

بهینه‌سازی پانل ساندویچی با هسته منشوری براساس روش قابلیت اعتماد*

(یادداشت پژوهشی)

عبدالحسین فریدون^(۱)مصطفی محمدیان^(۲)حسین هممتیان^(۳)

چکیده امروزه بهینه سازی بر پایه توانایی اعتماد (RBDO) یکی از مسأله های مهمی است که امکان دستیابی به هم سنگی میان ایمنی بالا و کاهش وزن را فراهم آورده است. با توجه به وجود عدم قطعیت در مسأله های مهندسی طرح بهینه سازه باید به گونه ای باشد که توانایی اعتماد سازه از حد مشخصی کمتر نشود. مقاله حاضر به بهینه کردن وزن گونه ای از پانل ساندویچی پرداخته است. نخست مسأله با الگوریتم موروثی حل شده، سپس با استفاده از روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت مستقیم (RIA) روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت وارون (PMA) و روش طراحی فضای مطمئن (RDS)، وزن پانل با توجه به شاخص توانایی اعتماد مورد نظر بهینه شده است. نتیجه های به دست آمده از روش های فوق الذکر و روش الگوریتم موروثی با هم مقایسه شده است. نتیجه ها نشان داد پانل با شمار نیم موج های هسته بیشتر، اگر محدودیت فضائی در طراحی وجود نداشته باشد، در فراهم کردن شاخص توانایی اعتماد به ویژه در بارهای بالاتر کارائی بهتری خواهد داشت.

واژه های کلیدی پانل ساندویچی با هسته منشوری، بهینه سازی بر اساس توانایی اعتماد، الگوریتم موروثی، روش های درجه اول

Reliability-Based Optimization of a Prismatic Core Sandwich Panel

A. Fereidoon

M. Mohammadian

H. Hemmatian

Abstract Reliability-based design is applied as an important approach to achieve high safety with light weight. In the engineering problems uncertainty should be considered in the design procedures so that the structural reliability is not smaller than a determined value. In this paper, the weight of a sandwich panel is optimized. First, the problem is solved by GA and then the weight is optimized by RIA, PMA and RDS methods based on the reliability indices. The results obtained from the aforementioned methods and GA method are compared. The comparison reveals that the panel with six wavelength core is more effective to obtain a high reliability.

Key Words Prismatic Core Sandwich Panel, Reliability-based Optimization, GeneticAlgorithm, First Order Methods

* نسخه ی اول مقاله در تاریخ ۸۷/۶/۱۳ و نسخه ی نهایی آن در تاریخ ۸۹/۸/۲۳ به دفتر نشریه رسیده است.

(۱) نویسنده ی مسوول، دانشیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه سمنان

(۲) دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی، دانشگاه سمنان

(۳) کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی، دانشگاه سمنان

مقدمه

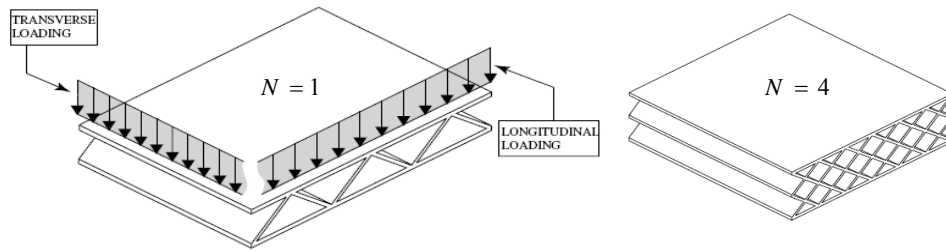
پانل‌های ساندویچی با هسته‌های منشوری، سازه‌های نوین و مهمی هستند که با روش‌های جدید تولید می‌شوند [1]. برخورداری از وزن کم و مقاومت در مقابل بار مشخص، ویژگی است که کاربرد این پانل‌ها را افزایش داده است [2]. ویژگی‌های دیگری مانند توانایی جذب انرژی، کاربرد در سازه‌های هوشمند، مقاومت صوتی و گرمایی و توانایی خنک‌کاری نیز از موردهایی هستند که باعث افزایش کاربری این سازه‌ها شده است [3]. طراحی بهینه‌ی این پانل‌ها از نظر وزن با رعایت قیدهای طراحی مانند تسلیم و کماتش اهمیت ویژه‌ای دارد. الگوریتم موروثی از جمله الگوریتم‌های تکاملی است که در حل مسأله‌های بهینه‌سازی کاربرد گسترده‌ای پیدا کرده است. همچنین به دلیل عملکرد مطلوب در فضاهاستجوی نامعین و استفاده مستقیم از مقدارهای تابع و نیازنداشتن به مشتق آن، کاربری آن رشد فزاینده‌ای در حل مسأله‌های بهینه‌سازی داشته و در حل مسأله‌های تک‌هدفی و چند هدفی کاربرد گسترده‌ای یافته است. از سوی دیگر نظریه توانایی اعتماد، شاخه‌ای از نظریه عمومی احتمالات است که دارای چارچوبی منطقی دارد و با حساب کردن و تجزیه و تحلیل عدم قطعیت‌های ناشی از طبیعت آماری مسایل مهندسی به کمک روش‌های ریاضی، امکان ارزیابی ایمنی واقعی یک سیستم را فراهم می‌سازد. با توجه به اینکه مسایل مهندسی با عدم قطعیت‌های بیشماری (مانند بارهای وارده بر سازه، مقاومت مصالح تشکیل دهنده‌ی سازه و ...) روبرو هستند، طرح بهینه سازه باید به گونه‌ای باشد که توانایی اعتماد سازه از حد مشخصی کمتر نباشد [4]. در سال‌های اخیر تلاش‌های زیادی جهت گسترش روش‌های تحلیل توانایی اعتماد در مسأله‌های بهینه‌سازی بر اساس توانایی اعتماد (RBDO) و همچنین افزایش دقت در محاسبه احتمال شکست انجام شده است. این روش‌ها به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند [5,6]: دسته اول روش‌های تحلیلی که براساس نقطه با بیشترین احتمال شکست (MPP) هستند و عبارتند از: روش توانایی اعتماد درجه اول (First Order Reliability Method (FORM)، روش توانایی اعتماد

درجه دوم (Second Order Reliability Method (SORM) و روش تقریب تابع چگالی احتمال. روش‌های اول و دوم احتمال شکست را با تقریب تابع حد حالت با استفاده از بسط درجه اول یا درجه دوم دنباله تیلور در نقطه با بیشترین احتمال شکست (MPP) محاسبه می‌کنند. دسته دوم روش‌های شبیه‌سازی یا نمونه‌گیری مانند روش شبیه‌سازی مونت کارلو (Monte Carlo Simulation (MCS)، روش نمونه‌گیری با اهمیت (Importance Sampling Method (ISM) و روش نمونه‌گیری هایپرکیوب (Hypercube Sampling Method (HSM) می‌باشند. در مسأله‌های توانایی اعتماد، شاخص توانایی اعتماد (Reliability Index) دارای اهمیت ویژه‌ای است. در این مقاله از روش‌های درجه اول به دلیل کارایی‌شان در بیشتر مسأله‌های تحلیل توانایی اعتماد استفاده شده است. پانل مورد بحث، دارای واحدهای باز منشوری، می‌باشد. نخست وزن پانل با توجه به قیدهای شکست و باکمک روش الگوریتم موروثی بهینه شده است. سپس با در نظر گرفتن عدم قطعیت در ابعاد هندسی و چگونگی توزیع متغیرهای تصادفی، نشان داده شده که قابلیت توانایی اعتماد در حل الگوریتم موروثی پائین و احتمال شکست بالا می‌باشد. به همین دلیل به افزایش توانایی اعتماد با روش‌های تحلیلی در پانل ساندویچی پرداخته شده است.

پانل ساندویچی با هسته‌های منشوری

(Prismatic cores sandwich)

پانل‌های ساندویچی با هسته‌های منشوری، سازه‌های جدید و مهمی به شمار می‌روند [1]. این پانل‌ها از هسته‌هایی تشکیل شده‌اند که دارای فضای خالی بوده و از شکل‌دهی ورق‌ها به وجود می‌آیند. در شکل (۱) پانل مورد نظر و چگونگی بارگذاری آن نشان داده شده است. در این مقاله بارگذاری عرضی مورد بررسی قرار گرفته است. نامگذاری این پانل‌ها براساس شمار نیم موج‌های هسته می‌باشد. در شکل (۱) دو پانل با $N=1$ و $N=4$ نشان داده شده‌اند.



شکل ۱ پانل با هسته‌های منشوری و چگونگی بارگذاری آن [2]

آسانی تحلیل مسأله دو عامل بی‌بعد $\Pi = 0.001$ و $\Psi = W/\rho l^2$ معرفی می‌شوند که در آن Π شاخص بارگذاری و بیانگر بار وارد به سازه و Ψ بیانگر وزن سازه می‌باشد. W, M, V و E به ترتیب نیروی برشی بیشتر، لنگر خمشی بیشتر، وزن سازه در واحد عرض و ضریب کشسانی هستند. چگالی ماده تشکیل‌دهنده سازه است که در بیشتر این گونه پانل‌ها هسته و رویه‌ها هر دو از یک جنس ساخته می‌شوند. وزن سازه بنا به رابطه $W = 2\rho dl + N\rho d_c l / \cos\theta$ بیان می‌شود که در حالت بی‌بعد به صورت زیر خواهد بود [2]:

$$\psi = \frac{W}{\rho l^2} = 2\frac{d}{l} + \frac{N}{\cos\theta} \frac{d_c}{l} \quad (1)$$

قیدهای طراحی مربوط به تسلیم و کمانش اجزاء سازه برای بارگذاری عرضی به صورت زیر می‌باشند [2]:

$$g_1: 1 - \frac{V^2}{EM} \frac{E}{\sigma_y} \frac{1}{d} \left(\frac{H}{l} - \frac{d}{l}\right)^{-1} \geq 0 \quad (2) \quad \text{قید تسلیم رویه}$$

$$g_2: 1 - \frac{1}{N \sin\theta} \frac{V^2}{EM} \frac{E}{\sigma_y} \frac{1}{d_c} \geq 0 \quad \text{قید تسلیم هسته}$$

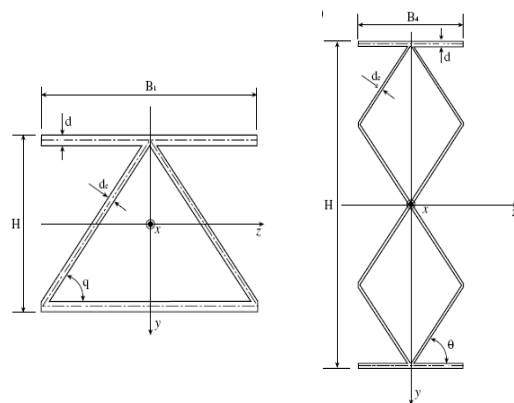
قید کمانش رویه

$$g_3: 1 - \frac{48}{K_c \pi^2 N^2 \tan^2 \theta} \frac{V^2}{EM} \left(\frac{H}{l} - \frac{d}{l}\right) \left(\frac{l}{d}\right)^3 \geq 0$$

قید کمانش هسته

$$g_4: 1 - \frac{12}{K_c \pi^2 N^3 \sin^3 \theta} \frac{V^2}{EM} \left(\frac{H}{l} - \frac{d}{l}\right)^2 \left(\frac{l}{d_c}\right)^3 \geq 0$$

صورت بندی مسأله هدف از بهینه‌سازی این پانل، کمینه کردن وزن سازه به ازای مقدار مشخص بارگذاری می‌باشد. زاویه قرار گرفتن صفحات هسته که در شکل (۲) با θ نمایش داده شده، برابر با $\theta = \tan^{-1} \sqrt{2} = 54.7^\circ$ در نظر گرفته شده است. زیرا استحکام برشی بالا در پانل‌های ساندویچی با هسته‌های منشوری در این زاویه ایجاد می‌شود [7]. قیدهای طراحی عبارتند از: قیدهای تسلیم و کمانش در صفحات رویه و هسته.



شکل ۲ متغیرهای طراحی و محورهای مختصات اصلی [2]

متغیرهای طراحی بنا به شکل (۲) متغیرهای طراحی شامل: H/l : (فاصله صفحات رویه)، d_c/l : (ضخامت صفحات هسته) و d/l ، (ضخامت صفحات رویه) [2] می‌شوند. عامل l به صورت نسبت $l = M/V$ تعریف می‌شود که رابطه مستقیم با طول بارگذاری دارد [1]. برای

جمعیت (Population) نامیده می‌شوند، انجام می‌شود. به علت مشکلات نمایش دودویی (Binary) کروموزوم‌ها، امروزه نمایش با اعداد حقیقی در حال گسترش هستند. یکی از تابع‌هایی که برای تعیین میزان شایستگی و برازش (Fitness) افراد جمعیت به کار می‌رود به صورت زیر می‌باشد:

$$F(x_i) = 2 - sp + 2(sp - 1) \frac{i - 1}{N_{pop} - 1} \quad (۷)$$

F تابع برازش، N_{pop} شمار افراد جمعیت و x_i فرد دارای مرتبه i در جمعیت می‌باشند. sp عددی بین صفر و یک است که برای تعیین گرایش انتخاب بهترین فرد به کار می‌رود. در بهترین فرد $i=1$ و در بدترین فرد $i = N_{pop}$ خواهد بود.

تقاطع (Crossover) و جهش (Mutation) دو عملگر مهم الگوریتم موروثی می‌باشند. رابطه زیر برای جهش در عددهای حقیقی پیشنهاد شده است:

$$x'_k = x_k + \Delta(t, x_k^{max} - x_k) \quad (۸)$$

$$x'_k = x_k - \Delta(t, x_k - x_k^{min})$$

x_k^{max} بزرگترین مقدار مجاز متغیر x_k و x_k^{min} کوچک‌ترین مقدار مجاز آن می‌باشد. t تعداد نسل‌های تولید شده تا آن زمان است. $\Delta(t, y)$ مقداری بین صفر و y دارد و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta(t, y) = yr(1 - \frac{t}{T})^b \quad (۹)$$

T بیشینه شمار نسل‌ها است. b نیز یک عامل بزرگ تر از یک است که میزان یکنواختی را تعیین می‌کند. الگوریتم طوری کار می‌کند که فرزندان، برانده‌تر و قوی‌تر از والدینشان بوده و پاسخ بهتری برای مسأله بهینه‌سازی داشته باشند و این معنای تکامل است [۸، ۹].

در رابطه‌های (۲) σ_y تنش تسلیم و N درجه یا شمار نیم موج‌های هسته می‌باشند. K_c و K_f نیز با رابطه‌های زیر بیان می‌شوند [2]:

$$K_f = \left(\frac{2.4 \cos \theta (d_c/d)^3 + 1}{1.2 \cos \theta (d_c/d)^3 + 1} \right)^2 \quad (۳)$$

$$N=1 \quad K_c = \left\{ \begin{array}{l} 1.375 \left(\frac{2.2 + 1.2(d/d_c)^3 / \cos \theta}{1.6 + 0.6(d/d_c)^3 / \cos \theta} \right)^2 \\ 1.125 \end{array} \right. \quad (۴)$$

صورت خلاصه مسأله بهینه‌سازی بدون در نظر گرفتن توانایی اعتماد به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{Min } \psi = 2 \frac{d}{1} + \frac{N}{\cos \theta} \frac{d_c}{1} \quad (۵)$$

S.t: $g_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, 4$

حدود بالا و پائین متغیرهای طراحی نیز به صورت $0.0001 < d_c/1 < 0.003$ ، $0.001 < d/1 < 0.01$ و $0.01 < H/1 < 0.2$ می‌باشند. با در نظر گرفتن توانایی اعتماد رابطه (۵) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\text{Min } \psi = 2\mu_{d/1} + \frac{N}{\cos \theta} \mu_{d_c/1} \quad (۶)$$

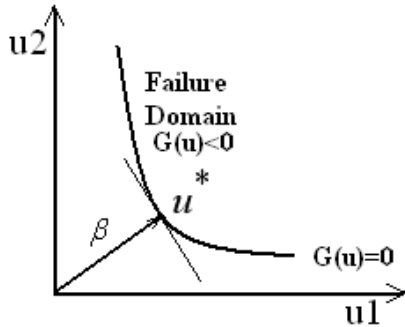
S.t: $\text{Prob}(g_i < 0) \leq P_{f,i} \quad i = 1, 2, 3, 4$

$\mu_{d_c/1}$ و $\mu_{d/1}$ به ترتیب مقادیر متوسط $d/1$ و $d_c/1$ می‌باشند. عبارت دوم بیانگر احتمال شکست می‌باشد که باید از حد معینی کمتر شود یا به عبارت دیگر شاخص قابلیت اعتماد از حد معینی بیشتر باشد. برای بهینه‌سازی از دو روش الگوریتم موروثی و قابلیت اعتماد استفاده شده، که روش الگوریتم موروثی برای حل مسئله (۵) و روش توانایی اعتماد برای حل مسئله (۶) به کار رفته است.

الگوریتم موروثی

الگوریتم موروثی بر روی مجموعه‌ای از جواب‌ها که

نقطه u^* که در شکل (۳) نشان داده شده نقطه با بیشترین احتمال شکست (MPP) نامیده می‌شود و بر روی سطح خرابی قرار دارد.



شکل ۳ فضای نرمال و نقطه با بیشترین احتمال شکست روی سطح خرابی

یافتن u^* منجر به حل مسأله بهینه سازی زیر

می‌شود:

$$\beta = \min \|U\| \quad (12)$$

$$\text{St: } G(u) = 0$$

بهینه‌سازی بر اساس توانایی اعتماد (RBDO) (Reliability Based Design Optimization (RBDO))

مسأله‌های RBDO دارای دو صورت کلی هستند: صورت اول کمینه کردن وزن با قیدهای قابلیت اعتماد و دیگری بیشینه کردن توانایی اعتماد با قید وزن می‌باشند [11,12]. در این مقاله صورت اول بررسی می‌شود. شکل کلی صورت مسئله RBDO به صورت زیر می‌باشد:

$$\text{Min } f(d)$$

$$\text{St: } P(G_i(d, X) < 0) \leq P_{f,i} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

که $f(d)$ تابع هدف، d بردار متغیرهای قطعی، X بردار متغیرهای تصادفی، $P(G_i(d, X) < 0)$ احتمال شکست قید G_i است و $P_{f,i}$ احتمال شکست مورد نظر برای قید مربوط به آن و n شمار قیدهای شکست می‌باشد. این رابطه سازی بر این حقیقت استوار است که

توانایی اعتماد (Reliability)

درمسأله‌های مهندسی با دوگونه از متغیرها روبرو هستند: متغیرهای قطعی (Deterministic variables) و متغیرهای تصادفی (Random variables) که به ترتیب با d و X نشان داده می‌شوند. تابع $G(d, X)$ که تابعی از هر دو گونه متغیر است، تابع حد حالت (Limit State Function) نامیده می‌شود. اگر ناحیه شکست را معرفی کند، احتمال شکست به صورت زیر خواهد بود:

$$P_f = \int_{G(d, X) \leq 0} f(x) dx \quad (10)$$

که $f(x)$ تابع چگالی احتمال (Probability Density Function) نام دارد [10]. شاخص توانایی اعتماد که با β نمایش داده می‌شود از رابطه $\beta = -\Phi^{-1}(P_f)$ به دست می‌آید که $\Phi^{-1}(\bullet)$ را وارون تابع توزیع تجمعی (Cumulative Distribution Function (CDF)) برای متغیر، نرمال می‌نامند. در ادامه روش تحلیلی FORM برای حل تابع اولیه (۱۰) مورد بررسی قرار می‌گیرد.

روش توانایی اعتماد درجه اول (FORM) (First Order Reliability Method). شاخص توانایی اعتماد پارامتر مهمی در FORM می‌باشد. هاسوفر و لیند (Hasofer and Lind) (۱۹۷۴) شاخص توانایی اعتماد β را به صورت کوتاه‌ترین فاصله بین مبدأ و سطح خرابی در دستگاه مختصات نرمال (دستگاه مختصاتی که متغیرهای اصلی دارای مقدار متوسط صفر و انحراف معیار یک می‌باشند) تعریف کرده‌اند. برای این کار ابتدا متغیرها از فضای اصلی با تبدیل زیر به فضای نرمال می‌روند:

$$U_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

که در آن μ_{X_i} و σ_{X_i} به ترتیب مقادیر متوسط و انحراف معیار متغیر X و n تعداد متغیرهای طراحی می‌باشند. با این تبدیل تابع حد حالت $G(X)$ از فضای اصلی به تابع $G(U)$ در فضای نرمال تبدیل می‌شود.

(۱۳) به صورت زیر در می آید:

$$\text{Min } f(d)$$

$$i = 1, 2, \dots, n \text{ S.t. } : \beta_i \geq \beta_{t,i} \quad (۱۴)$$

که d بردار متغیرهای طراحی است و احتمال قابل قبول $P_{f,i}$ تبدیل به شاخص توانایی اعتماد قابل قبول $\beta_{t,i}$ شده که این تبدیل با کمک رابطه $\beta_{t,i} = -\Phi^{-1}(P_{f,i})$ انجام می گیرد. β مربوط به هر قید نیز با مسأله بهینه سازی رابطه (۱۲) که با روش تکراری قابل حل است، محاسبه می شود. روش فوق را با عنوان روش (Reliability Index Approach) RIA می شناسند [10]. روش دوم در بررسی توانایی اعتماد وارون روش RIA هست و رابطه (۱۳) به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\text{Min } f(d) \quad (۱۵)$$

$$\text{S.t. } : G^*(d, X) \leq 0$$

که G^* از حل مسأله بهینه سازی زیر به دست می آید:

$$\text{Max } G(d, u) \quad (۱۶)$$

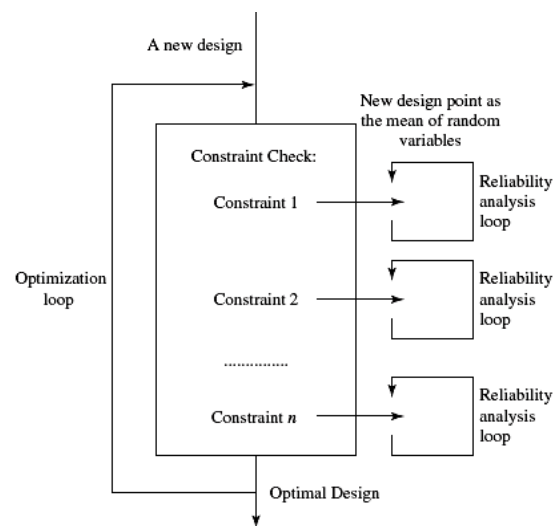
$$\text{S.t. } : \|u\| = \beta_t$$

نقطه u به دست آمده از حل فوق نیز یک نقطه MPP نامیده می شود. این روش با عنوان روش PMA (Performance Measure Approach) شناخته شده است. حل مسأله بهینه سازی (۱۶) نیز با روش های تکراری انجام می شود. روش های مقدار متوسط پیشرفته (Advanced Mean Value (AMV))، مقدار متوسط تجمععی (Conjugate Mean Value (CMV)) و مقدار متوسط ترکیبی (Hybrid Mean Value (HMV)) از جمله مهمترین این روش ها می باشند. در این مقاله از روش مقدار متوسط ترکیبی برای حل (۱۶) استفاده شده است [6].

روش سوم مورد استفاده در این مقاله برای حل مسأله RBDO که در شکل (۵) نشان داده شده، روش فضای طراحی مطمئن (Reliable Design Space (RDS)) می باشد که این گونه مسأله ها را به یک مسأله ساده و معمولی در بهینه سازی تبدیل می کند. روش حاضر با رابطه سازی دوباره مسأله بهینه سازی باهدف اعتماد از بدآورده

توانایی اعتماد سیستم تابعی از توانایی اعتماد موده های شکست آن می باشد [13]. مسأله مورد نظر در این مقاله که با رابطه (۶) بیان شد، با سه روش حل شده است. در ادامه به توضیح کوتاهی از این روش ها پرداخته می شود.

حل مسأله RBDO. روش ها و الگوریتم های متفاوتی برای حل مسأله با روش توانایی اعتماد ارائه شده اند. این روش ها به سه دسته کلی روش تودرتو (Nested method)، روش پی در پی (Sequential method) و روش تک حلقه ای (Single loop method) تقسیم می شوند که هر روش دارای برتری ها و کاستی های خود می باشد [11,14]. روش مورد استفاده در این مقاله روش تودرتو است. این روش دارای دو حلقه بوده که حلقه داخلی جهت محاسبه توانایی اعتماد با کمک از FORM و حلقه خارجی حل بهینه را براساس توانایی اعتماد تعیین می کند. نمودار جریان این روش در شکل (۴) نشان داده شده است.



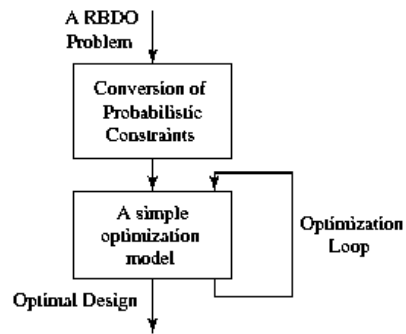
شکل ۴ نمودار جریان حل مسأله RBDO با روش تودرتو

برای بررسی توانایی اعتماد در حلقه داخلی دو روش به کار می رود. اولین روش از توانایی اعتماد درجه اول به صورت مستقیم عهده می گیرد. براین اساس رابطه

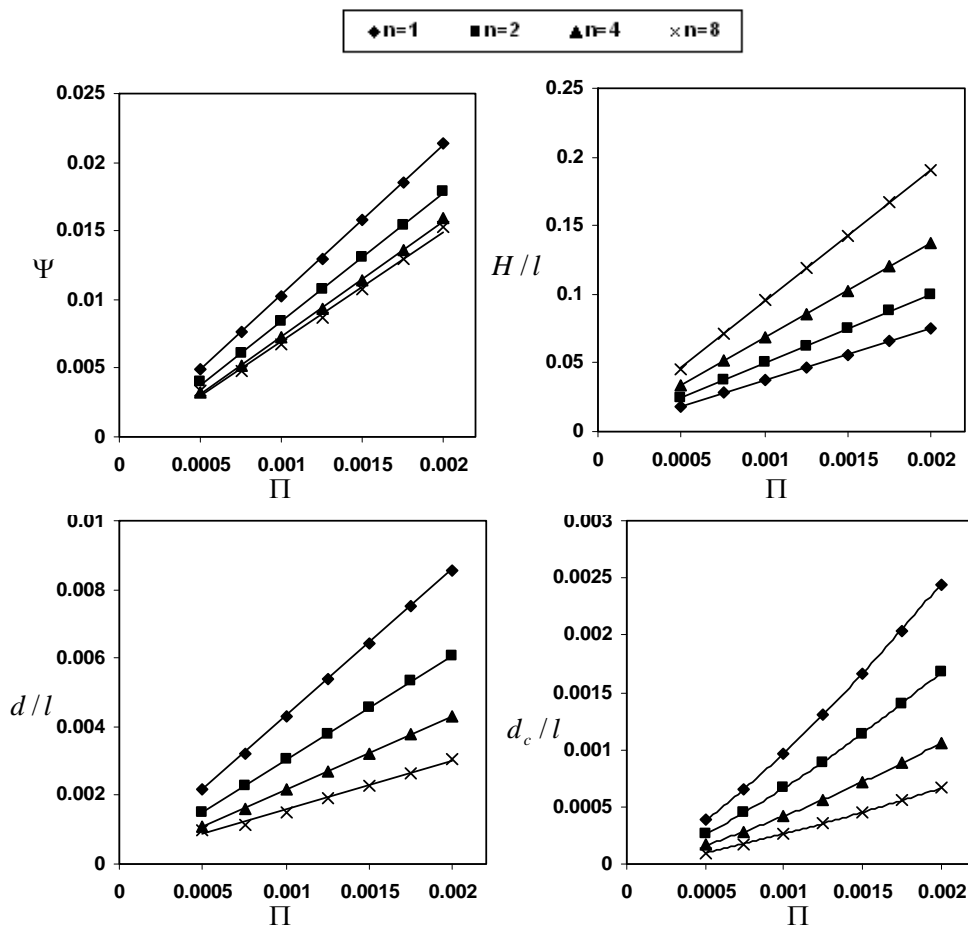
بحث و نتیجه گیری

بهبودسازی الگوریتم موروثی. نخست حل مسأله بدون در نظر گرفتن توانایی اعتماد (رابطه ۵)) بررسی می شود. در حل این مسأله از روش الگوریتم موروثی موجود در بسته نرم افزاری مطلب (MATLAB software) استفاده شده است که نتیجه های حاصل در نمودارهای شکل (۶) نشان داده شده است. پانل با شمار آرایه مشخص (N=1، N=2، N=4 و N=8) به ازای مقادیر مختلف بار (Ψ) که بار در نظر گرفته شده و سبک وزن ترین پانل (Ψ) که بار وارده معین را تحمل می کند پیدا می شود.

شدن سطح ایمنی مورد نظر و ایجاد یک فضای طراحی مطمئن آغاز می شود و سپس کارهای بهینه سازی صورت می پذیرد [15].



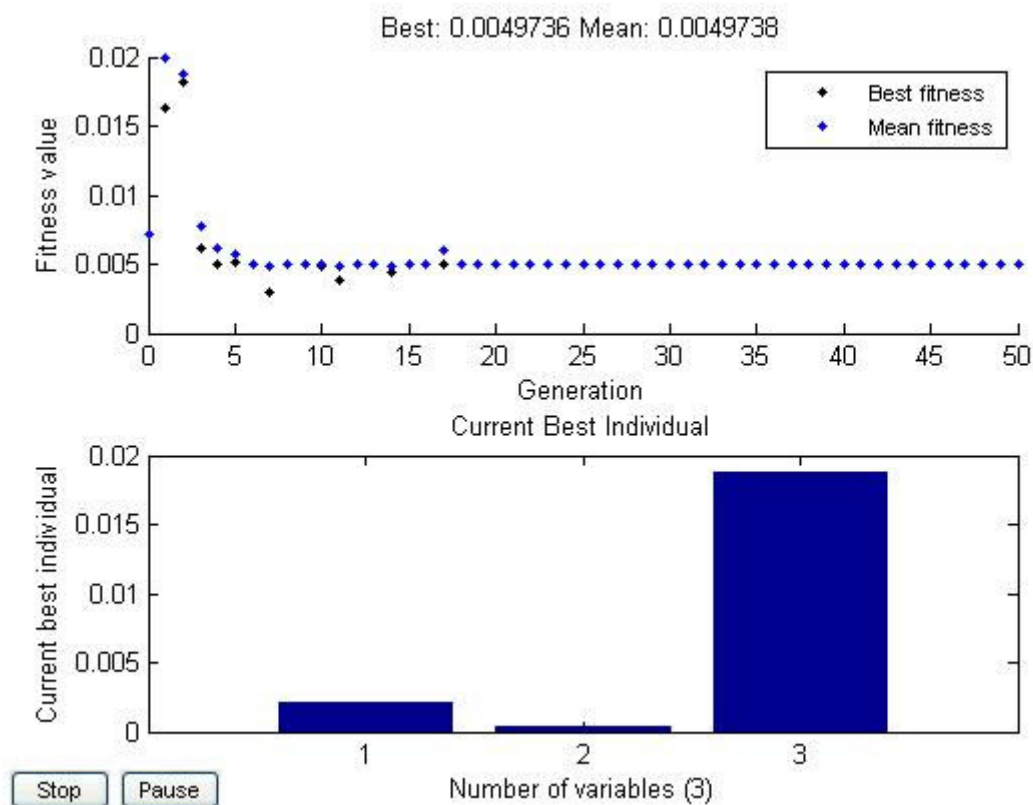
شکل ۵ نمودار جریان حل مسأله RBDO با روش RDS [15]



شکل ۶ نمودارهای وزن، ضخامت پانل، ضخامت رویه و ضخامت هسته برحسب شاخص بار برای مقادیر مختلف n

مشابهی دست یافته است. مشاهده می شود با افزایش شمار آرایه ها می توان وزن بهینه را کاهش داد. همچنین با افزایش شمار آرایه ها، نرخ افزایش وزن به ازای افزایش بار کاهش می یابد. افزایش تعداد آرایه ها از $N=1$ تا $N=4$ کاهش قابل توجهی را در وزن ایجاد می کند در حالی که با افزایش $N=4$ تا $N=8$ این کاهش کمتر می شود. با افزایش N ضخامت بهینه هسته و رویه کاهش و ارتفاع کلی پانل افزایش می یابد. پانل با هسته لوزی شکل ($N=4$) دارای کارایی سازه ای قابل توجه نسبت به پانل با هسته تک آرایه ای ($N=1$) با توجه به اینکه ضخامت هسته کمتری دارد، می باشد.

آلیاژ به کار رفته، آلومینیوم با $\sigma_y/E = 0.007$ می باشد. شمار جمعیت، تعداد تکرار (Generation)، احتمال پیوند (Crossover probability) به ترتیب ۱۰ و ۵۰ و ۰/۷ و نوع انتخاب چرخ رولت (Roulette wheel) می باشند. تابع پیوند پراکنده (Scattered crossover) و تابع جهش گوس (Gaussian mutation) نیز دو عامل دیگر مورد نظر هستند. این مقادارها با بررسی پارامترهای مختلف به دست آمده است، به عنوان نمونه شکل (۷) نشان دهنده مقادارهای متغیرها و تابع هدف، براساس تکرار برای مقادارهای بالا می باشد. همان طور که مشاهده می شود الگوریتم با این شمار جمعیت توانسته در تکرار پایینی به جواب بهینه برسد، برای سایر موارد نیز الگوریتم به نتیجه های



شکل ۷ نمودار تکاملی الگوریتم موروثی برای بار $\Pi=0.0005$ و $n=1$

توانایی اعتماد، بسیار بالا خواهد بود. بنابراین با استفاده از روش‌های بیان شده توانایی اعتماد در سیستم را بالا می‌بریم.

با پائین آمدن شاخص توانایی اعتماد انتظار می‌رود نتایج حاصل از توانایی اعتماد به نتیجه‌های حل مسأله بدون در نظر گرفتن توانایی اعتماد نزدیک شود. در جدول (۳) مقدار $W/\rho l^2$ برای دو مقدار β و مقدارهای مختلف Π و N برای سه روش بیان شده‌اند. مشاهده می‌شود که با کاهش توانایی اعتماد نتیجه‌های سه روش به نتایج حل الگوریتم موروثی نزدیک می‌شوند که دلیل بر درستی سه روش مورد بحث می‌باشد.

بهینه‌سازی روش قابلیت اعتماد. همانطور که گفته شد در بهینه‌سازی بر اساس توانایی اعتماد، متغیرها دارای عدم قطعیت می‌باشند. متغیرهای تصادفی به همراه پارامترهای آن‌ها و چگونگی توزیع آن‌ها در جدول (۱) نشان داده شده‌اند. با استفاده از این جدول و روش‌های توانایی اعتماد، احتمال شکست برای چندین مورد از نتیجه‌های حاصل از حل الگوریتم ژنتیک در هر قید محاسبه و در جدول (۲) نشان داده شده است.

نتیجه‌های جدول (۲) نشان می‌دهد به علت عدم قطعیت در مسأله‌های مهندسی، احتمال شکست در نتیجه‌های حاصل از بهینه‌سازی بدون در نظر گرفتن

جدول ۱ مقدارهای انحراف معیار متغیرهای تصادفی

متغیر تصادفی	انحراف معیار	توزیع
d/l	0.0026	نرمال
d_c/l	0.00084 Gpa	نرمال
H/l	0.01 Mpa	نرمال

جدول ۲ احتمال شکست نتیجه‌های حاصل از حل الگوریتم موروثی در هر قید

n	Π	d/L	d_c/L	H/L	قید اول	قید دوم	قید سوم	قید چهارم
1	0.0005	0.00215	0.00038	0.01872	50%	34%	50%	50%
2	0.001	0.00304	0.00067	0.04997	50%	25%	50%	50%
4	0.0015	0.00322	0.00072	0.1028	50%	23%	50%	50%
8	0.002	0.00305	0.00066	0.19039	50%	25%	50%	50%

جدول ۳ مقادیر $W/\rho l^2$ برای چند بارگذاری و مقادیر مختلف n و دو مقدار β

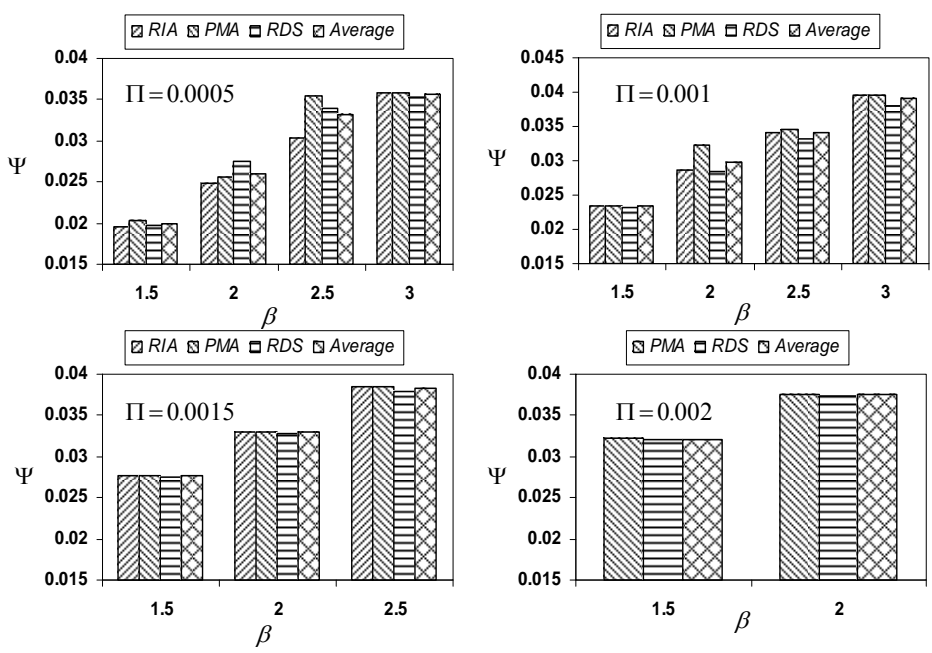
روش	Π n	$\beta_i = 0.1, P_{f,i} = 46\%$	$\beta_i = 0.01, P_{f,i} = 49\%$	حل الگوریتم موروثی
RIA	$\Pi = 0.001$ $N = 4$	0.008286	0.007302	0.007193
PMA	$\Pi = 0.0005$ $N = 1$	0.005656	0.005219	0.004974
RDS	$\Pi = 0.002$ $N = 8$	0.020836	0.016552	0.015249

نتیجه های سه روش نیز به یکدیگر بسیار نزدیک می شوند. ستون چهارم مقدار میانگین سه روش می باشد. روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت وارون (PMA) مقادارهای به نسبت بیشتر، روش فضای طراحی مطمئن (RDS) مقادارهای نسبت کمتر و روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت مستقیم (RIA) مقادارهایی که به صورت با مقدار میانگین برابرند ارائه داده اند و دلیل آن در جدول (5) نشان داده شده است. همان طور که بیان شد صورت دیگر قید رابطه (13) به صورت $\beta_i \geq \beta_{i,i}$ می باشد. بنابراین با در نظر گرفتن $\beta_{i,i}$ به عنوان کمترین توانایی اعتماد در هر قید، پس از بهینه سازی چهار مقدار β که مربوط به شاخص توانایی اعتماد بر آورده شده در هر قید می باشند، حاصل خواهند شد. در جدول (5) به عنوان مثال دو بارگذاری مختلف به همراه دو مقدار متفاوت برای $\beta_{1,i}$ ، β_1 ، β_2 ، β_3 و β_4 به عنوان شاخص توانایی اعتماد بر آورده شده در هر قید آمده شده است.

مقایسه سه روش RIA و PMA و RDS. بهینه سازی با در نظر گرفتن سطحی از توانایی اعتماد در هر قید با سه روش، توسط تابع fmincon نرم افزار مطلب انجام شده است. صورت دیگر قید رابطه (13) می تواند به صورت $\beta_i \geq \beta_{i,i}$ بیان شود. بهینه سازی به گونه ای انجام می گیرد تا کمترین سطح توانایی اعتماد را که با $\beta_{i,i}$ نشان داده می شود، در هر قید بر آورده سازد. از حل الگوریتم موروثی این نتیجه حاصل شد که پانل با $N=4$ دارای کارایی بهتری است. بنابراین مقایسه این سه روش روی این پانل انجام می شود. جدول (4) مقایسه این سه روش را نشان می دهد که برای بارگذاری ها و شاخص های قابلیت مختلف؛ متغیرها، وزن، شاخص قابلیت اعتماد هر قید، تعداد تکرار و محاسبات؛ آورده شده است. در شکل (8) نتیجه بهینه وزن حاصل از حل مسأله نشان داده شده است. در هر بارگذاری با افزایش توانایی اعتماد، وزن پانل نیز افزایش می یابد. همچنین با افزایش بارگذاری

جدول 4 مقایسه سه روش RIA و PMA و RDS برای پانل n=4

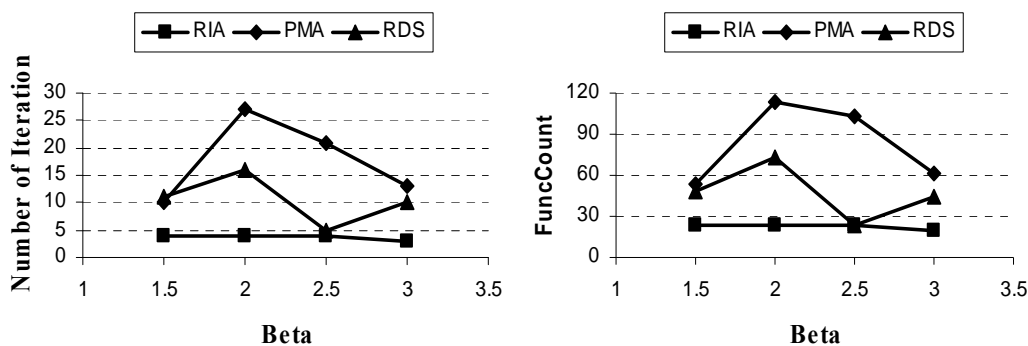
beta	II	Method	d/L	dc/L	H/L	W/pl*2	β_1	β_2	β_3	β_4	iteration	FUNCCUNT	
$\beta = 1.5$	0.0005	RIA	0.004711	0.00145	0.045404	0.019462	1.5	1.7	1.5	1.5	6	34	
		PMA	0.005382	0.001385	0.026793	0.02035	1.5	1.6	1.8	1.5	18	101	
		RDS	0.004595	0.001525	0.036997	0.019742	1.4	1.8	1.5	1.7	6	28	
	0.001	RIA	0.005812	0.0017	0.077376	0.023392	1.5	1.97	1.5	1.5	4	24	
		PMA	0.005812	0.0017	0.077376	0.023392	1.5	1.97	1.5	1.5	10	54	
		RDS	0.00576	0.001681	0.075882	0.023156	1.46	1.95	1.48	1.48	11	48	
	0.0015	RIA	0.006934	0.001994	0.109845	0.027669	1.5	2.25	1.5	1.5	3	19	
		PMA	0.006934	0.001994	0.109845	0.027669	1.5	2.3	1.5	1.5	35	181	
		RDS	0.006906	0.001985	0.10924	0.027552	1.48	2.2	1.49	1.49	13	56	
	0.002	RIA	جواب نداد										
		PMA	0.008024	0.002328	0.14357	0.032162	1.5	2.5	1.5	1.5	14	75	
		RDS	0.008008	0.002322	0.143222	0.032093	1.49	2.5	1.49	1.49	12	53	
$\beta = 2$	0.0005	PMA	0.006307	0.001867	0.031408	0.02554	1.9	2.2	2.16	2	51	214	
		RDS	0.006233	0.002172	0.104824	0.0275	2.3	2.6	1.99	2.2	26	108	
	0.001	RIA	0.006967	0.00214	0.083497	0.028749	2	2.5	2	2	4	24	
		PMA	0.006967	0.00214	0.083497	0.028749	2	3.1	2	2.6	27	113	
		RDS	0.00688	0.002123	0.079021	0.028457	1.93	2.5	1.98	2	16	73	
	0.0015	RIA	0.008103	0.002432	0.114652	0.03304	2	2.77	2	2	4	24	
		PMA	0.008103	0.002432	0.114652	0.03304	2	2.77	2	2	26	140	
		RDS	0.008044	0.002411	0.113214	0.032779	1.96	2.7	1.98	1.98	21	104	
	0.002	RIA	جواب نداد										
		PMA	0.009213	0.002763	0.14752	0.037553	2	3	2	2	13	57	
		RDS	0.009175	0.002751	0.146783	0.037395	1.98	3	1.99	1.99	15	82	
	$\beta = 2.5$	0.0005	RIA	0.007279	0.00229	0.047475	0.030406	2.5	2.7	2.5	2.5	5	30
PMA			0.007279	0.00229	0.047475	0.030406	2.49	3.5	2.6	3.3	16	74	
RDS			0.00736	0.002765	0.036031	0.033863	2.36	3.27	2.5	3.1	8	37	
0.0015		RIA	0.008162	0.002576	0.088554	0.034157	2.5	3	2.5	2.5	4	24	
		PMA	0.008652	0.002499	0.070187	0.034604	2.5	2.92	2.7	2.5	21	103	
		RDS	0.00806	0.002468	0.076379	0.033206	2.3	2.9	2.49	2.42	5	24	
0.002		RIA	0.009256	0.002874	0.120564	0.038409	2.5	3.3	2.5	2.5	4	24	
		PMA	0.009256	0.002874	0.120564	0.038409	2.5	3.3	2.5	2.5	15	65	
		RDS	0.009166	0.002833	0.117013	0.037943	2.4	3.3	2.47	2.47	14	61	
$\beta = 3$		0.0005	RIA	0.008576	0.002707	0.047835	0.035889	3	3.2	3	3	5	30
			PMA	0.008545	0.002696	0.042485	0.035749	2.94	3.2	3	3	11	54
			RDS	0.008213	0.002712	0.040248	0.035201	2.74	3.2	2.88	3	35	144
	0.0015	RIA	0.009424	0.003	0.090686	0.039614	3	3.5	3	3	3	19	
		PMA	0.009424	0.003	0.090686	0.039614	3	3.5	3	3	13	61	
		RDS	0.009246	0.002802	0.070742	0.037888	2.7	3.3	2.98	2.86	10	45	



شکل ۸ مقایسه وزن حاصل شده از سه روش برای مقادیر مختلف Π و β در پانل $N=4$

جدول ۵ شاخص توانایی اعتماد تأمین شده در مورد هر قید

بار و β	روش	Ψ	β_1	β_2	β_3	β_4
$\Pi = 0.001$ $\beta_{t,i} = 2.5$	RIA	0.034157	2.5	3	2.5	2.5
	PMA	0.034604	2.5	2.92	2.7	2.5
	RDS	0.033206	2.3	2.9	2.49	2.42
$\Pi = 0.0005$ $\beta_{t,i} = 1.5$	RIA	0.019462	1.5	1.7	1.5	1.5
	PMA	0.02035	1.5	1.6	1.8	1.5
	RDS	0.019742	1.4	1.8	1.5	1.7

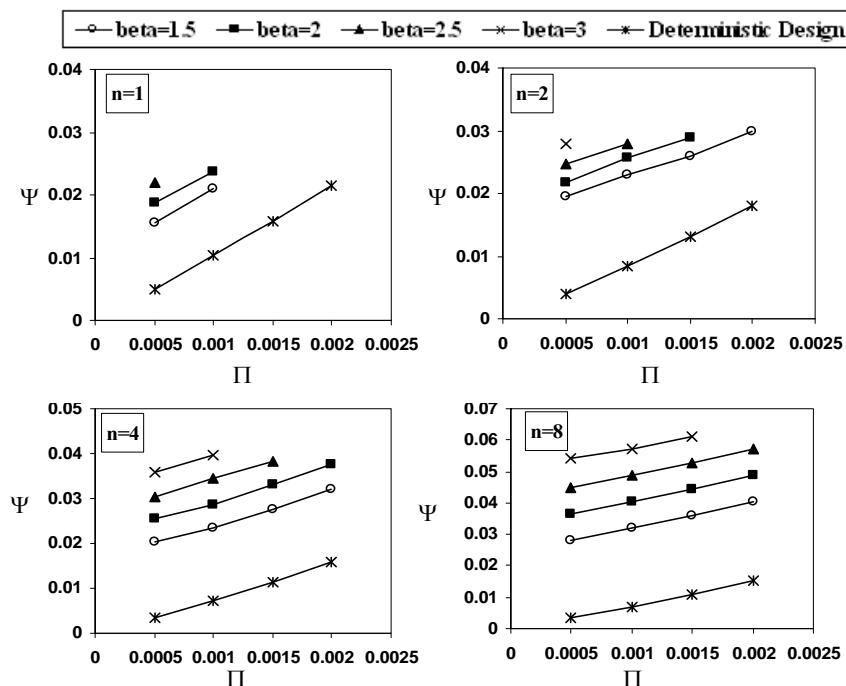


شکل ۹ مقایسه تعداد تکرارها و تعداد محاسبات در سه روش

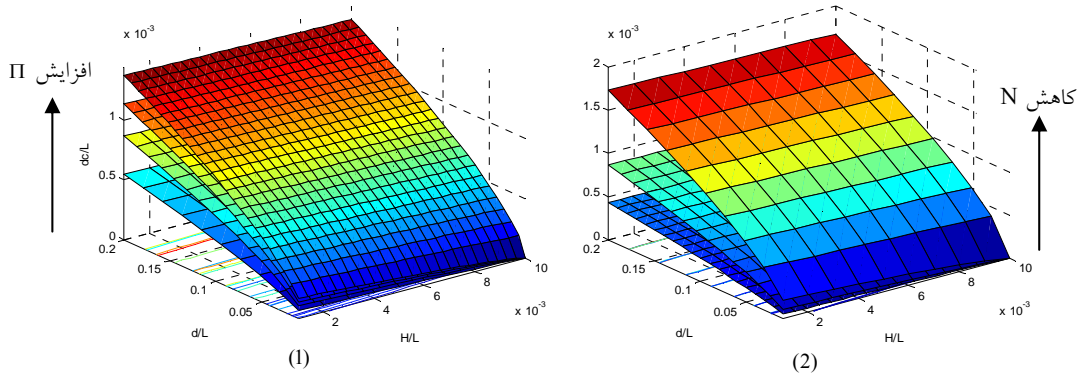
در شکل (۱۰) نمودارهای وزن بر حسب بار برای چند مقدار β و پانل با N متفاوت رسم شده است. مقادیر $1/5, 2/5, 3$ برای شاخص توانایی اعتماد در نظر گرفته شده است. به ازای هر مقدار β مقدار وزن بهینه در بارگذاری ها و پانل با N متفاوت به دست آمده است. در پانل با $N=1$ سطوح توانایی اعتماد پائینی به دست آمده است. به خصوص در بارهای بالاتر حتی کمترین سطح توانایی اعتماد ($\beta = 1.5$) را نیز نمی توان تأمین کرد. به تدریج با افزایش N سطوح توانایی اعتماد بالاتری قابل دستیابی است. مقایسه بین دو پانل با $N=4$ و $N=8$ نشان می دهد پانل با $N=8$ قادر است سطوح توانایی اعتماد بیشتری را در بارهای مختلف تامین نماید. به عنوان نمونه در $\beta = 2.5$ و $\Pi = 0.002$ پانل $N=8$ دارای جواب بوده است. به عنوان نمونه ای دیگر در بار $\beta = 3$ و $\Pi = 0.0015$ تنها این پانل ($N=8$) سطح اعتماد موردنظر را تأمین نموده است. اما با توجه در شکل (۶) ضخامت کلی این پانل ($H/1$) بیشتر می باشد.

همانطور که مشخص است روش فضای طراحی مطمئن و روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت وارون به ترتیب مقادیر توانایی اعتماد کمتر و بیشتری را نسبت به آنچه موردنظر بوده در بعضی قیدها ارائه کرده اند و مطابق شکل (۸) مقادیر کمتر شاخص توانایی اعتماد متناسب با مقادیر کمتر وزن خواهند بود. جهت مقایسه تعداد محاسبات و تعداد تکرارها در سه روش، دو نمودار شکل (۹) در پانل $N=4$ و به ازای شاخص بار $\Pi = 0.001$ ارائه شده اند. در سایر موارد نیز نمودارهای تقریباً مشابهی حاصل شده است. مشاهده می شود که روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت مستقیم تعداد محاسبات و تکرارهای کمتری نسبت به دو روش دیگر دارد. اما قابل ذکر است که برخلاف دو روش دیگر این روش در بعضی موارد در یافتن جواب مسئله ناتوان بوده است.

نمودارهای Ψ بر حسب Π برای مقادیر مختلف β و N .



شکل ۱۰ نمودارهای وزن برای مقادیر مختلف Π ، β و N



شکل ۱۱ (۱) قید چهارم برای $n=4$ و بارهای مختلف. (۲) قید چهارم برای بار ثابت و چند مقدار N

۱. با افزایش تعداد نیم موج های هسته، وزن بهینه پانل کاهش می‌یابد.
۲. با در نظر گرفتن توانایی اعتماد، نتایج حل الگوریتم موروثی دارای احتمال شکست بالا و شاخص توانایی اعتماد پائینی بوده و باید توانایی اعتماد را با استفاده از روش‌های بهینه سازی بر اساس توانایی اعتماد، بالا برد.
۳. روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت مستقیم در تأمین شاخص توانایی اعتماد مورد نظر در بعضی موارد ناتوان می‌باشد. از طرفی دیگر این روش در مواردی که دارای جواب بوده، با تعداد تکرارهای کمتری نسبت به دو روش دیگر، جواب بهینه را نتیجه داده است.
۴. دو روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت وارون و روش طراحی فضای مطمئن در تمام موارد دارای جواب بودند اما به نسبت تعداد تکرارها در این دو روش بیشتر می‌باشند.
۵. پانل با $N=4$ در بهینه سازی قطعی و عدم لحاظ توانایی اعتماد، بهترین پانل می‌باشد.
۶. با در نظر گرفتن توانایی اعتماد، پانل با $N=8$ در مقایسه با پانل با $N=4$ اگر محدودیت فضائی در طراحی وجود نداشته باشد، در تأمین شاخص توانایی اعتماد به خصوص در بارهای بالاتر کارائی بهتری خواهد داشت.

نمودارهای سه بعدی تغییرات Π و N بر حسب متغیرها با اعمال قید چهارم. برای آن که نشان دهیم چرا در مقادیر N پائین و مقادیر شاخص بار (Π) بالاتر، تأمین سطح اعتماد مورد نظر سخت تر است، قید چهارم رابطه (۲) در دو حالت در شکل (۱۱) رسم شده است. نواحی بالائی رویه ها نواحی قابل قبول هستند. شکل (۱۱-۱) اثر افزایش بار در پانل با $N=4$ و شکل (۱۱-۲) اثر کاهش N در بار ثابت را روی اندازه ناحیه قابل قبول نشان می‌دهند. با توجه به این شکل مشاهده می‌شود با افزایش بار و کاهش N ، ناحیه قابل قبول کمتر شده و بنابراین تأمین سطح توانایی اعتماد در بارهای بالاتر و مقادیر پائین N مشکل تر خواهد بود.

جمع بندی

در این مقاله بهینه سازی وزن پانل ساندریچ با هسته منشوری مورد بررسی قرار گرفت. ابتدا با استفاده از الگوریتم موروثی وزن بهینه با توجه به قیود شکست برای بارگذاری ها و تعداد آرایه‌های مختلف هسته به دست آمد؛ سپس با استفاده از سه روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت مستقیم، روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت وارون و روش طراحی فضای مطمئن به بالابردن توانایی اعتماد در طراحی پرداخته شد. نتایج زیر در این مقاله حاصل شده اند:

مراجع

1. Haydn, N., Norman, A. and Anthony, G., "Fabrication and structural performance of periodic cellular metal sandwich structures", *Composites Science and Technology*, Vol. 63, Issue. 16, pp. 2331-2343, (2003).
2. Valdevit, L., Hutchinson, J. and Evans, A., "Structurally optimized sandwich panels with prismatic cores", *International Journal of Solid sand Structures*, Vol. 41, Issue. (18-19), pp. 5105-5124, (2004).
3. Zok, F., Waltner, S., Wei, Z., Rathbun, H., McMeeking, R. and Evans, A., "A protocol for characterizing the structural performance of metallic sandwich panels; application to pyramidal truss cores", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, Issue. (22-23), pp. 6249-6271, (2004).
۴. فریدون، ع(مترجم)، تحلیل توانایی اعتماد و طراحی ساختمان ها، انتشارات دانشگاه سمنان، (۱۳۷۹).
5. Ikjin, L., Choi, K., Liu, D. and Gorsich, D., "Inverse analysis method using MPP-based dimension reduction for reliability-based design optimization of nonlinear and multi-dimensional systems", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 198, Issue. 1, (2008).
6. Frangopol, D., Maute, K., "Life-cycle reliability-based optimization of civil and aerospace structures", *Computers and Structures*, Vol. 81, Issue. 7, pp. 397-410, (2003).
7. Gu, S., Lu, T. and Evans, A., "On the design of two-dimensional cellular metals for combined heat dissipation and structural load capacity", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 44, Issue.11, pp. 2163-2175, (2001).
۸. رضایی، ع(مولف)، آموزش کاربردی الگوریتم موروثی در نرم افزار MATLAB، انتشارات آذر، تهران، (۱۳۸۶).
9. Tan, X. and Soh, A., "Multi-objective optimization of the sandwich panels with prismatic cores using genetic algorithms", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 44, Issue.17, pp. 5466-5480, (2007).
10. Gengdong, C., Lin, X., Jiang, L. "A sequential approximate programming strategy for reliability-based structural optimization", *Computers and Structures*, Vol. 84, Issue. 21, pp. 1353-1367, (2006).
11. Mazen, A., "Reliability-based Design Optimization of a nonlinear Elastic Plastic Thin-Walled T-Section Beam", Doctor degree thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, USA, (2004).
12. Rahman, S., Wei, D., "A univariate approximation at most probable point for higher-order reliability analysis", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, Issue.9, pp. 2820-2839, (2006).
13. Aoues, Y. and Chateaneuf, A., "Reliability-based optimization of structural systems by adaptive target safety – Application to RC frames", *Structural Safety*, Vol. 30, Issue.2, pp. 144-161, (2008).
14. Youn, B., "Integrated Framework for Design Optimization Under aleatory And/or epistemic Uncertainties Using Adaptive-Loop Method", *ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers*, (2005).
15. Shan, S. and Wang, G., "Reliable design space and complete single-loop reliability-based design optimization", *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 93, Issue.8, pp. 1218-1230, (2008).