

تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها براساس روش ترکیبی کوچک‌ترین مربعات دستگاه بردارهای پشتیبان و شبیه‌سازی مونت کارلوی پیشرفته*

(یادداشت پژوهشی)

محمد مهدی مجاهد^(۱)بهروز احمدی ندوشن^(۲)

چکیده با توجه به کوچک بودن احتمال خرابی سازه‌ها، تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها هزینه زمانی بالایی را به همراه خواهد داشت. در این مقاله، به منظور کاهش زمان محاسبات، الگوریتمی براساس ترکیب روش رگرسیون کوچک‌ترین مربعات دستگاه بردارهای پشتیبان و دو روش شبیه‌سازی مونت کارلوی پیشرفته: نمونه‌برداری با اهمیت و ابرمکعب لاتینی، ارائه شده است. با ارائه دو مثال قباب و یک مثال خرپا کارایی الگوریتم‌های پیشنهادی مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که روش پیشنهادی می‌تواند احتمال خرابی را به خوبی تخمین زند و زمان محاسبات در مقایسه با دیگر روش‌های ارائه شده در سال‌های اخیر بسیار کمتر می‌باشد.

واژه‌های کلیدی قابلیت اعتماد سازه‌ها، روش‌های پیشرفته شبیه‌سازی مونت کارلو، دستگاه بردارهای پشتیبان، احتمال خرابی.

Least Squares Support Vector Machine-based Advance Monte Carlo Methods for Reliability Analysis of Structures

M. Mojahed

B. Ahmadi-Nedushan

Abstract The failure probability of structures are rather small and therefore calculation of structural reliability generally has a high computational cost. In order to reduce computational costs, this articles proposes a hybrid approach based on combination of the least squares support vector regression and two advanced Monte Carlo methods: importance sampling and Latin hypercube sampling. Two frames and one truss example are used to evaluate the performance of the proposed algorithm. Results demonstrate that proposed method provides an accurate estimation of failure probability and that the computational costs are lower than those of other methods.

Key Words Structural Reliability, Advanced Monte Carlo Methods, Support Vector Machine, Failure Probability.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۱/۱۲/۳ و تاریخ پذیرش آن ۹۲/۱۱/۹ می‌باشد.

(۱) نویسنده مسئول، دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشکده عمران، پردیس فنی و مهندسی، دانشگاه یزد.

Email: mahdimojahed@gmail.com

(۲) دانشیار دانشکده عمران، پردیس فنی و مهندسی، دانشگاه یزد.

مقدمه

قابلیت اعتماد، موضوعی بااهمیت در تحلیل و طراحی سازه‌ها می‌باشد. بحث اصلی تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها، محاسبه تخمین احتمال خرابی ناشی از عدم قطعیت پارامترها خواهد بود. به دلیل ماهیت غیرقطعی پارامترهای سازه و در دسترس نبودن تابع حالت حدی به فرم ریاضی، محاسبه ایمنی مطلق غیرممکن می‌باشد [1].

باتوجه به مشکلات روش‌های تحلیلی و شبیه‌سازی، از اوایل دهه ۸۰ میلادی روش‌های سطح پاسخ به‌منظور کاهش حجم محاسبات و در نتیجه کاهش هزینه زمانی ناشی از روش‌های المان محدود به‌کار گرفته شدند. ایده اساسی این روش‌ها، جایگزینی توابع حالت حدی با توابع سطح پاسخ ساده‌تر می‌باشد. با تخمین تابع عملکرد مناسب، می‌توان تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها را به‌درستی انجام داد [2-4].

در دو دهه اخیر با پیشرفت تحقیقات در زمینه هوش مصنوعی، روش شبکه عصبی مصنوعی به‌منظور تقریب تابع عملکرد به‌سرعت جایگزین روش‌های پیشین شد. کاربرد و جوانب مختلف روش شبکه عصبی در بسیاری از مقالات مطرح شده است [5-7]. شبکه عصبی با تمام مزیت‌هایی که نسبت به روش‌های کلاسیک دارد، در بسیاری از مسائل سازه‌ای با تعداد متغیرهای زیاد می‌تواند هزینه زمانی نسبتاً زیادی، برای محاسبات دربر داشته باشد [8].

در همین راستا برای رفع مشکلات شبکه عصبی، روش رگرسیون دستگام بردار پشتیبان (Support Vector Machine (SVM) به‌عنوان یک روش یادگیری هوشمند برای به‌دست آوردن مدل رگرسیونی مناسب، به‌کار گرفته شده است. واپنیک، برای اولین بار در سال ۱۹۹۸، این روش را براساس تئوری بهینه‌یابی پیشنهاد داد [9]. روش SVM برای تقریب توابع عملکرد با افزایش تعداد داده‌های آموزشی، کارایی مناسبی از خود نشان نمی‌دهد لذا کارایی آن برای سازه‌هایی که دارای

متغیرهای زیادی هستند، کمتر می‌شود و هزینه زمانی زیادی را برای آموزش مدل صرف می‌کند. برای رفع مشکلات ناشی از این روش، بای گانچن در سال ۲۰۰۹ به بررسی کاربردهای روش رگرسیونی کوچک‌ترین مربعات دستگام بردارهای پشتیبان (Least Squares Support Vector Machine (LSSVM) و ترکیب آن با روش نمونه‌برداری مونت‌کارلوی معمولی پرداخت و با ارائه مثال‌های عددی نشان داد که این روش درمقایسه با روش SVM از کارایی بالاتری از لحاظ کاهش هزینه زمانی برخوردار است [10].

باتوجه به‌اینکه کاربرد روش LSSVM اخیراً به‌عنوان نسخه بهبودیافته‌ای از SVM در سایر رشته‌های علوم و مهندسی بسیار مورد توجه قرار گرفته است [10-13]، در تعیین قابلیت اعتماد سازه‌ها بسیار محدود است و هم‌چنین باتوجه به مشکلات روش‌های نوین دیگر برای کاهش زمان محاسبات؛ لذا در این مقاله از این روش استفاده شده است. زمان ناشی از تعداد تحلیل براساس روش شبیه‌سازی مونت‌کارلوی معمولی زیاد می‌باشد لذا در این مقاله بااستفاده از روش‌های نمونه‌برداری بااهمیت و ابرمکعب لاتینی و براساس اطلاعات اضافی مسئله، نواحی انتخابی نمونه‌ها در قسمت‌های مهم و موثر فضای متغیرها محدود شده و بدین ترتیب تعداد تحلیل‌های مورد نیاز و در نتیجه زمان کل محاسبات نسبت به روش شبیه‌سازی مونت‌کارلوی معمولی کاهش داده می‌شود.

در ادامه باتوجه به اصولی که هر کدام از روش‌های پیشنهادی در کاهش زمان محاسبات دارند، به بررسی روش‌های نمونه‌برداری بااهمیت و ابرمکعب لاتینی در جهت تولید نمونه‌ها برای تحلیل سازه‌ها و سپس به فرمول‌بندی LSSVM پرداخته می‌شود. درنهایت با ارائه نمونه‌هایی از سازه‌های اسکلتی (دو قاب و یک خرپا)، کارایی بالای الگوریتم‌های پیشنهادی درمقایسه با سایر روش‌های نوین ارائه‌شده در سالیان اخیر جهت تحلیل قابلیت اعتماد این سازه‌ها نشان داده شده

است. خرابی واقعتاً برابر ۱ و در غیر این صورت برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. تابع $h_v(v)$ نیز به عنوان تابع چگالی بااهمیت مناسب می‌باشد. یک تخمین نارایب از احتمال خرابی به صورت رابطه (۴) بیان می‌شود.

$$p_f = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (I(V_j) \frac{f_x(V_j)}{h_v(V_j)}) \quad (4)$$

در رابطه (۴) نمونه تصادفی V_i با استفاده از تابع توزیع بااهمیت $h_v(v)$ تولید شده و $f_x(v)$ نیز تابع توزیع احتمال اصلی متغیرها است [15].

روش نمونه برداری ابرمکعب لاتینی [16] (Latin Hypercube Sampling (LHS))

روش نمونه برداری ابرمکعب لاتینی برای اولین بار توسط «مکی» در سال ۱۹۷۹ ارائه شد [16]. این روش بر اساس روش لایه لایه شده (The Layered Method) به تقسیم محدوده تغییرات هر متغیر به صورت احتمال مساوی می‌پردازد. بدین ترتیب فضای متغیرها عملاً به صورت ابرمکعب‌هایی تقسیم می‌شود. سپس نمونه‌گیری از محدوده هر یک از این ابرمکعب‌ها به عمل می‌آید و بر اساس قضیه احتمال کل، P_f به دست می‌آید. در این روش تعدادی از مقادیر ممکن هر متغیر که به لایه‌هایی جزءبندی شده است، انتخاب می‌شود و یک مقدار از هر لایه به طور تصادفی به عنوان مقدار نماینده انتخاب می‌گردد. تابع حالت حدی Y با K متغیر تصادفی به صورت رابطه (۵) می‌باشد.

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (5)$$

برای به دست آوردن اولین ترکیب، از هر متغیر تصادفی K ، یک نماینده به طور تصادفی انتخاب می‌شود. برای به دست آوردن دومین ترکیب، یک نماینده به طور تصادفی از $N-1$ مقدار باقی مانده هر متغیر تصادفی K ، انتخاب می‌شود و این مراحل تا به دست آوردن N ترکیب از متغیرهای تصادفی ادامه داده می‌شود و در نهایت N مقدار نماینده برای هر کدام از K متغیر تصادفی به دست می‌آید. در کل، N^K ترکیب محتمل از

روش نمونه برداری بااهمیت

(Importance Sampling Method (ISM))

روش نمونه‌گیری بااهمیت یکی از روش‌های پیشرفته مونت کارلو می‌باشد که برای تخمین میزان احتمال خرابی و هم‌چنین تعیین محدوده‌های خرابی، مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگر ناحیه خرابی به دست آمده از تحلیل سازه‌ها D باشد، آن‌گاه در حالت کلی احتمال خرابی هر سازه بر اساس تحلیل قابلیت اعتماد در این ناحیه، بر اساس رابطه (۱) بیان می‌شود [14].

$$p_f = \int_D \dots \int f_x(x) dx \quad (1)$$

در رابطه (۱)، $f_x(x)$ تابع چگالی احتمال مشترک متغیرها، D ناحیه خرابی معین شده به وسیله یک یا چند تابع حالت حدی و P_f میزان احتمال خرابی سازه می‌باشد. با تعریف تابع نشانگر $I(x)$ به گونه‌ای که به ازای نمونه‌های واقع در ناحیه خرابی $I(x) = 1$ و در سایر موارد $I(x) = 0$ باشد، می‌توان رابطه (۱) را برای همه متغیرها به صورت رابطه (۲) بیان نمود [۳].

$$p_f = \int_D \dots \int I(x) f_x(x) dx \quad (2)$$

برای تولید و شبیه‌سازی نمونه‌ها، به جای استفاده از تابع توزیع احتمالی اصلی متغیرها، $f_x(x)$ ، از یک تابع چگالی احتمال جدید $h_v(v)$ با عنوان تابع چگالی نمونه‌گیری بااهمیت استفاده می‌شود. بنابراین نتایج شبیه‌سازی باید به صورت توابع وزنی برای تخمین تابع چگالی بااهمیت، به کار گرفته شوند. با توجه به موارد ذکر شده، احتمال خرابی رابطه (۲) به صورت رابطه (۳) تصحیح می‌شود.

$$p_f = \int_D \dots \int \left\{ I(V) \frac{f_x(V)}{h_v(V)} \right\} h_v(V) dx \quad (3)$$

در رابطه (۳)، تابع $I(V)$ به عنوان یک تابع نشانگر می‌باشد. مقدار این تابع برای نقاطی که در محدوده

نمونه اصلی تبدیل می‌کند.

$$f(x, w) = W \cdot \Phi(x) + b \quad (8)$$

بنابراین الگوریتم LSSVM قادر به تعیین تابع رگرسیون براساس یک مسئله بهینه‌سازی برمبنای برنامه‌ریزی غیرخطی ($\|w\|^2$) طبق رابطه (۹) و با قید تساوی (۱۰) می‌باشد.

$$\min j(w, e) = \frac{1}{2} w^T w + \gamma \sum_{i=1}^l e_i^2 \quad (9)$$

$$y_i = w^T \Phi(x_i) + b + e_i \quad (10)$$

$i = 1, \dots, l$

تابع لاگرانژ به صورت رابطه (۱۱) به دست می‌آید و با مشتق‌گیری از تابع لاگرانژ جمله‌ای قیود بهینه‌یابی نیز به صورت روابط (۱۲) به دست می‌آیند.

$$L(w, b, e, a) = j(w, e) - \sum_{i=1}^l a_i (w^T \Phi(x_i) + b + e_i - y_i) \quad (11)$$

$$\frac{\partial L}{\partial b} = 0 \rightarrow -\sum_{i=1}^l a_i = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial w} = 0 \rightarrow w = \sum_{i=1}^l a_i \Phi(x_i)$$

$$\frac{\partial L}{\partial e_i} = 0 \rightarrow a_i = \gamma e_i$$

$$\frac{\partial L}{\partial a_i} = 0 \rightarrow w^T \Phi(x_i) + b + e_i - y_i = 0$$

(۱۲)

روابط (۱۲) را برای سادگی می‌توان به صورت ماتریسی به شکل رابطه (۱۳) نمایش داد.

$$\begin{bmatrix} I & 0 & 0 & -Z^T \\ 0 & 0 & 0 & -I^T \\ 0 & 0 & \gamma I & -I \\ Z & 1 & I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ b \\ e \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ y \end{bmatrix} \quad (13)$$

در رابطه ماتریسی (۱۳)، پارامترها براساس روابط (۱۴) به دست می‌آیند.

$$y = [y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_l]^T \quad (14)$$

این مقادیر می‌تواند وجود داشته باشد. هدف روش ابرمکعب لاتینی این است که با انتخاب N ترکیب از این مقادیر نماینده، یکی و تنها یک مقدار از N ترکیب را به دست آورد.

فرمول‌بندی روش رگرسیون کوچک‌ترین مربعات دستگاه بردارهای پشتیبان (LSSVM) [10-11]

تابع توزیع معین $P(x, y)$ که در آن $x \in R^n, y \in R$ را در نظر بگیرید، در نتیجه می‌توان نقاط نمونه برداری را براساس رابطه (۶) به صورت نگاشت نقاط در فضای R^d به R تولید نمود.

$$D : \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_l, y_l)\} \subset R^d \times R \quad (6)$$

در رابطه (۱۱)، x_i بردارهای ورودی، y_i مقدار تابع حالت حدی، $t = 1, 2, \dots, l$ ابعاد بردار و l تعداد مشاهدات ورودی‌ها و خروجی می‌باشد. می‌توان رابطه بین بردارهای ورودی x و خروجی y را به صورت $y = f(x)$ در نظر گرفت. اگر رابطه خطی بین نقاط نمونه برداری، فرض شود، آن‌گاه تابع رگرسیون به صورت $f(x) = W^T(X) + b$ به دست می‌آید. در این تابع W و b به ترتیب بردار وزن و عرض مدل به دست آمده می‌باشد. خطای آموزشی تابع براساس کمترین ریسک به صورت رابطه (۷) به دست می‌آید.

$$\min j(w, e) = \frac{1}{2} w^T w + \gamma \sum_{i=1}^l e_i^2 \quad (7)$$

در رابطه (۷)، $\square > 0$ و تابع f براساس روابطی که در ادامه ذکر می‌شود به دست می‌آید؛ اما در اغلب موارد، ارتباط غیرخطی بین بردارهای ورودی و خروجی برقرار می‌باشد. در نتیجه تابع رگرسیون براساس تابع غیرخطی Φ به فضایی با ابعاد بزرگ‌تر تبدیل می‌شود و در نتیجه رگرسیون خطی به رگرسیون با ابعاد بالاتر تبدیل می‌شود. در نتیجه اگر بین نقاط نمونه برداری ورودی و خروجی رابطه غیرخطی (۸) فرض شود، آن‌گاه روش LSSVM به وسیله تابع غیرخطی Φ ، تابع رگرسیون خطی را به یک تابع غیرخطی در فضای

تخمین دقت مناسب برای داده‌های آزمایشی می‌باشد. برای ایجاد چنین مدلی، باید براساس میزان‌سازی بین مدل آموزش‌دیده و مقادیر تابع حالت حدی واقعی، تابع پاسخ مناسبی را به‌دست آورد، این در حالی است که مدل‌های دیگر باتوجه به عدم میزان‌سازی ممکن است توابع نامناسبی را به‌دست آورند. باتوجه به این‌که حل انتگرال مونت کارلوی معمولی رابطه (۲) در سازه‌های خرابی و قاب‌های فولادی که دارای توابع حالت حدی با متغیرهای زیادی هستند، نیاز به زمان بسیار زیادی خواهد داشت. بنابراین برای تسهیل در انتگرال‌گیری، از روش‌های نمونه‌برداری بااهمیت و ابرمکعب لاتینی استفاده شده است. با توجه به این‌که واریانس مقدار P_f با $\sigma_{i(x)}^2$ (واریانس متغیرها) رابطه مستقیم و با تعداد نمونه‌های تولیدشده رابطه عکس دارد در نتیجه انحراف معیار مقدار P_f و حاصل تخمین مونت کارلو با نسبت $N^{\frac{1}{2}}$ کاهش می‌یابد و این حکایت از همگرایی کند روش مونت کارلو دارد. همگرایی کند روش مونت کارلو با روش‌های ISM و LHS که برمنای کاهش واریانس هستند جبران خواهد شد. باتوجه به این‌که روش نمونه‌برداری بااهمیت برای افزایش تعداد نقاط نمونه‌گیری در ناحیه خرابی، از یک تابع چگالی احتمال که تأکید آن بر روی ناحیه خرابی است، استفاده می‌نماید، روش مناسبی برای نمونه‌برداری داده‌ها می‌باشد. برای انجام نمونه‌گیری و پخش نمونه‌ها در قسمت‌های مختلف خرابی، به شناسایی قسمت‌هایی که چگالی احتمال در آنها بزرگ است، اقدام می‌شود. روش نمونه‌برداری ابرمکعب لاتینی نیز برای تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌های پیچیده‌ای که زمان محاسبه فقط یک نمونه شبیه‌سازی آن ممکن است بسیار زیاد باشد، به‌منظور کاهش تعداد نمونه‌های مورد نیاز مناسب است. باتوجه به مطالب ارائه‌شده، براساس روش‌های پیشرفته مونت کارلو تعداد تحلیل سازه نسبت به روش مونت کارلوی معمولی به‌طور قابل توجهی کاهش می‌یابد اما هم‌چنان تحلیل المان محدود امری ضروری می‌باشد.

$$Z = [\Phi(x_1) \quad \Phi(x_2) \quad \dots \quad \Phi(x_l)]^T$$

$$e = [e_1 \quad e_2 \quad \dots \quad e_l]^T$$

$$a = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_l]^T$$

$$1 = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]^T$$

باتوجه به این‌که در مسائل بهینه‌یابی محاسبه ضرب داخلی $\Phi(x_i)\Phi(x_j)$ مشکل می‌باشد، بنابراین به‌منظور تسهیل در محاسبات می‌توان تابع کرنل $\Psi(x_i, x_j)$ را در روابط (۱۴) به‌جای ضرب داخلی نمود.

$$\Omega_{kj} = (\Phi(x_i))^T \Phi(x_j) = \Psi(x_i, x_j) \quad (15)$$

$$(k, j=1, 2, \dots, l)$$

برای تعیین پارامترهای تابع رگرسیون انتخابی a) و b) می‌توان با حذف e و w در رابطه (۱۴) و با استفاده از رابطه (۱۵)، رابطه (۱۶) را به‌دست آورد.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1^T \\ 1 & \Omega + \gamma^{-1}I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix} \quad (16)$$

در رابطه (۱۶) بافرض $A = \Omega + \gamma^{-1}I$ و باتوجه به معین بودن ماتریس فرض شده، می‌توان پارامترهای تابع رگرسیون را براساس روابط (۱۷) به‌دست آورد.

$$a = A^{-1}(y - b1) \quad (17)$$

$$b = \frac{1^T A^{-1} y}{1^T A^{-1} 1}$$

بااستفاده از اولین رابطه از روابط (۱۲) و جایگزینی آن با رابطه (۱۵)، تابع رگرسیون انتخابی به‌صورت رابطه (۱۸) به‌دست می‌آید.

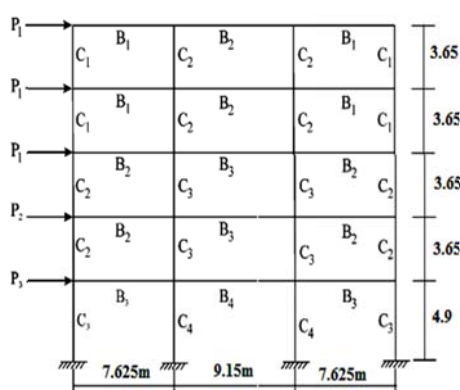
$$f(x) = \sum_{i=1}^l a_i \Psi(x, x_i) + b \quad (18)$$

الگوریتم‌های پیشنهادی براساس ترکیب LSSVM با روش‌های نمونه‌برداری بااهمیت و ابرمکعب لاتینی (LSSVM-ISM, LSSVM-LHS)

ایده روش‌های پیشنهادی، به‌دست آوردن مدلی کارا و مناسب برای توصیف مجموعه داده‌های آموزشی و

در انتگرال‌گیری عددی به‌کار می‌رود. در ادامه به بررسی تحلیل قابلیت اعتماد سه سازه با توابع حالت حدی و تعداد متغیرهای مختلف پرداخته و کارایی بالای الگوریتم‌های پیشنهادی نسبت به دیگر روش‌های نوین نشان داده می‌شود. تعداد داده‌های آزمایش برابر ۲۵ و تعداد تحلیل‌ها برابر ۵۰ در نظر گرفته شده است. نتایج نشان‌دهنده کارایی بالای روش‌های پیشنهادی نسبت به دیگر روش‌ها می‌باشد. به‌منظور تشکیل مدل کارا، برای هر سازه، تحلیل حساسیت بر روی مجموعه داده‌های آموزشی انجام شده و مناسب‌ترین تعداد داده برای آموزش به‌دست آمده است.

مثال ۱: قاب پرتال فولادی با ۳ دهانه و ۵ طبقه.
تحلیل این قاب برای اولین بار توسط آقایان بوچر و بورگاندا ارائه شد [15]. شمای این قاب در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل ۱ شمای قاب پرتال خطی ۳ دهانه ۵ طبقه

این قاب پرتال شامل ۲۱ متغیر تصادفی می‌باشد. این متغیرها شامل مدول یانگ، ممان اینرسی، سطح مقطع اعضا با توزیع نرمال و هم‌چنین بارهای جانبی با تابع توزیع رایلی می‌باشد. خصوصیات و پارامترهای آماری این متغیرها براساس جداول (۱) و (۲) می‌باشند. اگر جابه‌جایی مجاز این طبقه برابر با ۱۰ سانتی‌متر باشد، آن‌گاه معیار خرابی براساس تحلیل المان محدود به‌صورت تابع حالت حدی رابطه (۱۹) می‌باشد.

همان‌طور که در قسمت‌های قبل ذکر شد، روش‌هایی از قبیل شبکه عصبی بر پایه اصل مینیمم‌سازی ریسک تجربی و براساس توپولوژی مناسب تنها می‌توانند خطای آموزش را کاهش دهند و تعمیم‌دهنده کل داده‌ها نمی‌باشند و در نتیجه روش تحلیلی مناسبی برای پیش‌بینی رفتار سازه نمی‌باشند، این در حالی است که روش LSSVM بر پایه اصل مینیمم‌سازی ریسک سازه‌ای و بدون نیاز به توپولوژی با ایجاد مدلی مناسب و تعمیم آن به کل داده‌ها، روش تحلیلی مناسبی برای پیش‌بینی رفتار سازه ارائه می‌دهد و علاوه بر به‌دست آوردن خطای مناسب، زمان محاسبات را نیز به‌مقدار قابل توجهی کاهش خواهد داد.

در این مقاله الگوریتمی براساس ترکیب روش رگرسیون LSSVM با روش‌های نمونه‌برداری بااهمیت و ابرمکعب لاتینی ارائه شده است. اصول کلی این الگوریتم بدین صورت است که ابتدا مجموعه‌ای از داده‌ها که براساس روش‌های نمونه‌برداری بااهمیت و ابرمکعب لاتینی ایجاد شده‌اند، به دو گروه داده‌های آموزشی و آزمایشی تقسیم می‌شوند و پارامترهای مدل با استفاده از آموزش مجموعه داده‌های آموزشی (آموزش مدل LSSVM) و براساس توابع مختلف کرنل، به‌دست می‌آیند. براساس مدل آموزش یافته، تابع رگرسیونی جدیدی محاسبه می‌شود و در نهایت مقادیر تابع رگرسیونی به‌ازای داده‌های نمونه‌برداری شده محاسبه می‌شود و میزان احتمال خرابی تخمین زده می‌شود. الگوریتم‌های ترکیبی براساس اصولی که هر کدام از روش‌ها دارند، برتری‌های خاصی نسبت به تک‌تک آنها دارد. یکی از این مزیت‌ها، کاهش تعداد نمونه‌ها توسط روش‌های نمونه‌برداری پیشنهادی و کاهش تعداد تحلیل‌های المان محدود برای تعیین احتمال خرابی است که در صورت استفاده از مدل رگرسیونی LSSVM به‌صورت قابل توجهی کاهش می‌یابد. روش‌های نمونه‌برداری برای تعیین نمونه‌ها و مدل LSSVM برای تقریب محدوده خرابی به‌منظور تسهیل

$$G(X) = 10 - U_x \quad (19)$$

می باشد.

در رابطه (۱۹)، U_x جابه‌جایی افقی واقعی بر حسب تابعی از متغیرهای تصادفی می‌باشد. نتایج به‌دست آمده براساس الگوریتم‌های پیشنهادی هم‌چنین نتایج روش‌های مراجع دیگر در جدول (۳) ارائه شده است (مقدار احتمال خرابی دقیق براساس روش شبیه‌سازی مونت کارلوی معمولی و با ۵۰۰۰۰۰ نمونه بعد از ۱۰ بار تحلیل پیاپی در زمان ۹۵۱۲ ثانیه برابر با ۰/۰۰۰۲۸۹ به‌دست آمده است). نتایج به‌دست آمده در جدول (۳) نشان‌دهنده کارایی بالای روش‌های پیشنهادی از لحاظ دقت محاسبات و کاهش هزینه محاسبات نسبت به دیگر روش‌های تحلیل این قاب

جدول ۱ خصوصیات اعضای قاب ۳ دهانه ۵ طبقه

اعضا	مدول بانگ	ممان اینرسی	سطح مقطع
B1	E1	I5	A5
B2	E1	I6	A6
B3	E1	I7	A7
B4	E1	I8	A8
C1	E2	I1	A1
C2	E2	I2	A2
C3	E2	I3	A3
C4	E2	I4	A4

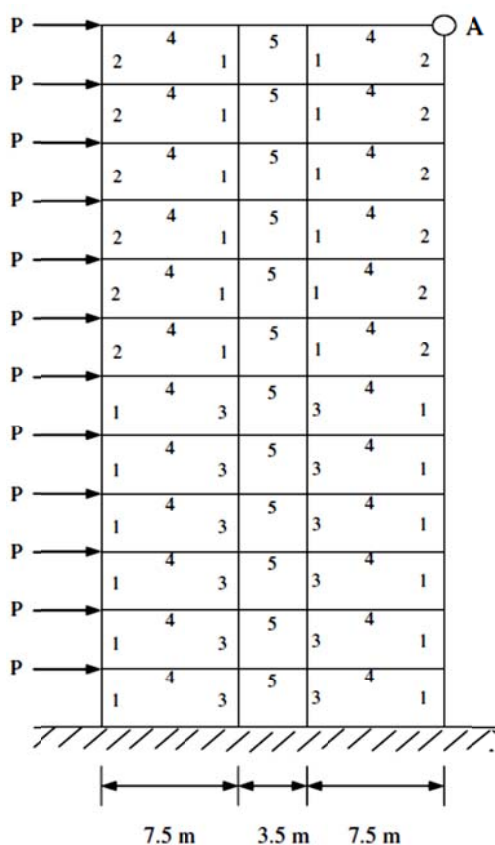
جدول ۲ پارامترهای آماری قاب ۳ دهانه ۵ طبقه

واحد	انحراف معیار	میانگین	تابع توزیع	متغیر تصادفی
KN	9	30	Rayleigh	P1
KN	8	20	Rayleigh	P2
KN	6.4	16	Rayleigh	P3
KN/m ²	4000	45400	Normal	E1
KN/m ²	4000	49700	Normal	E2
m ⁴	13.72057	107.47	Normal	I1
m ⁴	17.15071	152.06	Normal	I2
m ⁴	34.3014	282.415	Normal	I3
m ⁴	40.018	343.014	Normal	I4
m ⁴	34.3014	142.92	Normal	I5
m ⁴	45.7352	186.3711	Normal	I6
m ⁴	74.319	307.569	Normal	I7
m ⁴	85.753	343.014	Normal	I8
m ²	6.4157	35.9281	Normal	A1
m ²	8.5543	42.7716	Normal	A2
m ²	10.692	58.1693	Normal	A3
m ²	12.8314	64.1574	Normal	A4
m ²	10.69	29.084	Normal	A5
m ²	11.762	33.468	Normal	A6
m ²	13.900	42.878	Normal	A7
m ²	15.504	48.11805	Normal	A8

جدول ۳ نتایج روش‌های پیشنهادی و مرجع در مثال ۱

روش	تعداد نمونه	تعداد داده آموزشی	احتمال خرابی	زمان (ثانیه)	خطای نسبی (%)
LSSVM-MCS	500000	150	0.00029	44.62	0.34482
LSSVM-ISM	3000	50	0.000291	24.67	0.82361
LSSVM-LHS	3500	200	0.000292	44.11	1.027397
FORM [8]	-	-	0.000291	-	0.6872852
KRIGING [8]	-	-	0.00022	-	-31.36363
روش سطح پاسخ کلاسیک [8]	-	-	0.000312	-	7.494838

پیشنهادی هزینه زمانی را به نحو مؤثری کاهش می‌دهند و برآورد احتمال خرابی را با دقت مناسب ارائه می‌دهند (مقدار احتمال خرابی دقیق با ۱۰۰۰۰۰ نمونه مونت‌کارلو و با ۱۰ بار تحلیل پیاپی در زمان ۵۲۴۶ ثانیه برابر با ۰/۰۷۵۱ به دست آمده است، این میزان برابر مقدار دقیق ارائه شده در مرجع ۷ می‌باشد).



شکل ۲ شمای قاب ۳ دهانه ۱۲ طبقه

مثال ۲: قاب پرتال فولادی با ۳ دهانه و ۱۲ طبقه. قاب مفروض شامل یک قاب پرتال الاستیک خطی با ۳ دهانه و ۱۲ طبقه می‌باشد [7,13]. شکل (۲) این قاب را به همراه تیپ‌بندی تیر و ستون‌های آن نشان می‌دهد (ارتفاع هر طبقه ۴ متر می‌باشد). سطح مقطع تیر و ستون‌ها و هم‌چنین بار افقی وارد به قاب به عنوان متغیرهای تصادفی مستقل در نظر گرفته شده‌اند. مدول یانگ به عنوان پارامتر قطعی برابر با 2×10^7 می‌باشد. ممان اینرسی اعضای این قاب نیز به عنوان متغیری وابسته به سطح مقطع‌ها، براساس رابطه (۲۰) بیان می‌شود.

$$I_i = a_i A_i^2 \quad (20)$$

با فرض این که ماکزیمم جابه‌جایی افقی گره A برابر با ۰/۰۹۶ متر باشد، آن‌گاه تابع حالت حدی براساس پارامترهای تصادفی فرض شده، به صورت رابطه (۲۱) در نظر گرفته می‌شود.

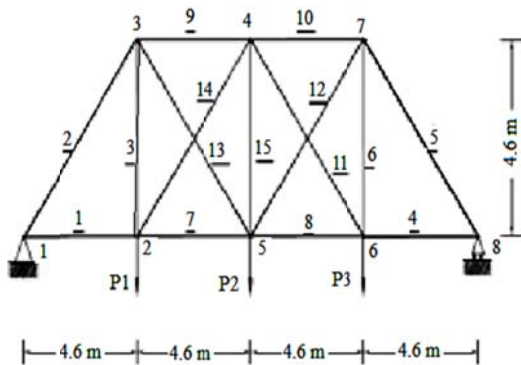
$$G(x) = 0.096 - u_A(A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, P) \quad (21)$$

پارامترهای آماری نمونه‌های تصادفی اصلی و ضرایب ممان اینرسی این قاب نیز مطابق جدول (۴) می‌باشد. نتایج به دست آمده از روش‌های پیشنهادی براساس تعداد نمونه‌های آموزشی که براساس تحلیل حساسیت به دست آمده‌اند، به همراه نتایج روش‌های پیشنهادی مرجع اصلی به صورت جدول (۵) می‌باشد. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که روش‌های

جدول ۴ پارامترهای آماری قاب ۳ دهانه ۱۲

ضرایب a_i	توزیع	واحد	انحراف معیار	میانگین	متغیر
0.0833	Lognormal	m ²	0.025	0.25	A ₁
0.0833	Lognormal	m ²	0.016	0.16	A ₂
0.0833	Lognormal	m ²	0.036	0.36	A ₃
0.2667	Lognormal	m ²	0.02	0.2	A ₄
0.2	Lognormal	m ²	0.015	0.15	A ₅
-	Type I Largest	KN	7.5	30	P

با ۷/۵ سانتی متر به دست آمده است. پارامترهای آماری متغیرها، در جدول (۶)، ارائه شده است. همچنین نتایج به دست آمده از روش‌های پیشنهادی براساس تعداد نمونه‌های آموزشی که براساس تحلیل حساسیت به دست آمده‌اند، به همراه نتایج روش پیشنهادی مرجع اصلی به صورت جدول (۷)، می‌باشد. میزان احتمال خرابی دقیق در مرجع ۳ برابر ۰/۰۱۴ به دست آمده است.



شکل ۳ هندسه خرابی ۱۵ عضوی

مثال ۳: خرابی ۱۵ عضوی با تابع حالت حدی جابه‌جایی. مثال آخر یک خرابی ۱۵ عضوی است که از مرجع ۳ برگرفته شده است. هندسه این خرابی در شکل (۳) نشان داده شده است. سطح مقطع همه ۱۵ عضو و ۳ بار متمرکز که بر گره‌های ۲، ۵ و ۶ وارد شده است، به عنوان متغیرهای تصادفی مستقل از هم می‌باشند. مدول یانگ نیز به عنوان پارامتر قطعی برابر با ۲۰۰ GPA فرض می‌شود. براساس تحلیل الاستیک خطی، میزان جابه‌جایی مجاز گره میانی (گره ۵) برابر

جدول ۵ نتایج روش‌های پیشنهادی و مرجع در مثال ۲

روش	تعداد نمونه	تعداد داده	احتمال خرابی	زمان (ثانیه)	خطای نسبی
LSSVM-MCS	100000	100	0.07515	17.09	0.0665
LSSVM-ISM	1000	60	0.07517	8.7	0.0931
LSSVM-LHS	1000	50	0.07515	5.75	0.0665
GA-ANN [7]	-	-	0.0718	491.7	-4.596
GA-ANN-MCSIS [7]	-	160	0.0777	80.7	3.346
RBF-MCS [14]	-	257	0.07405	-	-1.417

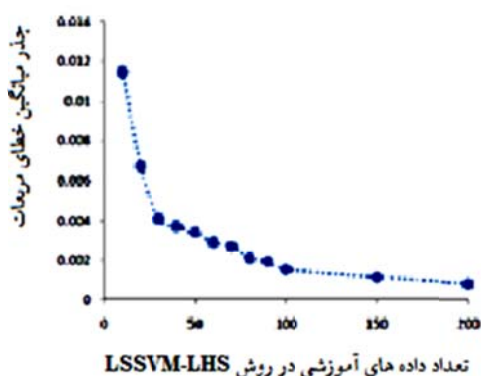
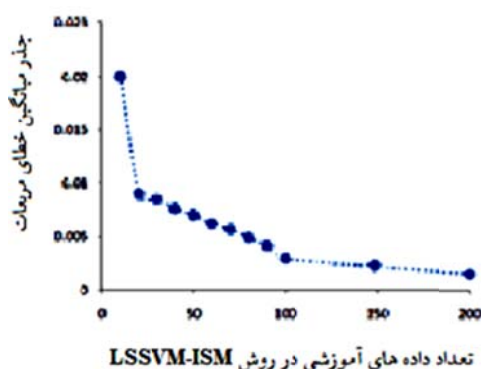
جدول ۶ پارامترهای آماری خرابی ۱۵ عضوی

متغیر	میانگین	انحراف معیار	واحد	تابع توزیع
A1-A6	10.32	0.516	cm ²	Normal
A7-A15	6.45	0.323	cm ²	Normal
Ln P1	4.483	0.09975	KN	Lognormal
Ln P2	5.582	0.09975	KN	Lognormal
Ln P3	4.483	0.09975	KN	Lognormal

جدول ۷ نتایج روش‌های پیشنهادی در مثال ۳

روش‌های پیشنهادی	تعداد نمونه‌ها	تعداد داده‌های آموزشی	احتمال خرابی	زمان (ثانیه)	خطای نسبی (%)
LSSVR-MCS	1000000	50	0.001388	15.36	-0.8645
LSSVR-LHS	3500	50	0.001395	3.892	-0.3584
LSSVR-ISM	1000	60	0.00139	8.375	-0.7194

خطای نسبی مقادیر احتمال خرابی کاهش می‌یابد. با توجه به این‌که مقادیر ضریب تغییرات و درصد خطای احتمال خرابی به دست آمده براساس تعداد ۵۰ و ۶۰ داده به‌ترتیب برای روش‌های LSSVM-LHS و LSSVM-ISM، در بازه مناسبی قرار دارد، در نتیجه می‌توان براساس تحلیل حساسیت داده‌های آموزشی، این تعداد را به‌عنوان تعداد داده‌های آموزشی مناسب در نظر گرفت.



شکل ۴ نمودارهای جذر میانگین خطای مربعات براساس تعداد داده‌های آموزشی مختلف

تحلیل حساسیت بر روی داده‌های آموزشی و تعیین میزان خطای داده‌های تست در مثال ۲. تحلیل حساسیت بر روی مدل، براساس تعداد مختلفی از داده‌های آموزشی و با ثابت در نظر گرفتن تعداد داده‌های تست (تعداد داده‌های تست برابر با ۲۵ در نظر گرفته شده است)، انجام می‌شود. براساس این تحلیل حساسیت، محدوده مناسبی از داده‌های آموزشی به دست می‌آید. همان‌طور که در شکل (۴) قابل مشاهده است، در هر دو روش پیشنهادی LSSVM-LHS و LSSVM-ISM، میزان جذر میانگین خطای مربعات (RMSE)، ناشی از مقادیر تابع حالت حدی مدل ایجاد شده برای داده‌های تست، با افزایش تعداد داده‌های آموزشی، کاهش می‌یابد.

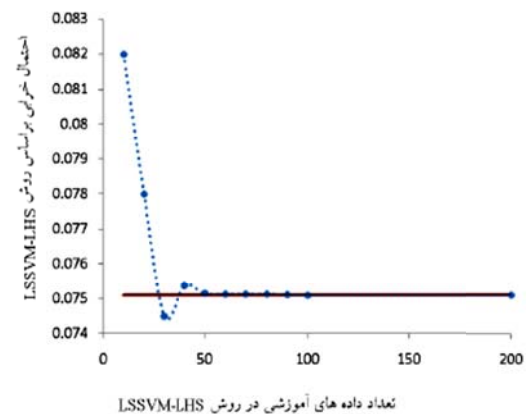
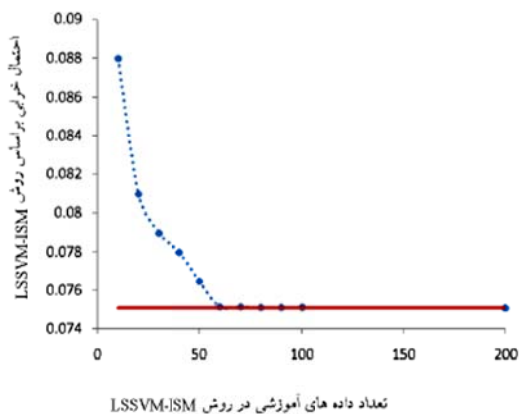
تحلیل حساسیت بر روی داده‌های آموزشی و تعیین میزان احتمال خرابی در مثال ۲. در این قسمت، تحلیل حساسیت برای یافتن بهترین مجموعه از داده‌های آموزشی، براساس میزان احتمال خرابی به دست آمده انجام شده است. این تحلیل بدین صورت است که در هرکدام از روش‌های پیشنهادی، با در نظر گرفتن تعداد مختلفی از داده‌های آموزشی، میزان احتمال خرابی سازه براساس ۱۰۰ بار تحلیل به دست می‌آید. نتایج به دست آمده در جداول (۸) و (۹) نشان داده شده است. شکل (۵) نیز مقادیر احتمال خرابی را برای تعداد داده‌های آموزشی مختلف برای هر دو روش نشان می‌دهد. مقدار ضریب تغییرات کمتر از ۰/۱ و درصد خطای کمتر از یک درصد به‌عنوان مقادیر مناسب در نظر گرفته می‌شوند. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که با افزایش تعداد داده‌های آموزشی، میزان ضریب تغییرات و درصد

جدول ۸ تحلیل حساسیت بر روی داده‌های آموزشی و تعیین احتمال خرابی در روش LSSVM-LHS

روش	تعداد نمونه	تعداد داده های آموزشی	احتمال خرابی	انحراف معیار خرابی	ضریب تغییرات	خطای نسبی	زمان
LSSVR-LHS	1000	10	0.082	0.077	0.93902	8.414	1.45
		20	0.078	0.0277	0.355128	3.717	2.05
		30	0.0745	0.0161	0.21610	-0.805	3.18
		40	0.0754	0.0077	0.102122	0.3978	4.42
		50	0.07515	0.0027	0.035928	0.0665	5.75
		60	0.075145	0.00265	0.03526	0.0598	7.15
		90	0.07512	0.0015	0.019968	0.0266	12.1
		100	0.07511	0.000756	0.010065	0.0133	14.95
		200	0.075105	0.000452	0.006018	0.0066	50.8

جدول ۹ تحلیل حساسیت بر روی داده‌های آموزشی و تعیین احتمال خرابی در روش LSSVM-ISM

روش	تعداد نمونه	تعداد داده های آموزشی	احتمال خرابی	انحراف معیار خرابی	ضریب تغییرات	خطای نسبی	زمان
LSSVR-ISM	1000	10	0.088	0.02523	0.2867045	14.659	2.04
		20	0.081	0.0232	0.2864197	7.2839	3.05
		30	0.079	0.0223	0.2822784	4.936	4.076
		40	0.078	0.01812	0.2323076	3.717	6.23
		50	0.0765	0.0104	0.1359477	1.830	7.51
		60	0.07517	0.0074	0.098443	0.0931	8.7
		90	0.07514	0.0045	0.0598882	0.05323	12.05
		100	0.07512	0.00211	0.02808	0.0266	15.74
		200	0.075108	0.000463	0.0061	0.0106	54.14



شکل ۵ نمودارهای میزان احتمال خرابی براساس تعداد مختلفی از داده‌های آموزشی

هستند که دارای فرم ریاضی نیستند و جهت تحلیل قابلیت اعتماد نیاز به زمان زیادی جهت تحلیل المان محدود خواهند داشت. هزینه زمانی صرف شده از طریق روش‌های پیشنهادی به‌طور قابل توجهی از روش‌های دیگر کمتر می‌باشد. در ضمن، دقت محاسبات نیز در حد معقول و حتی بهتر از روش‌های دیگر خواهد بود.

جمع‌بندی

در این مقاله به بررسی کارایی روش‌های LSSVR-LHS و LSSVM-ISM پرداخته شد. براساس این روش‌ها و با استفاده از داده‌های آموزشی، مدل مربوط ایجاد شد و در نهایت براساس روش‌های پیشنهادی، میزان احتمال خرابی تخمین زده شد. با ارائه ۲ مثال از قاب و یک مثال خرابی، نشان داده شد که روش‌های پیشنهادی جهت تقریب تابع رگرسیون، برای توابعی بسیار مفید

مراجع

1. Nowak, A.S., Collins, K.R., "Reliability of Structures", *McGraw-Hill*, Boston, pp. 1-6, (2000).
2. Hurtado, J.E., "An Examination of Methods for Approximating Implicit Limit State Functions From the Viewpoint of Statistical Learning Theory", *Structural Safety*, Vol. 26, pp. 271-293, (2004).
3. Zhang, H., Robert, L., Muhanna, R., and Almgren, R., "Interval Monte Carlo Methods for Structural Reliability", *Structural Safety*, Vol. 32, pp. 183-190, (2010).
4. Rackwitz, R., "Response Surfaces in Structural Reliability", *Berichte Zur Zuverl Assign Keits Theorie der Bauwerke*, Heft 67 Munchen, (1982).
5. Deng, J., Gu, D., Li, X. and Yue, Z.Q., "Structural Reliability Analysis for Implicit Performance Functions Using Artificial Neural Network", *Structural Safety*, Vol. 27, pp. 25-48, (2005).
6. Gomes, H.M., Awruch, A.M., "Comparison of Response Surface and Neural Network With Other Methods for Structural Reliability Analysis", *Structural Safety*, Vol. 26, pp. 49-67, (2004).
7. Cheng, J., "Hybrid Genetic Algorithms for Structural Reliability Analysis", *Computers and Structures*, Vol. 85, pp. 1524-1533, (2007).
8. Kaymaz, I., "Application of Kriging Method to Structural Reliability Problems", *Structural Safety*, Vol. 27, pp. 133-151, (2005).
9. Vapnik V. "Statistical Learning Theory", John, Wiley and Sons., New York, (1998).
10. Zhiwei, G., Guangchen, B., "Application of Least Squares Support Vector Machine for Regression to Reliability Analysis", *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 22, pp. 160-166, (2009).
11. Li, H.S. And Lu, Z.Z., "Support Vector Regression for Structural Reliability Analysis", *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 27(10), pp. 1295-1303, (2006).
12. Zhao, W., Qiu, Z., "An efficient response surface method and its application to structural reliability and reliability-based optimization", *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 67, pp. 34-42, (2013).
13. Deng, J. "Structural Reliability Analysis for Implicit Performance Function using Radial Basis

-
- Function Network", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 3255-3291 (2006).
14. Tang, C.X., Jin, W.L. and Chen, J., "Importance Sampling Method based on SVM", *J Yangtze River Scientific Res Inst*, Vol. 24(6), pp. 62-5, (2007).
15. Bucher, C.G., Bourgund, U., "A fast and Efficient Response Surface Approach for Structural Reliability Problems", *Structural Safety*, Vol. 7(1), pp. 57-66, (1990).
16. McKay, M.D., Beckman, R.J., "A comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code", *Technometrics*, Vol. 42(1), pp. 239-45, (2000).