

بررسی تأثیر خطای بر آورد ورودی‌های طراحی روسازی بر روی خطای پیش‌بینی عمر روسازی با بهره‌گیری از روش شبیه‌سازی مونت کارلو*

«یادداشت پژوهشی»

حسن قاسم‌زاده^(۱) علیرضا غنی‌زاده^(۲)

چکیده طرح روسازی در روش‌های مکانیکی- تجربی در معمول بر پایه فرض‌هایی مانند ویژگی‌های لایه‌های روسازی (ضخامت، ضریب کشسانی، ضریب پواسون و ...)، بارگذاری (وزن محور، مختصات چرخها، شمار تکرار و ...) و همچنین سازوکارهای گوناگون خرابی برای مصالح مختلف انجام می‌شود. به حقیقت پیوستن همه فرض‌ها در طراحی روسازی برای مطالعه عملکرد آن در سال‌های مختلف بهره‌برداری به دلیل وجود خطا در پیش‌بینی آمد و شد خودروهایی گوناگون، نبود تعیین دقیق ویژگی‌های مصالح با توجه به هزینه بسیار زیاد برخی از این آزمایش‌ها و همچنین خطاها و محدودیت‌ها در مرحله اجرایی امکان‌پذیر نمی‌باشد. وجود خطا در عامل‌های ورودی طراحی روسازی سبب شده است تا در روش‌های جدید طراحی روسازی وابسته به روش مکانیکی- تجربی، فرآیند طراحی روسازی بصورت یک فرآیند غیرقطعی مطرح شود تا از این راه بتوان اثر خطای عامل‌های ورودی طراحی را بر خطای عامل‌های عملکردی روسازی بررسی و در نهایت قابلیت اطمینان طرح را واریسی کرد. با توجه به محاسبات پیچیده مورد نیاز در روش‌های مکانیکی- تجربی برای تحلیل و پیش‌بینی عمر روسازی، روش‌های سنتی بر پایه مشتق‌گیری را نمی‌توان برای تعیین خطای عامل‌های عملکردی روسازی مورد استفاده قرار داد. در این مقاله تأثیر خطای عامل‌های مختلف طراحی روسازی (ضریب کشسانی، ضریب پواسون، ضخامت لایه‌ها و فشار چرخ) بر روی خطای پیش‌بینی عمر خستگی و شیارشدگی روسازی با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو (Monte Carlo) (مورد بررسی قرار گرفته و اثرهای هر یک از عامل‌های ارائه شده است. برای این منظور با در نظر گرفتن سه مقطع روسازی با ظرفیت سازه‌ای متفاوت، درجه اهمیت هر یک از عامل‌های ورودی بر روی قابلیت اطمینان عمر خستگی و شیارشدگی مشخص شده است. همچنین، امکان استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو در گسترش رابطه‌هایی برای پیش‌بینی خطای عمر شیارشدگی و خستگی روسازی به گونه‌ای که نیاز به شبیه‌سازی‌های آینده نباشد، بررسی شده است.

واژه‌های کلیدی روش مکانیکی- تجربی، تحلیل خطا، شبیه‌سازی مونت کارلو، خستگی، شیارشدگی، طراحی روسازی

The effect of error in estimation of input parameters on predicting error of pavement life using Monte Carlo Simulation method

H. Ghasemzadeh

A. R. Ghanizadeh

Abstract Pavement design using mechanistic-empirical methods is often carried out based on the some assumptions for pavement layer's properties (thickness, elastic modulus, Poisson's ratio and), loading properties (axial weight, tire coordinates, number of repetitions and ...) and also the failure mechanism for different materials. Fulfillment of these assumptions for evolution of pavement performance during service life is impossible. This is because of the uncertainty in the traffic prediction of different vehicles, problem of precise determination of material specifications due to high cost of some tests and also errors and limitations in the construction phase. The error Existence in the estimation of input pavement design parameters leads to the probabilistic procedure. for the pavement design This helps the designer to study the influence of uncertainty of input parameters on the pavement performance parameters and finally controlling the design reliability. Because of the complicated computations for pavement analysis and its performance prediction, classical methods based on the deviation are not applicable to the reliability analysis of pavement performance. In this paper, the effect of the error in estimating the different input parameters of pavement design (elastic modulus, thickness and tire pressure) on prediction error of the fatigue and rutting life is studied using Monte Carlo Simulation method. For this purpose, three pavement sections with different structural capacity were considered and importance of each input parameter on prediction error of fatigue and rutting life have been prioritized. The possibility of using Monte Carlo simulation to develop some relationships to estimating the pavement rutting and fatigue life error has been explored. These relationships can be applied for future reliability analysis without using simulation.

Key Words Mechanistic-Empirical Method, Error Analysis, Monte Carlo Simulation, Fatigue, Rutting, Pavement Design.

* نسخه‌ی اول مقاله در تاریخ ۱۳۸۹/۲/۷ و نسخه‌ی نهایی آن در تاریخ ۱۳۹۰/۹/۷ به دفتر نشریه رسیده است.

(۱) نویسنده ی مسئول، استادیار، عضو هیئت علمی دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی تهران

(۲) مربی، عضو هیئت علمی گروه مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان

مقدمه

روش‌های مکانیکی - تجربی طراحی روسازی امروزه به‌صورت گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرند، بطوری که بسیاری از کشورها در حال حاضر طراحی روسازی‌های انعطاف‌پذیر را بر پایه این روش انجام می‌دهند [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. پیش از استفاده از این روش‌ها برای طراحی روسازی باید مسئله‌های زیادی مورد توجه قرار گیرند. از جمله مسئله‌هایی با اهمیت در طراحی روسازی به روش مکانیکی - تجربی این است که فرآیند طراحی باید عملکرد روسازی در طول عمر بهره‌برداری از روسازی در یک سطح اطمینان مشخص با توجه به سرچشمه‌های مختلف خطا در عامل‌های ورودی طراحی را تضمین کند. به سخن دیگر، طراحی روسازی یک فرآیند غیر قطعی و احتمالی است. بنابراین، تأثیر خطای ناشی از عامل‌های طراحی روسازی در پیش‌بینی عملکرد و عمر روسازی در فرآیند طراحی بایستی در نظر گرفته شود. بسیاری از روش‌ها و نرم‌افزارهای طراحی روسازی‌های انعطاف‌پذیر، طراحی روسازی را بر پایه روش‌های قطعی و بدون در نظر گرفتن خطای عامل‌های ورودی انجام می‌دهند. با این وجود در برخی روش‌ها و نرم‌افزارها، قابلیت اطمینان طرح و همچنین خطای ناشی از عامل‌های ورودی به عنوان یک عامل مهم در طراحی روسازی مورد نظر قرار گرفته است [2,8]. از جمله عامل‌های ایجاد خطا در طراحی و پیش‌بینی عملکرد روسازی می‌توان به موردهای زیر اشاره کرد [9]:

۱- تغییرات مکانی عامل‌های ورودی که شامل تغییر ویژگی‌های مصالح از نقطه‌ای به نقطه دیگر می‌شوند. شامل اختلاف ویژگی‌های مصالح ناشی از فرض همگن بودن مصالح لایه‌های مختلف روسازی و همچنین تغییر ویژگی‌های مقطع روسازی که به علت نبود نظارت کیفیت دقیق در هنگام ساخت روسازی می‌باشد.

۲- تغییرات ناشی از نبود تعیین دقیق ویژگی‌های کمی عامل‌های مؤثر در طراحی روسازی مانند خطاهای اتفاقی در تعیین ویژگی‌های لایه‌های مختلف

روسازی یا خطا در برآورد ترافیک عبوری از روی روسازی در طول دوره عمر روسازی.

۳- استفاده از الگوهای ساده‌سازی شده و همراه با خطا برای تحلیل روسازی.

۴- خطاهای آماری در هنگام گسترش الگوهای عملکردی روسازی با توجه به کمبود اطلاعات.

عامل‌های ایجاد خطای اول و دوم با عنوان نبود قطعیت عامل‌های ورودی طراحی شناخته می‌شوند. این عامل‌ها نشان‌دهنده نبود انطباق ویژگی‌های میدانی و ویژگی‌های فرضی در طراحی روسازی می‌باشند. عامل‌های ایجاد خطای سوم و چهارم با عنوان خطای سازمان یافته شناخته می‌شوند که سبب منطبق نشدن عملکرد پیش‌بینی شده و مشاهده‌شده روسازی می‌شوند. در این مقاله هدف تحلیل حساسیت و بررسی تأثیر خطای عامل‌های ورودی طراحی روسازی بر روی خطای پیش‌بینی عملکرد و عمر خستگی و شیارشدگی روسازی است. برای این منظور سه مقطع روسازی با مقاومت بالا، متوسط و پایین در نظر گرفته شده‌اند. سپس برای هر یک از این تأثیر ناشی از قطعی نبودن ویژگی‌های طراحی روسازی (ضریب کشسانی لایه‌های مختلف، ضخامت لایه‌های مختلف، ضریب پواسون لایه‌های مختلف و فشار چرخ) بر روی پیش‌بینی عمر خستگی و شیارشدگی روسازی مورد ارزیابی قرار گرفته است.

نبود قطعیت و تغییرپذیری عامل‌های ورودی

طراحی روسازی

برای بررسی اثر خطای حاصل از عامل‌های ورودی طراحی روسازی بر روی خطای پیش‌بینی عمر خستگی و شیارشدگی روسازی نیاز است تا ابتدا ویژگی‌های آماری عامل‌های ورودی طراحی روسازی مشخص شود. در ادامه به برخی مطالعه‌های انجام شده در این باره اشاره خواهد شد.

Al-sugair و همکاران ضریب کشسانی نمونه‌های بتن آسفالتی را در سطوح مختلف بارگذاری، وضعیت رطوبتی و طرح‌های اختلاط مختلف به‌صورت

مصالح روسازی به صورت نرمال لگاریتمی در نظر گرفته می شود [8].

ضریب پواسون، همانند سایر عامل های طراحی روسازی یک متغیر اتفاقی است که می تواند دارای یک تابع احتمال مشخص باشد. با این وجود، به دلیل مشکل بودن اندازه گیری این عامل های در معمول از مقدار های پیش فرض برای این عامل استفاده می شود. در جدول های (۲) و (۳) مقدار های نمونه ضریب پواسون برای مصالح مختلف آمده شده است. شکل تابع چگالی احتمال برای ضریب پواسون مصالح روسازی به صورت نرمال لگاریتمی در نظر گرفته شده است.

ضخامت لایه های مختلف روسازی با توجه به محدودیت ها و کیفیت اجرایی در نقاط مختلف، متفاوت خواهد بود. از همین رو، به عنوان یک عامل غیر قطعی باید در نظر گرفته شود. در مطالعه ای که با استفاده از دستگاه GRP در ایالت کانزاس برای تعیین تغییرات ضخامت کل روسازی انجام گرفت، ضریب تغییرات ضخامت کل روسازی بین ۱/۱ الی ۱۸/۲ درصد تعیین شد [18]. ضریب تغییرات پیشنهادی برخی از پژوهشگران برای ضخامت لایه های مختلف روسازی در جدول (۴) آمده است.

جدول ۲ ضریب پواسون مصالح روسازی [16]

مصالح	دامنه تغییرات ضریب پواسون	مقدار های نمونه
بتن آسفالتی	وابسته به درجه حرارت ۰/۲۵ در درجه حرارت ۴ درجه سانتیگراد ۰/۵۰ در درجه حرارت ۶۰ درجه سانتیگراد	۰/۳۵ در درجه حرارت ۲۵ درجه سانتیگراد
مصالح تثبیت شده با سیمان	۰/۲۵-۰/۱۰	۰/۱۵
مصالح سنگدانه ای	۰/۵۰-۰/۲۰	۰/۵۰ (چسبنده) ۰/۳۰ (غیر چسبنده)

آزمایشگاهی اندازه گیری و ضریب تغییرات (نسبت انحراف معیار به مقدار متوسط) را برابر با ۱۰ الی ۱۶ درصد تعیین کردند [10]. Brown و Foo [۱۱] مطالعه مشابهی را بر روی طرح های اختلاط مختلف بتن آسفالتی انجام دادند و ضریب تغییرات ضریب کشسانی را در محدوده ۶ الی ۱۰ درصد پیشنهاد نمودند. در مطالعه دیگری که بر روی مغزه های به دست آمده از ۳۲ سایت مختلف LTPP انجام پذیرفت، ضریب تغییرات ضریب کشسانی بتن آسفالتی رویه بین ۱ الی ۴۵ درصد تعیین شد [12]. Allen و همکاران [۱۳]، تغییرات مکانی ضریب کشسانی بتن آسفالتی را از طریق دستگاه FWD در نقاط مختلف یک راه اندازه گیری و ضریب تغییرات این کمیت را بین ۱۵ الی ۷۶ درصد پیشنهاد کردند. پژوهش دیگری که Noureldin [۱۴] بر روی ضریب کشسانی به دست آمده از دستگاه FWD در سطح های مختلف بار و در درجه حرارت های گوناگون انجام داد، ضریب تغییرات ضریب کشسانی مصالح بتن آسفالتی را بین ۲۰ الی ۴۰ درصد تعیین کرد. در پژوهشی که NCHRP [۱۵] بر روی تغییر پذیری ضریب کشسانی لایه های مختلف مقاطع LTPP انجام داده است، ضریب تغییرات و همچنین انحراف معیار متوسط برای لایه های مختلف به دست آمده که در جدول (۱) آمده است.

جدول ۱ مقایسه انحراف معیار و ضریب تغییرات ضریب کشسانی

مصالح مختلف [15]

مصالح	انحراف معیار متوسط	ضریب تغییرات (درصد)
بتن آسفالتی	۵۱۳۷	۳۶
اساس سنگدانه ای	۵۷۸	۴۲
زیر اساس سنگدانه ای	۱۹۲۲	۶۳
خاک بستر	۱۲۱۱	۴۶
اساس تثبیت شده	۳۲۷۵	۴۹
زیر اساس تثبیت شده	۲۱۱۴	۶۷

شکل تابع چگالی احتمال برای ضریب کشسانی

جدول ۳ ضریب پواسون انواع خاک‌ها [17]

نوع خاک	دامنه تغییرات ضریب پواسون
ماسه شل	۰/۴۰-۰/۲۰
ماسه متوسط	۰/۴۰-۰/۲۵
ماسه متراکم	۰/۴۵-۰/۳۰
ماسه رس‌دار	۰/۴۰-۰/۲۰
رس نرم	۰/۲۵-۰/۱۵
رس متوسط	۰/۵-۰/۲۰

در پژوهش دیگری که روی مقطع‌های LTPP انجام شده، ضریب تغییرات ضخامت لایه‌های مختلف روسازی مطابق جدول (۵) پیشنهاد شده است [۱۵]. شکل تابع چگالی احتمال برای ضخامت لایه‌های مختلف روسازی بر اساس بررسی‌های به‌دست آمده از اجرای مقطع‌های LTPP به‌صورت نرمال بوده است [15]. همچنین، در پژوهش دیگری که در ایالت کارولینای جنوبی انجام پذیرفته، شکل تابع چگالی احتمال ضخامت لایه رویه به‌صورت لگاریتم نرمال پیشنهاد شده است [20].

جدول ۴ مقایسه انحراف معیار و ضریب تغییرات ضخامت لایه‌های

مختلف روسازی [19]

مصالح	انحراف معیار متوسط	ضریب تغییرات (درصد)
بتن آسفالتی	رویه	۱۲-۳
بتن آسفالتی	اساس	۱۵-۵
مصالح سنگدانه‌ای	اساس	۱۵-۱۰
مصالح سنگدانه‌ای	زیراساس	۲۰-۱۰

بررسی‌های انجام شده در ایالت‌های مختلف آمریکا در رابطه با تغییرات فشار چرخ در جدول (۶) درج شده‌اند. شکل تابع چگالی احتمال وابسته به فشار چرخ به‌صورت نرمال پیشنهاد شده است [8,15].

جدول ۵ مقایسه انحراف معیار و ضریب تغییرات ضخامت لایه‌های مختلف روسازی مصالح مختلف [15]

ضخامت (cm)	ضخامت (cm)	ضخامت (cm)	ضخامت (cm)	ضخامت (cm)	ضخامت (cm)	ضخامت (cm)	ضخامت (cm)	ضخامت (cm)	ضخامت (cm)
۴/۱	۸	۱۱/۱	۴	۱۱/۱	۴	۱۱/۱	۴	۱۱/۱	۴
۳/۲	۱۲	۵/۷	۸	۵/۷	۸	۵/۷	۸	۵/۷	۸
۶/۷	۴	۴/۰	۱۲	۴/۰	۱۲	۴/۰	۱۲	۴/۰	۱۲
۲۴/۰	۷	۷/۸	۴	۷/۸	۴	۷/۸	۴	۷/۸	۴
		۶/۹	۴	۶/۹	۴	۶/۹	۴	۶/۹	۴

جدول ۶ مقایسه انحراف معیار و ضریب تغییرات فشار چرخ [8]

فشار	ایالت (مرجع)
بیشترین فشار برابر با ۱۰۳۵ کیلوپاسکال	Texas
۸۱ درصد تایرها از نوع رادیال با فشار متوسط ۷۲۵ کیلوپاسکال ۱۷ درصد تایرها از نوع Bias Ply با فشار متوسط ۵۸۰ کیلوپاسکال	Montana
فشار متوسط برابر با ۶۷۰ کیلوپاسکال. دامنه تغییرات فشار از ۳۶۰ تا ۹۰۰ کیلوپاسکال	Illinois
۸۷ درصد تایرها از نوع رادیال با فشار متوسط ۷۰۵ کیلوپاسکال ۱۳ درصد تایرها از نوع Bias Ply با فشار متوسط ۵۶۵ کیلوپاسکال ضریب تغییرات ۹ الی ۲۰ درصد تابع چگالی احتمال فشار بصورت نرمال	Oregon
فشار متوسط تایرهای رادیال برابر با ۶۷۰ کیلوپاسکال فشار متوسط تایرهای Bias Ply برابر با ۵۹۰ کیلوپاسکال ضریب تغییرات برابر با ۱۵ الی ۲۰ درصد	Texas

روش شبیه‌سازی مونت کارلو

شبیه‌سازی مونت کارلو یک روش تکراری برای ارزیابی الگوهای احتمالی بر پایه مجموعه‌ای از عددهای اتفاقی به عنوان ورودی‌ها است. این روش بیشتر در مورد الگوهای پیچیده، الگوهای غیرخطی یا الگوهایی که بیش از دو عامل ورودی دارند، به کار می‌رود. شبیه‌سازی می‌تواند برای نمونه شامل بیش از ده‌ها هزار بار اجرای الگو باشد که این امر بدون بهره‌گیری از رایانه‌های پرسرعت امکان پذیر نیست. از همین رو، پیشرفت این روش نتیجه پیشرفت در سخت افزار و نرم افزارهای رایانه‌ای است. این روش را نخستین بار Valm و Nicholas Metropolis در سال ۱۹۴۹ در بازی‌های وابسته به بخت و اقبال مورد استفاده قرار گرفت و امروزه در بسیاری از رشته‌های مهندسی برای ارزیابی قابلیت اطمینان سامانه‌های پیچیده به کار می‌رود [21].

روش شبیه‌سازی مونت کارلو در دسته روش‌های نمونه برداری طبقه‌بندی می‌شود. زیرا در این روش ورودی‌ها به‌طور اتفاقی بر اساس تابع چگالی آماری آن ورودی تولید می‌شوند تا فرآیند نمونه‌برداری از یک جمعیت واقعی را شبیه‌سازی کنند. بنابراین در این روش باید توزیع آماری هر یک از عامل‌های ورودی به گونه‌ای انتخاب شود که بیشترین انطباق را با شرایط واقعی عامل مورد نظر داشته باشد. با داشتن الگوی حاکم بر سیستم و همچنین توزیع آماری هر یک از عامل‌های ورودی می‌توان با بهره‌گرفتن از روش شبیه‌سازی مونت کارل توزیع آماری هر یک از عامل‌های خروجی یا به صورت ساده‌تر مقدار متوسط و انحراف معیار هر یک از عامل‌های خروجی الگوی مورد نظر را محاسبه کرد.

مرحله‌های روش شبیه‌سازی مونت کارلو را می‌توان در گام‌های زیر خلاصه کرد:

- گام ۱. تعیین الگو حاکم بر سامانه، $y = f(x_1, x_2, \dots)$
- گام ۲. ایجاد مجموعه‌ای از ورودی‌ها بر اساس تابع چگالی احتمال هر یک از ورودی‌ها، (x_1, x_2, \dots)

گام ۳. حل کردن الگو بر اساس هر یک از مقدارهای ورودی و ذخیره کردن نتیجه‌های خروجی، y_i .

گام ۴. تکرار گام‌های ۲ و ۳ به ازای مجموعه ورودی‌های مختلف $i = 1:n$

گام ۵. تحلیل خروجی‌ها با استفاده از نمودار میله‌ای (Histogram)، کمیت‌های آماری (انحراف معیار)، فاصله‌های اطمینان و غیره.

همان‌گونه که اشاره شده شکل تابع چگالی احتمال ورودی‌های طراحی روسازی درمعمول به دو صورت نرمال و لگاریتم نرمال در نظر گرفته می‌شود. در هر تکرار شبیه‌سازی به روش مونت کارلو باید بر اساس عامل‌های معرف شکل تابع چگالی احتمال عامل ورودی (مقدار متوسط و انحراف معیار)، بصورت تصادفی یک مقدار برای عامل‌های مورد نظر تولید شود. از رابطه‌های زیر می‌توان برای شبیه‌سازی داده‌های با شکل تابع چگالی نرمال بهره‌گرفت:

$$S = \sqrt{-2 \times \log(U_1)} \times \cos(2\pi \times U_2) \quad (1)$$

یا

$$S = \sqrt{-2 \times \log(U_1)} \times \sin(2\pi \times U_2) \quad (2)$$

$$N = \mu + \sigma S \quad (3)$$

که در این رابطه‌ها:

U_1 و U_2 : دو عدد تصادفی در بازه ۰ و ۱.

S: متغیر نرمال استاندارد.

N: مقدار شبیه‌سازی شده برای عامل مورد نظر با تابع چگالی احتمال نرمال.

σ : انحراف معیار عامل مورد نظر.

μ : متوسط عامل مورد نظر.

از رابطه‌های زیر می‌توان برای شبیه‌سازی داده‌های

با شکل تابع چگالی لگاریتم نرمال استفاده کرد:

$$\sigma_x = \sqrt{\ln \left[\left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^2 + 1 \right]} \quad (4)$$

به دست آمده می‌باشد [۲۲].

$$\mu_x = \ln(\mu) - \frac{\sigma_x^2}{2} \quad (5)$$

$$LN = e^{\mu_x + \sigma_x S} \quad (6)$$

که در این رابطه‌ها:

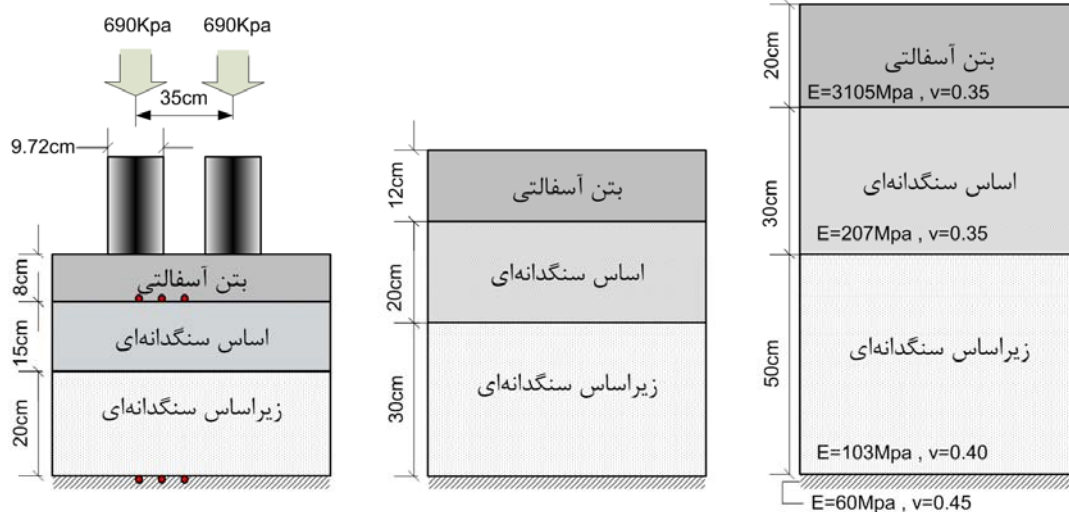
LN: مقدار شبیه‌سازی شده برای عامل مورد نظر با تابع چگالی احتمال لگاریتم نرمال.

برای اجرای فرآیند شبیه‌سازی یک برنامه رایانه‌ای گسترش داده شده است. این برنامه بر پایه کلاس تحلیل سامانه‌های کشسان چند لایه‌ای ClassLESA نوشته شده است. کلاس ClassLESA بر اساس نظریه کشسان چند لایه‌ای برمیستیر و به صورت یک تابع کتابخانه‌ای DLL با هدف تحلیل سامانه‌های کشسان چند لایه‌ای زیر اثر بارگذاری دایره‌ای گسترش یافته است. با استفاده از این کلاس می‌توان یک سامانه کشسان خطی ۱۰ لایه را حداکثر تحت اثر ۱۰ سطح بارگذاری دایره‌ای تحلیل کرد و واکنش‌ها را در ۴۰۰ نقطه مختلف از روسازی به دست آورد. این تابع DLL را می‌توان در زبان‌های برنامه‌نویسی شیء گرا به کار برد. مقایسه نتیجه‌های حاصل از کلاس ClassLESA و برنامه‌های KENLAYER و WinJULE نشان دهنده برابری بسیار خوب پاسخ‌های

تحلیل حساسیت و بررسی اثر خطای ورودی‌ها در

پیش بینی عمر خستگی و شیار شدگی روسازی

برای بررسی خطای ورودی‌های طراحی روسازی بر روی خطای پیش بینی عمر خستگی و شیار شدگی روسازی، سه مقطع روسازی مختلف با مقاومت بالا، مقاومت میانگین و مقاومت پایین برابر شکل (۱) در نظر گرفته شد. ویژگی‌های متوسط در نظر گرفته شده برای مصالح روسازی و همچنین روش بارگذاری در شکل (۱) نمایش داده شده است. بارگذاری با استفاده از یک محور ۸/۲ تنی استاندارد با چرخ زوج انجام شده است و برای تعیین کرنش‌های بحرانی، پاسخ‌ها در سه نقطه تار پایین لایه بتن آسفالتی و سه نقطه بالای لایه خاک بستر (نقطه‌های مرکز چرخ، لبه چرخ و فاصله بین دو چرخ)، مانند شکل، محاسبه شدند تا بیشترین مقدار از بین این سه مقدار برای برآورد عمر خستگی و شیارشدگی روسازی مورد استفاده قرار گیرد.

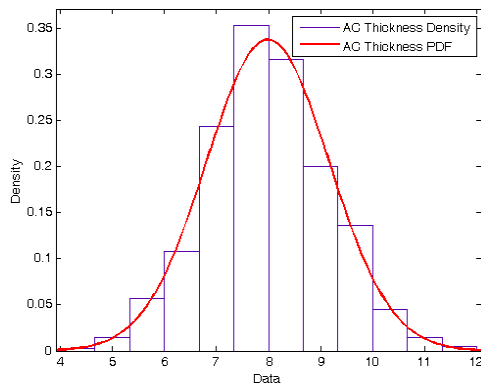


شکل ۱ مقطع‌های مختلف روسازی (به ترتیب از چپ به راست مقطع‌های ۱، ۲ و ۳) و چگونگی بارگذاری فرضی در پژوهش

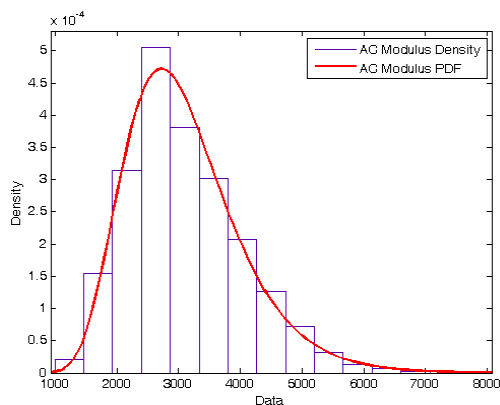
شکل (۲) و (۳) می‌باشد که نشان دهندهٔ برابری توزیع آماری مقادیر این دو عامل با تابع چگالی هدف می‌باشد.

جدول ۷ تابع چگالی احتمال و حدود ضریب تغییرات برای متغیرهای ورودی مختلف

نوع مصالح	شکل تابع چگالی احتمال	حدود ضریب تغییرات
ضریب کشسانی	لگاریتم نرمال	٪۱۰-٪۶۰
ضخامت	نرمال	٪۵-٪۲۵
ضریب پواسون	لگاریتم نرمال	٪۲-٪۱۸
فشار چرخ	نرمال	٪۵-٪۲۵



شکل ۲ تابع توزیع احتمال لگاریتم نرمال برای ضریب کشسانی لایه بتن آسفالتی بر اساس داده‌های شبیه‌سازی



شکل ۳ تابع توزیع احتمال نرمال برای ضخامت لایه بتن آسفالتی بر اساس داده‌های شبیه‌سازی

برای پیش بینی عمر خستگی و شیار شدگی روسازی از رابطه‌های انستیتو آسفالت به صورت زیر استفاده شده است:

$$N_f = 0.0796(\epsilon_t)^{-3.291} (E_{AC})^{-0.854} \quad (6)$$

$$N_R = 1.365 \times 10^{-9} (\epsilon_c)^{-4.477} \quad (7)$$

در رابطه‌های بالا :

N_f و N_R : به ترتیب عبارتند از تعداد عبور مجاز وابسته به عمر خستگی و شیارشدگی.

ϵ_t : بیشترین کرنش کششی تار پایین لایه بتن آسفالتی.

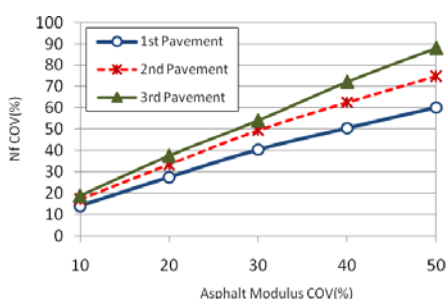
ϵ_c : بیشترین کرنش فشاری روی خاک بستر.

E_{AC} : ضریب کشسانی بتن آسفالتی بر حسب پوند بر اینچ مربع.

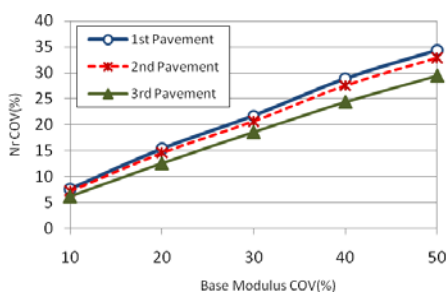
سه مقطع آورده شده در شکل (۱) با هدف بررسی قابلیت اطمینان طراحی در روسازی‌های با ظرفیت‌های سازه‌ای مختلف در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به معیارهای خستگی و شیارشدگی انستیتو آسفالت و تحلیل مکانیکی این سه مقطع، عمر خستگی این سه مقطع به ترتیب برابر با ۲۷۰۰۰۰، ۸۸۰۰۰۰ و ۶۴۰۰۰۰۰ و عمر شیارشدگی این سه مقطع به ترتیب برابر با ۵۰۰۰۰۰۰، ۳۳۰۰۰۰۰ و ۵۰۰۰۰۰۰ عبور محور ۸/۲ تنی استاندارد تعیین می‌شود.

برای بررسی تأثیر خطای هر یک از عامل‌های ورودی طراحی به صورت جداگانه بر روی خطای پیش‌بینی عمر خستگی و شیارشدگی روسازی شبیه‌سازی هر یک از مقاطع‌ها با توجه به عامل‌های نشان داده شده در جدول (۷) انجام شد. در این حالت به علت تک عاملی بودن مسأله و نبود پیچیدگی زیاد، شبیه‌سازی به شمار ۱۰۰۰ مرتبه انجام شد. همچنین، برای اطمینان از شکل صحیح تابع چگالی احتمال ورودی مورد نظر (ضریب کشسانی، ضخامت، ضریب پواسون یا فشار چرخ) مقادیر اتفافی تولید شده از شبیه‌سازی مورد بررسی قرار گرفتند. برای نمونه شکل تابع چگالی احتمال برای ضریب کشسانی و ضخامت لایه آسفالت رویه برابر

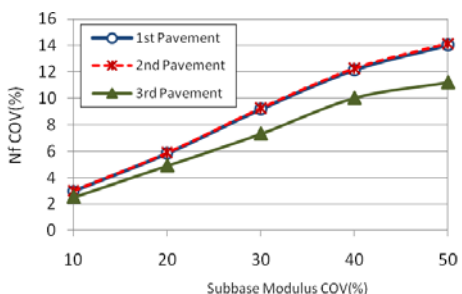
دیده می‌شود که خطای ضریب کشسانی لایه‌های بتن آسفالتی رویه و اساس بیشتر از عمر شیارشدگی بر روی برآورد دقیق عمر خستگی روسازی اثر می‌گذارد. در صورتی که خطای ضریب کشسانی لایه‌های زیراساس و خاک بستر بیشتر از عمر خستگی بر روی برآورد دقیق عمر شیارشدگی تأثیر دارد. بنابراین، برای واریسی دقیق عمر خستگی باید ضریب کشسانی لایه‌های بالایی و برای واریسی دقیق عمر شیارشدگی باید ضریب کشسانی لایه‌های پایینی به‌طور دقیق تعیین و واریسی شوند.



شکل ۵ ضریب تغییرات عمر شیارشدگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضریب کشسانی لایه بتن آسفالتی

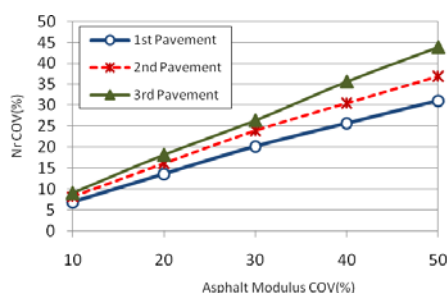


شکل ۷ ضریب تغییرات عمر شیارشدگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضریب کشسانی لایه اساس



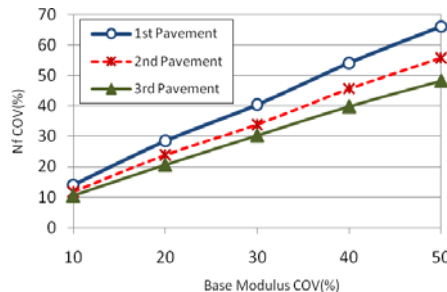
شکل ۹ ضریب تغییرات عمر شیارشدگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضریب کشسانی لایه زیراساس

شکل‌های (۴) الی (۱۱) تأثیر خطای حاصل از ضریب کشسانی هر یک از لایه‌ها را بر روی خطای برآورد عمر خستگی و عمر شیارشدگی روسازی نشان می‌دهند. می‌توان نتیجه گرفت که در ساختارهای ضخیم‌تر روسازی تأثیر خطای حاصل از برآورد ضریب کشسانی لایه آسفالتی بر روی خطای برآورد عمر خستگی و شیارشدگی بیشتر از ساختارهای ضعیف‌تر روسازی است. در مورد خطای ضریب کشسانی دیگر لایه‌ها (اساس، زیراساس و خاک بستر) هر چه ساختار روسازی ضعیف‌تر باشد، این تأثیر بیشتر است. همچنین

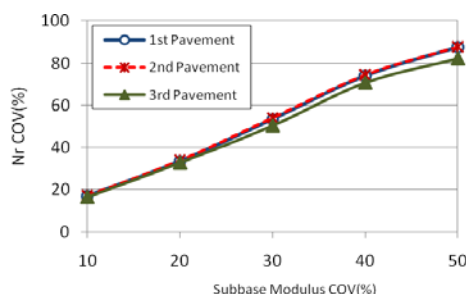


شکل ۴ ضریب تغییرات عمر خستگی روسازی با توجه به

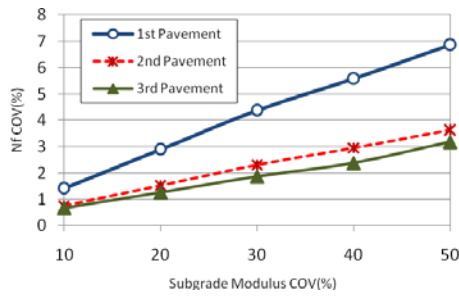
ضریب تغییرات ضریب کشسانی لایه بتن آسفالتی



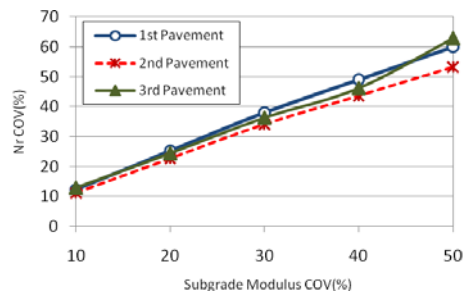
شکل ۶ ضریب تغییرات عمر خستگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضریب کشسانی لایه اساس



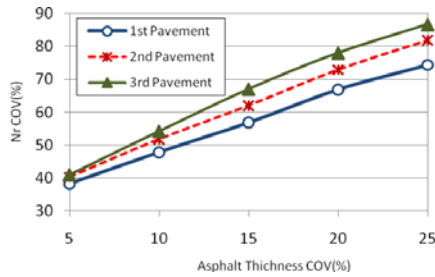
شکل ۸ ضریب تغییرات عمر خستگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضریب کشسانی لایه زیراساس



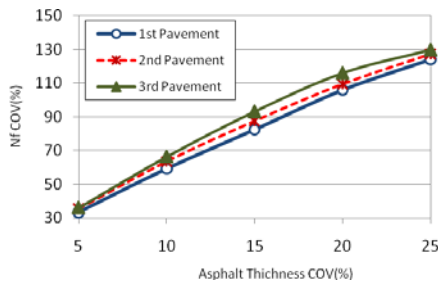
شکل ۱۱ ضریب تغییرات عمر شیارشدگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضریب کشسانی خاک بستر



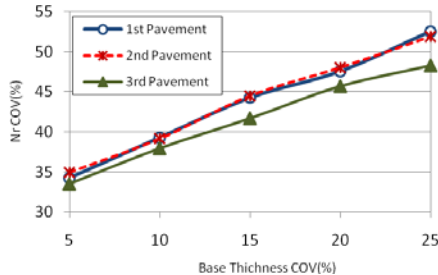
شکل ۱۰ ضریب تغییرات عمر خستگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضریب کشسانی خاک بستر



شکل ۱۲ ضریب تغییرات عمر خستگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضخامت لایه بتن آسفالتی

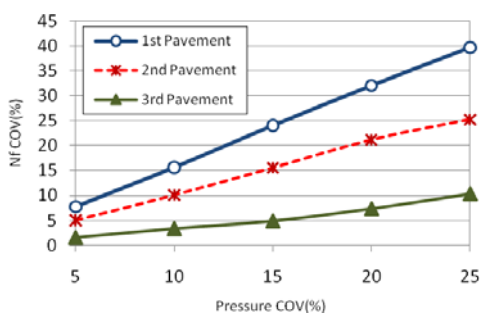


شکل ۱۳ ضریب تغییرات عمر شیارشدگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضخامت لایه بتن آسفالتی

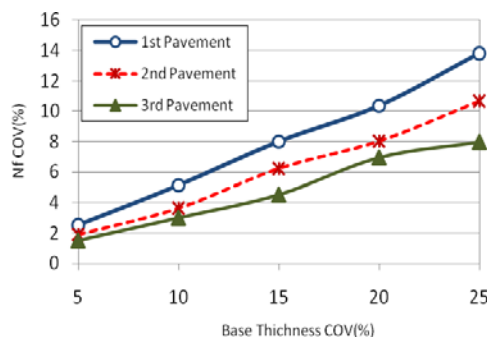


شکل ۱۴ ضریب تغییرات عمر خستگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضخامت لایه اساس

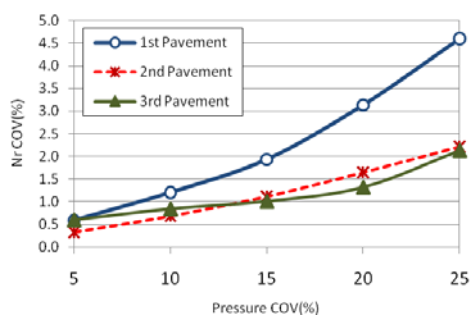
شکل‌های (۱۲) الی (۱۷) تأثیر خطای حاصل از ضریب کشسانی هر یک از لایه‌ها را بر روی خطای برآورد عمر خستگی و عمر شیارشدگی روسازی نشان می‌دهند. در مورد خطای حاصل از اجرای ضخامت لایه‌ها نیز می‌توان نتیجه گرفت که در ساختارهای ضخیم‌تر روسازی تأثیر خطای حاصل از اجرای ضخامت لایه آسفالت رویه بر روی خطای برآورد عمر خستگی و شیارشدگی بیشتر از ساختارهای ضعیف‌تر روسازی است. در صورتی که در مورد خطای حاصل از اجرای ضخامت سایر لایه‌ها (اساس و زیراساس) هر چه ساختار روسازی ضعیف‌تر باشد، این تأثیر بیشتر است. همچنین، می‌توان دید که اجرای غیر صحیح ضخامت لایه بتن آسفالتی رویه به شدت هم بر روی برآورد عمر خستگی و هم عمر شیارشدگی تأثیر می‌گذارد. حال آن که، اجرای ضخامت نادرست لایه‌های اساس و زیر اساس تأثیر چندانی بر روی برآورد عمر خستگی روسازی ندارد و تنها بر روی برآورد دقیق عمر شیارشدگی تأثیرگذار است. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که برای واریاسی دقیق عمر خستگی باید ضخامت اجرایی لایه بتن آسفالتی رویه به دقت واریاسی شود و برای واریاسی دقیق عمر شیارشدگی یاز است تا ضخامت کلیه لایه‌ها به صورت دقیق واریاسی شود.



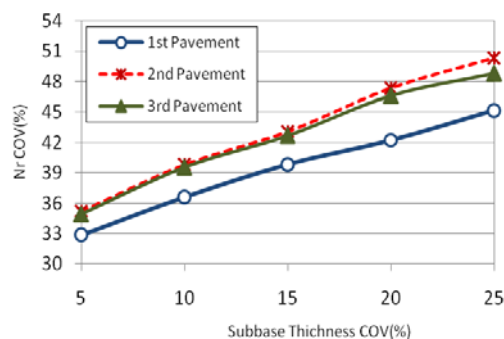
شکل ۱۸ ضریب تغییرات عمر خستگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات فشار چرخ



شکل ۱۵ ضریب تغییرات عمر شیارشدگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضخامت لایه اساس



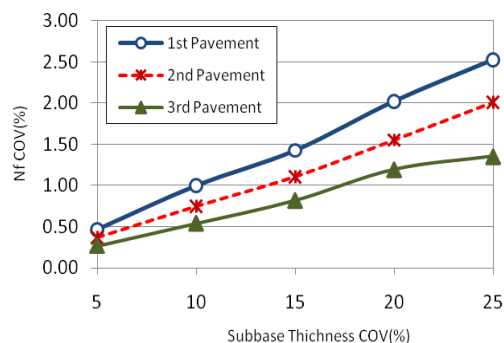
شکل ۱۹ ضریب تغییرات عمر شیارشدگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات فشار چرخ



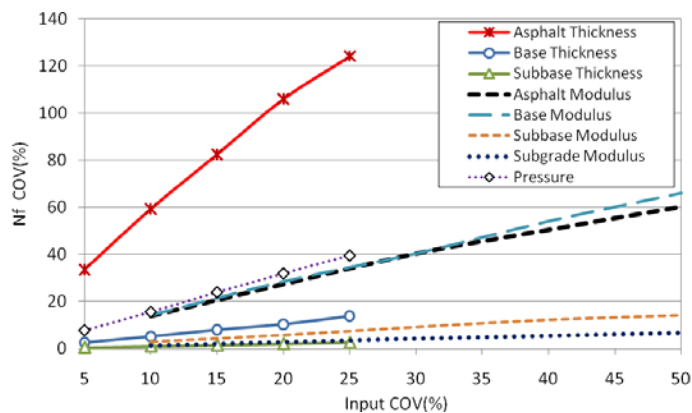
شکل ۱۶ ضریب تغییرات عمر خستگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضخامت لایه زیراساس

شکل‌های (۱۸) و (۱۹) نشان می‌دهند که تأثیر خطای حاصل از تعیین فشار چرخ بر روی خطای عمر خستگی و شیارشدگی در روسازی‌های با ساختار ضعیف‌تر بیش از روسازی‌های با ساختار ضخیم‌تر است. بنابراین، بر خلاف روند معمول در مطالعات طراحی، در روسازی‌های با آمد و شد کمتر که دارای ضخامت کمتری می‌باشند، باید بارگذاری با دقت بیشتری برآورد شود. همچنین، دیده می‌شود که خطا در برآورد فشار چرخ تأثیر چندانی بر روی خطای پیش‌بینی عمر شیار شدگی ندارد. همچنین، بررسی‌ها نشان می‌دهد که تأثیر خطای حاصل از ضریب پواسون هر یک از لایه‌ها بر روی برآورد عمر خستگی و شیارشدگی روسازی بسیار کم می‌باشد و می‌توان از آن چشم پوشید.

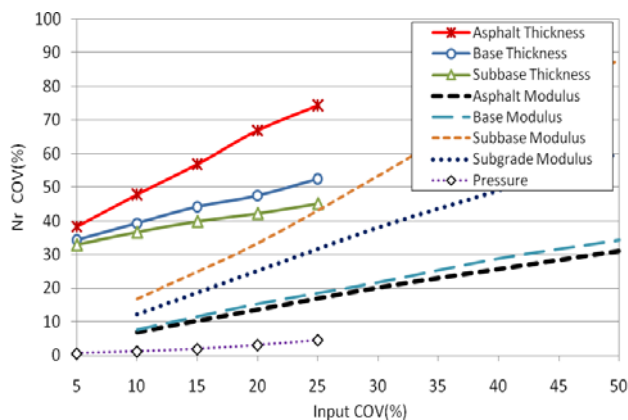
برای تعیین میزان تأثیر خطای هر یک از عامل‌های ورودی بر روی خطای برآورد عمر خستگی و شیار شدگی، شکل‌های (۲۰) الی (۲۳) ارائه شده‌اند.



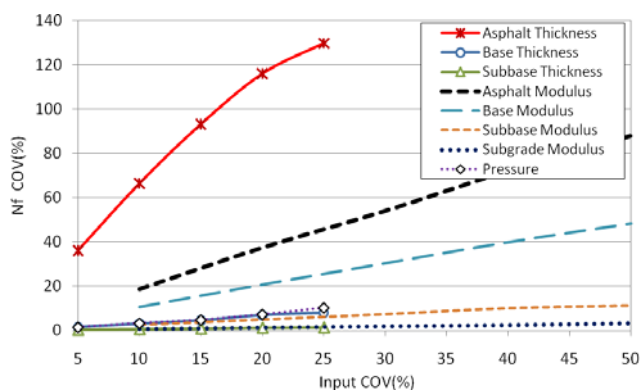
شکل ۱۷ ضریب تغییرات عمر شیارشدگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضخامت لایه زیراساس



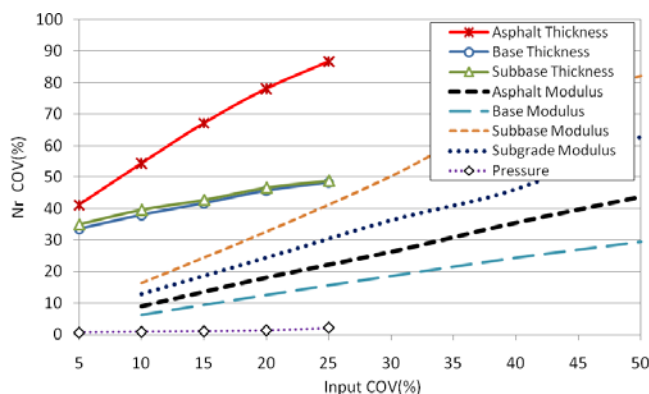
شکل ۲۰ ضریب تغییرات عمر خستگی با توجه به ضریب تغییرات ورودی‌های مختلف برای روسازی اول با ساختار ضعیف



شکل ۲۱ ضریب تغییرات عمر شیارشدگی با توجه به ضریب تغییرات ورودی‌های مختلف برای روسازی اول با ساختار ضعیف



شکل ۲۲ ضریب تغییرات عمر خستگی با توجه به ضریب تغییرات ورودی‌های مختلف برای روسازی سوم با ساختار قوی



شکل ۲۳ ضریب تغییرات عمر شیارشدگی با توجه به ضریب تغییرات ورودی‌های مختلف برای روسازی اول با ساختار قوی

جدول ۸ درجه اهمیت ورودی‌های طراحی روسازی برای واریاسیون دقت برآورد عمر خستگی و شیارشدگی

	ساختار ضعیف		ساختار قوی	
	عمر خستگی	عمر شیارشدگی	عمر خستگی	عمر شیارشدگی
 اهمیت و دقت	ضخامت آسفالت	ضخامت آسفالت	ضخامت آسفالت	ضخامت آسفالت
	فشار چرخ	ضخامت اساس	ضریب کشسانی آسفالت	ضخامت زیراساس*
	ضریب کشسانی اساس*	ضخامت زیراساس	ضریب کشسانی اساس	ضخامت اساس*
	ضریب کشسانی آسفالت*	مدول ارتجاعی زیراساس	فشار چرخ*	ضریب کشسانی زیراساس
	ضخامت اساس	مدول ارتجاعی خاک بستر	ضخامت اساس*	ضریب کشسانی خاک بستر
	ضریب کشسانی زیراساس	مدول ارتجاعی اساس*	ضریب کشسانی زیراساس	ضریب کشسانی آسفالت
	ضریب کشسانی خاک بستر	مدول ارتجاعی آسفالت*	ضریب کشسانی خاک بستر	ضریب کشسانی اساس
	ضخامت زیراساس	فشار چرخ	ضخامت زیراساس	فشار چرخ

موردهایی که با علامت * مشخص شده‌اند، نشان دهنده یکسان بودن تقریبی درجه اهمیت این عامل‌ها می‌باشد.

خواهد بود. با این وجود، در پیش‌بینی عمر شیارشدگی دقیق روسازی، اجرای دقیق ضخامت لایه‌ها بیش از تعیین دقیق ضریب کشسانی لایه‌ها اهمیت دارد. از جدول (۸) می‌توان به عنوان یک راهنمای کلی در تعیین درجه اهمیت واریاسیون کیفیت اجرایی ضخامت لایه‌های مختلف روسازی، تعیین ضریب کشسانی لایه‌های مختلف روسازی و برآورد بار چرخ با توجه به محدودیت‌های بودجه و تجهیزات آزمایشگاهی بهره گرفت.

با توجه به شکل‌های (۲۰) الی (۲۳) می‌توان درجه اهمیت هر یک از عامل‌های ورودی بر روی دقت برآورد عمر خستگی و شیارشدگی روسازی را بصورت جدول (۸) خلاصه کرد.

همان‌گونه که دیده می‌شود، اجرای دقیق ضخامت لایه آسفالت رویه در برآورد دقیق عمر خستگی و شیارشدگی روسازی از بالاترین درجه اهمیت برخوردار است. همچنین، دیده می‌شود که با توجه به ساختار روسازی درجه اهمیت ورودی‌های مختلف متفاوت

$$\text{COV}_{N_f} = -3.943 + 2.082\text{COV}_E + 0.332H_{AC}$$

$$R^2 = 1.000 \quad (8)$$

$$\text{COV}_{N_R} = 1.523 + 2.335\text{COV}_E - 0.014H_{Pav}$$

$$R^2 = 1.000 \quad (9)$$

در این رابطه‌ها:

COV_{N_f} = ضریب تغییرات عمر خستگی.

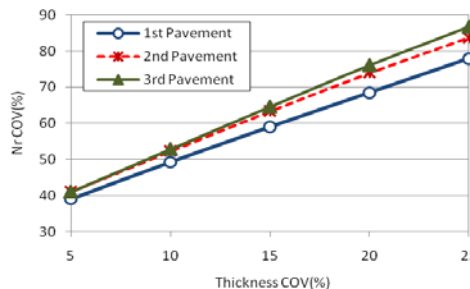
COV_{N_R} = ضریب تغییرات عمر شیارشدگی.

COV_E = ضریب تغییرات ضریب کشسانی همه لایه‌ها.

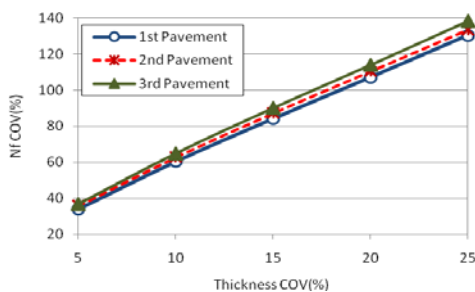
H_{AC} = ضخامت لایه بتن آسفالتی به سانتیمتر.

H_{Pav} = ضخامت کل لایه‌های روسازی به سانتیمتر.

همچنین، برای تعیین وابستگی بین خطای اجرای ضخامت لایه‌های مختلف و خطای پیش‌بینی عمر روسازی، مقدار ضریب تغییرات ضخامت لایه‌های مختلف روسازی برابر فرض شد. با توجه به تغییر این ضریب تغییرات مقدارهای ضریب تغییرات عمر خستگی و عمر شیارشدگی روسازی محاسبه شد. نتیجه‌های این محاسبات در شکل‌های (۲۶) و (۲۷) آمده است.



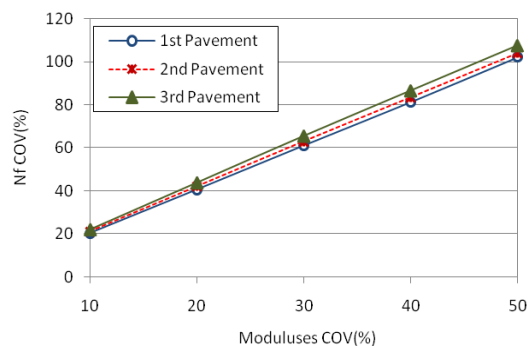
شکل ۲۶ ضریب تغییرات عمر خستگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضخامت لایه‌های روسازی



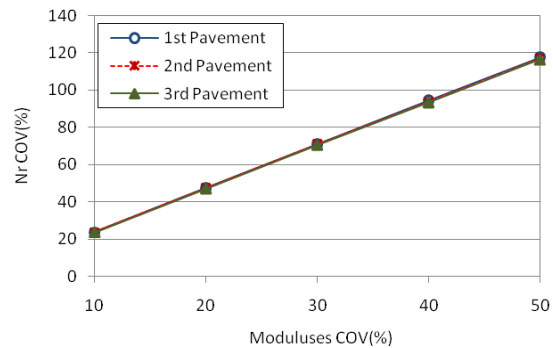
شکل ۲۷ ضریب تغییرات عمر شیارشدگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضخامت لایه‌های روسازی

تعیین وابستگی بین خطای عامل‌های ورودی و خطای پیش‌بینی عمر روسازی

برای تعیین وابستگی بین خطای برآورد ضریب کشسانی لایه‌های مختلف و خطای پیش‌بینی عمر روسازی، مقدار ضریب تغییرات ضریب کشسانی همه لایه‌ها برابر فرض شد. با توجه به تغییر این ضریب تغییرات، مقدارهای ضریب تغییرات عمر خستگی و عمر شیارشدگی روسازی محاسبه شد. نتیجه‌های این محاسبات در شکل‌های (۲۴) و (۲۵) داده شده است.



شکل ۲۴ ضریب تغییرات عمر خستگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضریب کشسانی همه لایه‌ها



شکل ۲۵ ضریب تغییرات عمر شیارشدگی روسازی با توجه به ضریب تغییرات ضریب کشسانی همه لایه‌ها

از رابطه‌های (۸) و (۹) می‌توان برای تعیین وابستگی بین ضریب تغییرات ضریب کشسانی لایه‌های مختلف و ضریب تغییرات عمر خستگی و شیارشدگی روسازی استفاده کرد.

طراحی شامل ضریب کشسانی، ضریب پواسون و ضخامت لایه‌های مختلف و همچنین خطای ناشی از تعیین فشار چرخ بر روی خطای پیش‌بینی عمر خستگی و عمر شیارشدگی روسازی بررسی شده‌اند.

بررسی‌های انجام شده نشان می‌دهند که در ساختارهای ضخیم‌تر روسازی تأثیر خطای حاصل از برآورد ضریب کشسانی لایه آسفالتی بر روی خطای برآورد عمر خستگی و شیارشدگی بیشتر از ساختارهای ضعیف‌تر روسازی است و در مورد خطای ضریب کشسانی دیگر لایه‌ها (اساس، زیراساس و خاک بستر) هر چه ساختار روسازی ضعیف‌تر باشد، این تأثیر بیشتر است. همچنین برای واریسی دقیق عمر خستگی باید ضریب کشسانی لایه‌های بالایی و برای واریسی دقیق عمر شیارشدگی باید ضریب کشسانی لایه‌های زیرین به‌طور دقیق تعیین و واریسی شوند. مطالعه انجام شده نشان می‌دهد که در ساختارهای ضخیم‌تر روسازی تأثیر خطای حاصل از اجرای ضخامت لایه آسفالت رویه بر روی خطای برآورد عمر خستگی و شیارشدگی بیشتر از ساختارهای ضعیف‌تر روسازی است. در صورتی که در مورد خطای حاصل از اجرای ضخامت سایر لایه‌ها (اساس و زیراساس) هر چه ساختار روسازی ضعیف‌تر باشد، این تأثیر بیشتر است. بنابراین در ساختارهای ضعیف‌تر روسازی باید لایه‌های اساس و زیراساس با دقت بیشتری اجرا شوند.

درباره خطای تعیین فشار چرخ، بر خلاف روند معمول در مطالعات طراحی، در روسازی‌های با آمد و شد کمتر که دارای ضخامت کمتری می‌باشند باید بارگذاری با دقت بیشتری برآورد شود. زیرا، این روسازی‌ها حساسیت بیشتری به تغییرات فشار چرخ دارند. افزون بر این، دیده می‌شود که از بین عامل‌های ورودی طراحی روسازی، ضخامت آسفالت رویه مهمترین عامل در واریسی عمر خستگی و عمر شیار شدگی روسازی است که باید به دقت اجرا شود. در رابطه با تعیین تأثیر خطای عامل‌های ورودی

با توجه به شکل‌های (۲۶) و (۲۷)، رابطه‌های (۱۰) و (۱۱) برای تعیین وابستگی بین ضریب تغییرات ضخامت لایه‌های مختلف روسازی و ضریب تغییرات عمر خستگی و شیارشدگی روسازی محاسبه شده‌اند.

$$\begin{aligned} \text{COV}_{N_f} &= 6.559 + 4.900\text{COV}_{\text{TH}} + 0.442\text{H}_{\text{AC}} \\ R^2 &= 0.998 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{COV}_{N_R} &= 24.038 + 2.126\text{COV}_{\text{TH}} + 0.088\text{H}_{\text{Pav}} \\ R^2 &= 0.990 \end{aligned} \quad (11)$$

که در این رابطه‌ها COV_{TH} ضریب تغییرات ضخامت همه لایه‌های روسازی است.

همان‌گونه که دیده می‌شود، این رابطه‌ها دارای ضریب رگرسیون بسیار بالا می‌باشند. با این وجود، این رابطه‌ها تنها با توجه به ویژگی‌های متوسط مصالح (ضریب کشسانی متداول مورد استفاده در ایران برای طراحی روسازی و همچنین ضریب کشسانی متوسط خاک بستر) و بارگذاری فرضی به بدست آمده‌اند. در دیگر موارد نیز می‌توان با توجه به چگونگی بارگذاری و همچنین، ویژگی‌های خاک بستر و مصالح روسازی مختلف رابطه‌های همانندی با ضریب رگرسیون بالا به‌دست آورد تا بتوان از این رابطه‌ها بدون نیاز به شبیه‌سازی و صرف وقت زیاد برای ارزیابی تأثیر خطای عامل‌های ورودی بر روی خطای پیش‌بینی عمر روسازی بهره گرفت.

خلاصه و نتیجه‌گیری

در این مقاله تأثیر خطای ورودی‌های طراحی روسازی در روش مکانیکی - تجربی بر روی خطای پیش‌بینی عمر خستگی و شیارشدگی با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور سه مقطع با ساختارهای قوی، متوسط و ضعیف در نظر گرفته شده است و تأثیر خطای عامل‌های مهم

طراحی روسازی بر روی خطای پیش‌بینی عمر روسازی
 نیز می‌توان بر پایه مجموعه‌ای شبیه‌سازی محدود برای
 چندین مقطع مختلف روسازی و بر پایه بارگذاری و
 مقاومت فرضی خاک بستر رابطه‌هایی را به دست آورد که
 با دقت بالا ضریب تغییرات عامل‌های ورودی مانند
 ضریب کشسانی و ضخامت لایه‌های مختلف را به
 ضریب تغییرات عمر خستگی و شیارشدگی وابسته
 می‌کنند.

مراجع

1. Austroads, "Pavement design", Sydney, (2004).
2. NCHRP 1-37A, "Mechanistic-empirical design of new & rehabilitated pavement structures", <http://www.trb.org/mepdg/guide.htm>, (2008).
3. IRC:37-2001, "Guidelines for the design of flexible pavements: 2nd revision", IRC, (2001).
4. Shell International Petroleum Company Limited, "Shell pavement design manual – asphalt pavements and overlays for road traffic", London, (1978).
5. Theyse, H. L., Beer, M., and Rust, F. C., "Overview of the South African mechanistic pavement design analysis method", Transportation Research Record, 1539, TRB, National Research Council, Washington, D.C., 1996, pp.6-17, (1996).
6. The Asphalt Institute, "Thickness design – asphalt pavements for highways and streets, Manual Series No. 1 (MS-1)", 9th edition, (1999).
7. LCPC and SETRA, "French design manual for pavement structures, Guide Technique, Union Des Syndicates", De L'industrie Routiere, Francaise, (1997).
8. Timm, D.H, Newcomb, D.E, Bridisson, B and Galambos, T.V., "Incorporation of reliability into the Minnesota mechanistic-empirical pavement design method", Final Report prepared to Minnesota Department of Transportation, Minnesota University, Department of Civil Engineering, Minneapolis, (1999).
9. Kim H.B, and Lee S.H., "Reliability-based design model applied to mechanistic empirical pavement design", *KSCE Journal of Civil Engineering*, 6 (3), pp. 263-272, (2002).
10. Al-Sugair, Faisal H. and Almudaiheem, Jarnal A, "Variations in Measured Resilient Modulus of Asphalt Mixes," *Journal of Materials in Civil Engineering*, 4 (4), pp. 343-352, (1992).
11. Brown, E.R. and Foo, K.Y., "Evaluation of Variability in Resilient Modulus Test Results (ASTM D4123)", *Journal of Testing: and Evaluation*, JTEVA, 19 (1), pp. 1-13, (1991).
12. Hadley, W.O., Irick, P., and Anderson, V., "Materials and Construction Variability Based on SHRP-LTPP Data," *Proceedings, 4th International Conference on the Bearing Capacity of Roads and Airfields*, Vol. 2., pp. 863 - 882, (1994).

13. Allen, David, L., and Graves, R., Clark, "Variability in Measurement of In-Situ Material Properties", Proceedings, 4~ *International Conference on the Bearing Capacity of Roads and Vol. 2.*, pp. 989 - 1005, (1994).
14. Noureldin, A. Samy, "Influence of Stress Levels and Seasonal Variations on In Situ Pavement Layer Properties", Transportation Research Record No. 1448, Transportation Research Board, pp. 16-24, (1994).
15. Richard, N., Stubstad, Shiraz, D., Tayabji, Erland, O., Lukanen, LTPP Data Analysis: Variations in Pavement Design Inputs, Final report prepared to National Cooperative Highway Research Program, (2002).
16. Yoder, E. and Witczak, M., "Principles of Pavement Design", 2nd Edition, JohnWiley & Sons, Inc., New York, (1975).
17. Das, Braja M., "Principles of Geotechnical Engineering", Third Edition, PWS Publishing Company, Boston, (1994).
18. Attoh-Okine, NiiOtokunor and Roddis, W.M., "Pavement Thickness Variability and Its Effects on Determination of Moduli and Remaining Life", Transportation Research Record No. 1449, Transportation Research Board, pp. 39-45, (1994).
19. Noureldin, A. Samy, Sharaf, Essam, Arafah, Abdulrahim and Al-Sugair, Faisal, "Estimation of Standard Deviation of Predicted Performance of Flexible Pavements Using AASHTO Model", Transportation Research Record No. 1449, Transportation Research Board, pp. 46-56, (1994).
20. Kwang, Kim, Woo, and Burati, James, L., Jr, "Probabilistic Approach to Evaluating Critical Tensile Strength of Bituminous Surface Courses", Transportation Research Record No. 1 171, Transportation Research Board, pp. 13 1-138, (1988).
21. Hoffman, P., "The Man Who Loved Only Numbers: The Story of Paul Erdos and the Search for Mathematical Truth", New York: Hyperion, pp. 238-239, (1998).

۲۲. غنی زاده. علیرضا، "استفاده از کلاس ClassLESA برای تحلیل سیستم‌های کشسان چند لایه‌ای"، چهارمین کنگره ملی مهندسی عمران، دانشگاه تهران، تهران، (۱۳۸۷).