Mona Shoaie-parchin	
Evaluation of the Effect of Material Properties on the Dynamic Response of Flexible Pavement under FWD Loading	83
Farzaneh Ghadyani Nezhad Razaki - Mohammadreza Khanmohammadi - Mahdi Shojaei	
Seismic Analysis of a Semi-Sine Hill-Valley Topography Overlying a Subsurface Cavity Under Vertical P-SV Wave Propagation Using the DR-BEM	111
Pouya Kavandi - Mehdi Panji - Navid Ganjian - Jafar Asgari Marnani	



**JOURNAL OF
CIVIL ENGINEERING
FERDOWSI UNIVERSITY OF MASHHAD**

ISSN 2008-7454

General Director: F. Irani
Editor-Chief: M. R. Esfahani
Published: Ferdowsi University of Mashhad

Editorial Board:

M. Reza Esfahani	Professor, Ferdowsi University of Mashhad
K. badv	Professor, Urmia University
J. Bolouri Bazaz	Associate Professor, Ferdowsi University of Mashhad
A. Pouya	Professor, Ecole des Ponts Paris tech
S. M. Hosseini	Professor, Ferdowsi University of Mashhad
N. Hafezi Moghaddas	Professor, Ferdowsi University of Mashhad
E. Seyedi Hosseinia	Associate Professor, Ferdowsi University of Mashhad
Sh. Danesh	Associate Professor, Ferdowsi University of Mashhad
Gh. Rakhshandehro	Professor, Shiraz University
M. H. Sebt	Professor, Amirkabir University of Technology
F. Shahabian Moghadam	Professor, Ferdowsi University of Mashhad
A. Kavussi	Professor, Tarbiat Modares University
H. Ganji Doost	Professor, Tarbiat Modares University
M. Faghfour Maghrebi	Professor, Ferdowsi University of Mashhad
F. Moghadas Nejad	Professor, Amirkabir University of Technology
A. Mohammadzadeh Moghaddam	Associate Professor, Ferdowsi University of Mashhad
M. Kianoush	Professor, University of Ryerson

Text Editor: M. Dehghan

Administrative Director: T. Hooshmand

Typist: A. Noie – T. Hooshmand

Journal of Civil Engineering

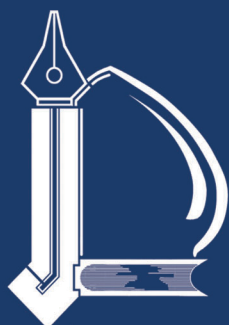
Department of Civil Engineering, Ferdowsi University of Mashhad.

P. O. Box. 91775-1111, Mashhad, I.R.IRAN

Tel: +98 51 38806024; **Email:** civil-ferdowsi@um.ac.ir

Web site: <http://civil-ferdowsi.um.ac.ir>

ISSN 2783-2805



*Ferdowsi University
of Mashhad*

Journal of Ferdowsi Civil Engineering

Serial No. 53

Investigation of the Effect of Polyolefin Fibers and Cement Replacement with Slag on the Strength of Alkali-Activated Concrete Containing Rubber Particles in Normal and Acidic Environments

Bahram Bolouri Kashli - Iman Mohammadpour Nikbin
Mohammad Javad Mahdizadeh

1

A Quantitative Assessment of the Accuracy of the Third-Order Acceleration Method Compared to Other Numerical Methods Under Harmonic Loading – A Case Study of a Softening Two-Degree-of-Freedom Structure

Masoud Mahmoodabadi - Fatemeh Ansari
Fatemeh Hatfi Ardakani

23

Numerical Study of the Effect of the Type of Connection between the Pile and the Foundation on the Bearing Capacity and the Settlement Created in the Pile Raft Foundations

Mahdi Yazdi nasab - Mahmoud Yazdani

43

Control of Structural Vibrations Using Improved Model Predictive Control with Kalman Filter

Morteza Ghorbani-ouri - Amin Gholizad
Mona Shoaee-parchin

61

Evaluation of the Effect of Material Properties on the Dynamic Response of Flexible Pavement under FWD Loading

Farzaneh Ghadyani Nezhad Razaki
Mohammadreza Khanmohammadi - Mahdi Shojaei

83

Seismic Analysis of a Semi-Sine Hill-Valley Topography Overlying a Subsurface Cavity Under Vertical P-SV Wave Propagation Using the DR-BEM

Pouya Kavandi - Mehdi Panji - Navid Ganjian
Jafar Asgari Mamani

111

Vol. 39, No. 1
Spring, 2026