

تحلیل پایداری یک تونل در شرایط هیدروستاتیک با استفاده از روش‌های مختلف قابلیت اعتماد در

نرم‌افزارهای RT و @Risk*

مقاله علمی - پژوهشی

هادی فتاحی^(۱)فاطمه جیریایی شراهی^(۲)

چکیده یکی از راه‌های تحلیل پایداری تونل، بررسی همگرایی و شعاع منطقه پلاستیک در اطراف آن است. از طرفی وجود عدم قطعیت در پارامترهای طراحی، ارزیابی ایمنی سازه‌ها را به استفاده از روش‌های احتمالاتی و قابلیت اعتماد سوق می‌دهد. در این تحقیق سعی شده با بهره‌گیری از روابط هوک و براون و موهر کولمب، یک متدولوژی برای تحلیل پایداری دو تونل (در شرایط متفاوت) با استفاده از روش‌های قدرتمند قابلیت اعتماد شامل روش مرتبه اول (FORM)، روش مرتبه دوم (SORM) و شبیه‌سازی مونت‌کارلو در نرم‌افزارهای جدید RT و @Risk ارائه شود. پس از مدل‌سازی احتمالاتی در این دو نرم‌افزار، نتایج تحلیل‌ها نشان می‌دهد که روش قابلیت اعتماد مرتبه دوم نسبت به روش مرتبه اول در توابع پیچیده‌تر حالت حادی، از دقت بیشتری برخوردار است. همچنین در مقادیر بالای احتمال شکست، روش‌های مرتبه اول و شبیه‌سازی مونت‌کارلو خروجی‌های واقعی‌تری را ارائه می‌دهند و در مقادیر پایین احتمال شکست، روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو توصیه نمی‌شود. به علاوه تونل مدنظر در شرایط بدون نگهداری دارای احتمال شکست بالایی (۲۴٪) است و تدارک یک سیستم نگهداری با فشار نگهداری ۰/۱۲ مگاپاسکال کارآمد است.

واژه‌های کلیدی قابلیت اعتماد، نرم‌افزار RT، نرم‌افزار @Risk، تحلیل پایداری تونل.

Stability Analysis of a Tunnel in Hydrostatic Conditions Using Different Reliability Methods in @Risk and RT Software

H. Fattahi

F. Jiryae

Abstract One way to stability analysis of tunnel is to examine the convergence and radius of the plastic zone around it. On the other hand, uncertainties in the design parameters lead to the evaluation of the safety of structures using probabilistic and reliability methods. In this research was presented a methodology for stability analysis of two tunnels (under different conditions), by Hock-Brown and Mohr-Coulomb theory using robust reliability methods including: first order method (FORM), second order method (SORM) and Monte Carlo simulation in new RT and @Risk software. After probabilistic modeling in these two software, the results of the analysis show that the second order reliability method is more accurate than the first order method in more complex limit state functions. Also, at high values of failure probability, first order and Monte Carlo simulation methods provide more realistic outputs and at low values of failure probability, Monte Carlo simulation method is not recommended. In addition, the tunnel without pressure has a high probability of failure (24%), so that providing a support with 0.12 MPa pressure is efficient.

Key Word Reliability, RT software, @Risk software, Tunnel stability analysis.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۸/۱۲/۲۰ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۵/۱۳ می‌باشد.

Email: fattahi.h62@gmail.com

(۱) نویسنده مسئول، دانشیار، دانشکده مهندسی علوم زمین، دانشگاه صنعتی اراک.

(۲) کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی علوم زمین، دانشگاه صنعتی اراک.

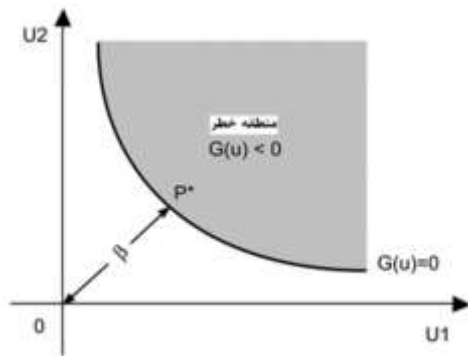
مقدمه

تونل با توجه به وسعت کاربردش در کارهای عمرانی و معدنی از دیرباز نقش مهمی در تسهیل فعالیت‌های بشر داشته است. لذا در سال‌های اخیر احداث تونل‌ها به‌طور چشمگیری افزایش یافته است [1-3]. حفر فضاهای زیرزمینی باعث برهم خوردن تعادل تنش‌ها در محیط حفرشده می‌شود و منطقه پلاستیکی با پتانسیل تخریب در اطراف این فضا ایجاد می‌کند [4, 5]. شرط ادامه کار یا استفاده از این فضا، وابسته به پایداری و ثبات آن در مدت زمان مشخص است. بر این اساس، تحلیل تنش‌ها و بررسی شعاع منطقه پلاستیک و پیش‌بینی عامل نگره‌دارنده برای آن امری لازم است. از طرفی همگن یا همسان‌گرد بودن خاک و سنگ، یک خاصیت ایده‌آل برای آن است که هیچ‌گاه تحقق نمی‌یابد و ویژگی‌های آن بسته به ضریب تغییراتش از نقطه‌ای به نقطه دیگر تغییر می‌کند. تغییرات در این ویژگی‌ها در مکان‌ها و زمان‌های مختلف، موجب پی بردن به رابطه یا همبستگی بین این ویژگی‌ها نیز می‌شود. در اصطلاح به این تغییرات در ویژگی‌ها، عدم قطعیت گفته می‌شود. مهندسی، تصمیم‌گیری تحت شرایط عدم قطعیت است و انکار این نکته امکان‌ناپذیر است. قطعیت در متغیرهای مدل به معنی در نظر نگرفتن تغییرات در متغیرها است. بر این اساس بایستی در طراحی‌ها و مدل‌ها راهی برای ورود عدم قطعیت باز شود [4, 5]. به‌منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت در تحلیل‌های مهندسی روش‌های احتمالاتی و قابلیت اعتماد (Reliability) ارائه می‌شوند. در این روش‌ها، پارامتری که در نهایت با استفاده از روش‌های مختلف عددی و شبیه‌سازی به دست می‌آید، همان احتمال شکست (Failure Probability) یا احتمال خرابی است. احتمال شکست را می‌توان به شکل زیر تعریف کرد [6]:

$$P_f = P(G(X) \leq 0) = \int_{G(X) \leq 0} f(X) dX \quad (1)$$

در این رابطه P_f احتمال شکست، $g(X)$ تابع حالت حدی (Limit state Function) سیستم، $X = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$

بردار متغیرهای تصادفی و $f(X)$ تابع چگالی احتمال مشترک (Joint probability Density Function) همه متغیرهای تصادفی است. به عبارتی این انتگرال وظیفه دارد مساحت مشخص‌شده در شکل (۱) را به دست آورد [6].



شکل (۱): شاخص قابلیت اعتماد β و احتمال شکست [7]

حل این انتگرال در حالت عمومی بسیار پیچیده و غیر ممکن است؛ به این دلیل که ممکن است تابع حالت حدی، یک ترکیب غیر خطی باشد و یا متغیرها توزیع نرمال نداشته باشند؛ بنابراین برای رسیدن به جواب، باید به راه‌های تقریبی روی آورد. از این رو با پذیرش چند فرض ساده‌کننده به‌جای محاسبه دقیق احتمال خرابی، از پارامتر دیگری به نام شاخص قابلیت اعتماد (β Reliability Index) استفاده می‌شود تا حجم محاسبات و زمان مورد نیاز کاهش یابد. روش‌های عددی که با این شاخص کار می‌کنند عبارت‌اند از روش مرتبه اول (First Order Reliability Method: FORM) و مرتبه دوم قابلیت اعتماد (Second Order Reliability Method: SORM). همچنین شبیه‌سازی مونت‌کارلو (Monte Carlo Simulation: MCS) روشی است که با داده‌سازی زیاد، احتمال شکست را به دست می‌آورد.

محققین بسیاری از دیرباز متوجه برخی عدم قطعیت‌ها در طراحی و ساخت سازه‌های ژئومکانیکی شده بودند. رویکرد برخی از آنها نسبت به عدم قطعیت، توسط روش‌های قابلیت اعتماد بدین شرح است:

قابلیت اعتماد اندرکنش بین سنگ و سیستم نگهداری در تونل‌های دایره‌ای با استفاده از روش‌های قابلیت اعتماد مرتبه اول و سطح پاسخ پرداختند. لو و کو [19] به کمک معیارهای هوک-براون و موهر-کولمب و با استفاده از روش سطح پاسخ و روش‌های قابلیت اعتماد مرتبه اول و دوم به بررسی شعاع منطقه پلاستیک و جابه‌جایی تونل پرداختند و در نهایت نتایج را با روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو مقایسه کردند. گه و ژانگ [20] به کمک روش‌های قابلیت اعتماد ابتدا یک مدل رگرسیون لگاریتمی را برای پیش‌بینی ضریب ایمنی غارهای سنگی ارائه کردند. سپس یک آنالیز قابلیت اعتماد بر اساس معیار هوک-براون برای پایداری جبهه کار تونل ارائه دادند.

در این تحقیق سعی شده با بهره‌گیری از روابط هوک و براون و موهر کولمب، یک متدولوژی برای تحلیل پایداری دو تونل (در شرایط متفاوت) با استفاده از روش‌های قدرتمند قابلیت اعتماد شامل روش قابلیت اعتماد مرتبه اول، روش قابلیت اعتماد مرتبه دوم و شبیه‌سازی مونت‌کارلو در نرم‌افزارهای جدید RT و @Risk ارائه شود.

روش‌های ارزیابی قابلیت اعتماد

با توجه به پیچیدگی محاسبه انتگرال در رابطه احتمال خرابی، محققان در پی یافتن روش‌هایی جهت تقریب زدن قابلیت اعتماد بوده‌اند. وظیفه روش‌های قابلیت اعتماد محاسبه احتمال هر رویداد مورد نظر است. هرکدام از روش‌ها به شیوه‌ای احتمال شکست را محاسبه می‌کنند. از جمله روش‌های قابلیت اعتمادی که در این تحقیق استفاده می‌شوند می‌توان به روش مرتبه اول قابلیت اعتماد، مرتبه دوم قابلیت اعتماد و روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو اشاره کرد. در ادامه به شرح این روش‌ها پرداخته می‌شود.

سانگ ان چو در سال ۲۰۰۹ با ترکیب روش مرتبه دوم قابلیت اعتماد و شبکه عصبی مصنوعی به تحلیل احتمالاتی شیروانی خاکی پرداختند [7]. سانجی و کیچی در سال ۲۰۰۹ بر روی روانگرایی خاک بر اساس داده‌های آزمایش نفوذ استاندارد، آنالیز قابلیت اعتماد مربوطه را انجام دادند [8]. چین لونگ و بک در سال ۲۰۱۲ شمع‌ها یا المان‌های انتقال بارهای سطحی به عمق زمین را با استفاده از احتمالات و قابلیت اعتماد تحلیل کردند [9]. پنگ و همکاران در سال ۲۰۱۶ به تحلیل برخی مسائل ژئوتکنیکی نظیر، نشست فونداسیون سطحی، ظرفیت باربری یک شالوده سطحی و پایداری شیروانی خاکی با استفاده از روش‌های قابلیت اعتماد پرداختند [10]. لوانیس و فیلیپ در سال ۲۰۱۷ پایداری داخلی دیوار خاکی تقویت‌شده را با روش مونت‌کارلو مورد بررسی قرار دادند [11]. رخشانی مهر و همکاران در سال ۱۳۹۶ ایمنی شمع‌های بتنی و فولادی تحت بار ثقلی برای دو نوع خاک چسبنده و غیر چسبنده را با روش‌های شبیه‌سازی مونت‌کارلو، شبیه‌سازی وزنی و مرتبه اول قابلیت اعتماد بررسی کردند [12]. هوک در سال ۱۹۹۸ آنالیز قابلیت اعتماد یک تونل دایره‌ای را به روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو با استفاده از نرم‌افزار ریسک را انجام داد [13]. لی و لو در سال ۲۰۱۰ برای محاسبه شاخص قابلیت اعتماد یک تونل دایره‌ای تحت تنش هیدروستاتیک، از روش مرتبه اول قابلیت اعتماد استفاده کردند [14]. یانگ و همکاران آنالیز قابلیت اعتماد را برای بررسی پایداری سقف تونل‌های عمیق در دو لایه توده سنگ به کار بردند [15]. لو و اینستین در سال ۲۰۱۳ در مورد گوه‌های سقف و به‌کاربردن نیروی راک بولت در تونل، آنالیز قابلیت اعتماد را برای این تونل انجام دادند [16]. لی و کو [17] به کمک روش‌های قابلیت اعتماد مرتبه اول و روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو به تحلیل پایداری یک تونل با مقطع دایره‌ای تحت فشار هیدرواستاتیک پرداختند. لو و همکاران [18] به آنالیز

در روش مرتبه اول، بسته به میزان غیر خطی بودن تابع، محاسبات احتمال شکست دچار خطا می‌شود. چراکه تابع، با یک صفحه یا ابر صفحه تخمین زده می‌شود. زمانی که تابع حالت حدی انحنای زیادی داشته باشد، تقریب خطی، دقت محاسبات را پایین می‌آورد. در توابع غیر خطی روش مرتبه دوم با کمک گرفتن از تقریب درجه دوم، به یک جواب صحیح نزدیک می‌شود. این روش در واقع تکامل یافته روش مرتبه اول است و به جای استفاده از تقریب خطی، تابع حالت حدی را با یک سهمی یا ابر سهمی تخمین می‌زند. بریتنگ در سال ۱۹۸۴ رابطه زیر را برای محاسبه احتمال شکست با تقریب مرتبه دوم ارائه داد [6]:

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n-1} \left(1 + \beta k_i\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (5)$$

که در آن k_i نشان‌دهنده انحنای اصلی تابع حالت حدی در نقطه طراحی است، به صورتی که اگر تابع n متغیر داشته باشد، $(n-1)$ انحنای دارد [6].

شبیه‌سازی مونت کارلو

همان‌طور که از نام آن برمی‌آید کلیت‌های شبیه‌سازی مونت کارلو عبارت است از نمونه‌گیری به صورت تصادفی به منظور شبیه‌سازی تصنعی تعدادی زیادی آزمون و مشاهده نتایج آنها در حالت آنالیز قابلیت اعتماد سازه‌ها در ساده‌ترین شکل. احتمال خرابی در این روش به شکل زیر محاسبه می‌شود [6]:

$$P_f \approx \frac{n(G \leq 0)}{N} \quad (6)$$

که در آن $n(G \leq 0)$ تعداد آزمون‌هایی است که در آنها $G \leq 0$ است. تعداد آزمون‌ها N به دقت مطلوب P_f ارتباط می‌یابد. روشن است که در روش مونت کارلو یک بازی شانس با توجه به خواص احتمالاتی معلوم به منظور حل مسأله به تعداد زیاد انجام می‌گیرد و سپس از این فرآیند نتیجه دلخواه یعنی احتمال خرابی استخراج می‌شود. از مزایای مهم این روش عدم وجود هیچ محدودیتی در نوع و شکل $f_X(X)$ و نیز تابع حالت حدی

شاخص هاسفر-لیند (Hasofer-Lind) و روش مرتبه اول قابلیت اعتماد

شاخص هاسفر-لیند و یا شاخص قابلیت اعتماد، کمیتی است که اجازه می‌دهد متغیرهای تصادفی نمود پیدا کنند و قضاوت در مورد پایداری بر اساس آنها انجام پذیرد. این اندیس یک مبنای مقایسه‌ای برای قابلیت اعتماد به شمار می‌رود و با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید [14]:

$$\beta = \min_{x \in F} \sqrt{(X - \mu)^T C^{-1} (X - \mu)} \quad (2)$$

که در آن X بردار متغیرهای تصادفی (x_i) ، μ بردار میانگین متغیرها، C ماتریس کوواریانس و F دامنه شکست است. در اینجا β از طریق یک مسأله بهینه‌سازی به دست خواهد آمد. لو و تنگ یک رابطه جایگزین برای رابطه هاسفر-لیند ارائه دادند که در آن به جای فضای استاندارد نرمال از فضای اصلی متغیرها استفاده می‌شود [14]:

$$\beta = \min_{x \in F} \sqrt{\left[\frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i} \right]^T [R]^{-1} \left[\frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i} \right]} \quad (3)$$

که در آن R ، ماتریس همبستگی و σ_i انحراف معیار متغیرهای تصادفی است. شاخص قابلیت اعتماد را می‌توان به صورت هندسی نیز تعریف کرد. در فضای ترسیم یافته متغیرها به صورت استاندارد نرمال، شاخص قابلیت اعتماد را می‌توان فاصله بین مبدأ و نقطه‌ای دانست که به آن نقطه طراحی (Design Point) می‌گویند. این نقطه بر روی رویه حالت حدی قرار دارد و کمترین فاصله را تا مبدأ دارد. پس از به دست آمدن شاخص قابلیت اعتماد، احتمال شکست به طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود [14]:

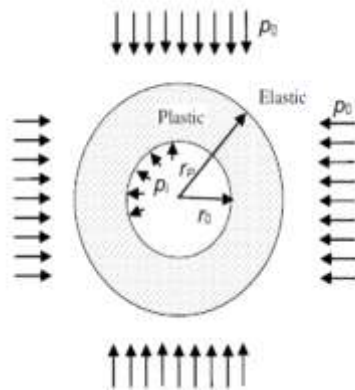
$$P(f) = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \quad (4)$$

در این رابطه Φ بیانگر تابع توزیع تجمعی استاندارد نرمال است [14].

روش مرتبه دوم قابلیت اعتماد

تابع حالت حدی ممکن است خطی یا غیر خطی باشد.

برجا قرار دارد، تونل یا هر حفره زیرزمینی دیگری احداث شود، وضعیت تنش مؤثر بر سنگ‌ها در مجاورت این تونل، به هم می‌خورد و توزیع جدیدی می‌یابد. برای تحلیل رفتار تونل، فرض می‌کنیم که تونل دایره‌ای شکلی به شعاع r_0 تحت تنش هیدروستاتیک P_0 و نیز تحت فشار یکنواخت داخلی P_i که سیستم نگهداری تونل را اعمال می‌کند قرار دارد (شکل ۲) [6].



شکل (۲): تنش مؤثر بر یک تونل دایره‌ای [15]

اگر فشار داخلی مؤثر بر تونل که ناشی از سیستم نگهداری نصب‌شده در آن است، از فشار بحرانی نگهداری P_{cr} کمتر شود، در سنگ‌های اطراف تونل شکستگی رخ می‌دهد. فشار بحرانی P_{cr} از رابطه زیر به دست می‌آید [6]:

$$P_{cr} = \frac{\gamma P_0 - \sigma_{cm}}{1+k} \quad (9)$$

σ_{cm} مقاومت فشاری تک‌محوره سنگ است که با رابطه زیر تعریف می‌شود [6]:

$$\sigma_{cm} = \frac{\gamma C \cos \phi}{1 - \sin \phi} \quad (10)$$

k نیز شیب منحنی تغییرات σ_1 نسبت به σ_3 است و به صورت زیر بیان می‌شود (شکل ۳) [6].

است [6].

بردارهای اهمیت

بردارهای اهمیت و حساسیت زیادی، ارائه شده که اهمیت و تأثیرگذاری همه متغیرها را در قالب یک بردار بیان می‌کند و هر یک برای بیان این اهمیت روش خاص خود را دارند که در اینجا به بردارهای اهمیت α و γ پرداخته می‌شود.

بردار اهمیت آلفا

بردار اهمیت آلفا، اهمیت هر یک از متغیرها را بر اساس سهمی که در محاسبه واریانس تابع حالت حدی دارد بیان می‌کند. واریانس تابع حالت حدی از این جهت که در محاسبه احتمال شکست دخیل است بیان‌کننده این

اهمیت است [6]:

$$V[\hat{G}] = \|\nabla G\|^2 \left(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \dots + \alpha_n^2 \right) \quad (7)$$

سهم هر متغیر تصادفی در واریانس تابع حالت حدی به اندازه α_i ، یعنی بردار یکه آن است. هرچه $|\alpha_i|$ بیشتر باشد بیانگر آن است که اهمیت x_i بالاتر است. علامت α_i نیز در احتمال شکست تأثیرگذار است. مقدار مثبت α نشان می‌دهد با افزایش آن، متغیر P_f افزایش پیدا می‌کند و مقدار منفی بیانگر آن است که با افزایش آن، متغیر P_f کاهش می‌یابد [6].

بردار اهمیت گاما

این بردار همبستگی بین متغیرها را نیز در نظر می‌گیرد، به طوری که اگر همبستگی بین متغیرها صفر باشد بردار اهمیت α و γ یکی هستند [6].

$$\gamma = \frac{\alpha^T J_{y,x} \bar{D}}{\|\alpha^T J_{y,x} \bar{D}\|} \quad (8)$$

که در آن ماتریس انحراف معیار متغیرهای معادل نرمال و $J_{y,x}$ ماتریس ژاکوبین است.

پایداری یک تونل در شرایط هیدروستاتیک

وقتی که در داخل توده سنگی که تحت تأثیر تنش‌های

در این صورت جابه‌جایی شعاعی کلی روبه درون دیواره تونل، خواهد شد [21]:

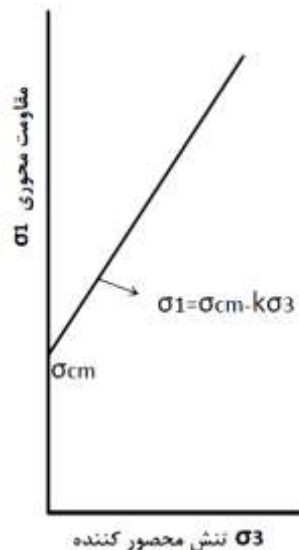
$$U_{ip} = \frac{r_i (1 + \nu)}{E} [\nu (1 - \nu) (P_i - P_{cr}) \left(\frac{r_p}{r_i}\right)^2 - (1 - 2\nu) (P_i - P_i)] \quad (14)$$

معرفی نرم‌افزارهای به‌کارگرفته شده

در این تحقیق از نرم‌افزارهای قابلیت اعتماد RT و Risk@ برای انجام تحلیل‌ها کمک گرفته شده است و در ادامه نتایج تحلیل‌ها توسط این دو نرم‌افزار در کنار هم آورده شده است. در این بخش به معرفی آنها پرداخته می‌شود.

نرم‌افزار RT

RT نرم‌افزاری است که به‌وسیله آن می‌توان کارهای احتمالاتی و یا قابلیت اعتماد انجام داد. در این برنامه می‌توانیم پارامترهای مورد نظر را به‌صورت متغیر تصادفی به برنامه RT داد. در این برنامه این امکان وجود دارد که برای تعداد زیادی متغیر ورودی این کار را انجام دهد و در نهایت میزان حساسیت هر یک از پارامترها را تعیین نماید. در این نرم‌افزار توزیع‌های مختلفی مانند نرمال، گامبل، بتا، نمایی، لاگ نرمال و رابلی وجود دارد که می‌توان برای برازش به یک سری داده از آنها استفاده نمود. انجام شبیه‌سازی مونت‌کارلو، روش مرتبه اول قابلیت اعتماد و روش مرتبه دوم قابلیت اعتماد از دیگر قابلیت‌های برنامه است. با انجام این آنالیزها می‌توان مشخص کرد برای یک تابع حالت حدی از یک سری متغیر تصادفی به ازای چه مقداری از آنها کمترین احتمال شکست وجود دارد. ضمناً این برنامه با برنامه‌هایی مانند MATLAB و OpenSees, Abaqus, ANSYS, SAP می‌تواند لینک شود. این نرم‌افزار را می‌توان به‌صورت رایگان از طریق لینک (inrisk.ubc.ca/software/rt) دریافت کرد.



شکل (۳): بیان ترسیمی معیار موهر کولمب [19]

$$k = \frac{(1 + \sin \phi)}{(1 - \sin \phi)} \quad (11)$$

در این روابط σ_1 ، تنش محوری که به ازای آن شکستگی رخ داده است، σ_p تنش محصورکننده، C چسبندگی توده سنگ و ϕ زاویه اصطکاک داخلی سنگ است [6].

اگر فشار داخلی P_i بزرگ‌تر از فشار بحرانی P_{cr} باشد، شکستگی ایجاد نمی‌شود و رفتار سنگ‌های اطراف تونل، الاستیک خواهد بود. در این صورت جابه‌جایی الاستیک شعاعی روبه درون دیواره تونل از رابطه زیر حاصل می‌شود [21]:

$$U_{ie} = \frac{r_i (1 + \nu)}{E} (P_i - P_i) \quad (12)$$

که در آن ν ضریب پواسون و E مدول الاستیسیته است. در حالتی که فشار داخلی سیستم نگهداری P_i کمتر از فشار بحرانی P_{cr} باشد، شعاع منطقه پلاستیک در اطراف تونل از رابطه زیر به دست می‌آید [21]:

$$r_p = r_i \left\{ \frac{\nu [P_i (k-1) + \sigma_{cm}]}{(1+k)(k-1)P_i + \sigma_{cm}} \right\}^{\frac{1}{k-1}} \quad (13)$$

مدول الاستیسیته هستند که توزیع، میانگین و انحراف معیار آنها در جدول (۱) آورده شده است. هر سه پارامتر توزیع نرمال دارند، علاوه بر این متغیرهای C و ϕ همبسته هستند و ضریب همبستگی آنها $0/5-$ است.

جدول (۱): مشخصات پارامترهای تصادفی تونل اول در توزیع نرمال

متغیر تصادفی	میانگین	انحراف معیار
زاویه اصطکاک داخلی (درجه)	۲۲/۸۵	۱/۳۱
چسبندگی (مگاپاسکال)	۰/۲۳	۰/۰۶۸
مدول الاستیسیته (مگاپاسکال)	۳۷۳	۴۸

با توجه به رابطه (۱۳) و (۱۴)، شعاع منطقه پلاستیک و جابه‌جایی شعاعی کلی به دست می‌آید. نخستین مرحله برای انجام تحلیل‌های قابلیت اعتماد، تصمیم‌گیری در رابطه با معیارهای عملکرد به صورت ارائه یک تابع حالت حدی و پارامترهای مرتبط با آن است؛ بنابراین با استفاده از روابطی که گفته شد، توابع حالت حدی را به صورت زیر می‌سازیم. به طوری که اگر مقدار شعاع منطقه پلاستیک و مقدار جابه‌جایی شعاعی تونل از حد مجاز آنها تجاوز کند و بیشتر شود مقدار عددی به دست آمده برای تابع حالت حدی یک مقدار منفی است و شرایط نایمن را تعریف می‌کند، در غیر این صورت مقدار عددی مثبت بوده و شرایط ایمن است.

$$G_1(x) = L - \frac{r_p}{r} \quad (15)$$

$$G_2(x) = \varepsilon_L - \frac{U_{ip}}{r} \quad (16)$$

در این روابط L حد نهایی شعاع منطقه پلاستیک و ε_L حد نهایی جابه‌جایی شعاعی تونل است. در اینجا مقدار $L = 3$ و مقدار $\varepsilon_L = 0.01$ است. به عبارتی تجاوز از این حد باعث خرابی تونل می‌شود و شکست در نقاطی اتفاق می‌افتد که مقدار تابع حالت حدی به ازای آنها، یک مقدار منفی شود؛ بنابراین هدف، محاسبه احتمال شکست با استفاده از این توابع است.

با استفاده از نرم‌افزار RT اولین تحلیل را بر روی

نرم‌افزار @Risk

@Risk به عنوان یک نرم‌افزار قدرتمند در تحلیل ریسک پروژه‌ها به کار می‌رود که بر روی نرم‌افزار Microsoft Excel نصب می‌شود و به صورت یک نرم‌افزار افزودنی کار می‌کند. @Risk با تلفیق قابلیت‌های Excel، قادر به طراحی مدلی برای برآوردن نیازهای تحلیل ریسک با بهترین کاربری است. این نرم‌افزار برای تحلیل پروژه‌هایی با پارامترهای احتمالی بکار می‌رود. توزیع احتمال هر یک از پارامترهای مذکور بایستی قبلاً مشخص شود. این پارامترها به همراه توزیعشان به عنوان ورودی وارد نرم‌افزار می‌شوند. سپس @Risk با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی مونت‌کارلو و یا Latin Hypercube و تولید اعداد تصادفی، مدل را بارها اجرا کرده و پارامترهای پروژه را تحلیل می‌کند و در نهایت مقادیر خروجی‌های مشخص شده و توزیع احتمال آنها را ارائه می‌کند. با بررسی مقادیر خروجی، می‌توان میزان ریسک عددی پروژه را با توجه به انتظارات مورد نظر به دست آورد. این نرم‌افزار قادر است تا نتایج به دست آمده را به صورت گرافیکی نیز ارائه دهد که این قابلیت باعث فهم بهتر و سریع‌تر جواب‌ها می‌شود. تقریباً در تمام مدل‌هایی که با عدم قطعیت مواجه هستیم، می‌توان از این نرم‌افزار استفاده کرد.

تحلیل و نتایج

در این بخش، نتایج به دست آمده از آنالیز قابلیت اعتماد مربوط به پایداری دو تونل ارائه شده است. تونل اول یک تونل دایره‌ای است که در یک فضای همگن، همسان‌گرد و الاستیک حفر شده است و تحت فشار هیدروستاتیک P_1 و فشار نگه‌دارنده داخلی یکنواخت P_1 قرار دارد [6].

تحلیل پایداری این تونل در سه نوع شرایط P_1 بررسی می‌شود که شامل مقادیر صفر، $0/3$ و $0/8$ مگاپاسکال است و در هر بار بررسی، مقدار آن به صورت قطعی در رابطه‌ها وارد می‌شود. علاوه بر P_1 ، متغیرهای قطعی دیگر این مسأله، $P_1 = 2.0$ ، $v = 0.3$ ، ضریب پواسون و r شعاع تونل هستند. همچنین متغیرهای تصادفی، C ، چسبندگی، ϕ ، زاویه اصطکاک داخلی و E ،

می‌دهد، متغیر چسبندگی نسبت به زاویه اصطکاک داخلی بر روی احتمال شکست تأثیرگذارتر است و در تصمیمات مهندسی اولویت بالاتری دارد. پس از بردار اهمیت، آخرین نتایج، مربوط به شاخص قابلیت اعتماد و احتمال شکست است. در این تحلیل مقدار $\beta = 0.7$ و $P_f = 24\%$ است. شکلی که نرم‌افزار RT به‌عنوان خروجی می‌دهد به‌صورت زیر است.

نموداری که در شکل (۵) مشخص شده، نزدیک شدن گام‌های جستجو و کم شدن فاصله آن به نقطه طراحی را نشان می‌دهد؛ بنابراین در گام آخر این فاصله نشان‌دهنده شاخص قابلیت اعتماد است. در ادامه این تحلیل‌ها در مورد هر تونل، در هر دو نوع تابع حالت حدی، روش‌های قابلیت اعتماد به کار گرفته شده که نشان می‌دهد در مقدارهای مختلف از P_i ، مقادیر متفاوتی از احتمال شکست به دست می‌آید. در این تحلیل‌ها از هر دو نرم‌افزار RT و @Risk کمک گرفته شده و خروجی‌ها در قالب جداول (۲) و (۳) ارائه شده است. در جدول‌های زیر تحلیل‌هایی با تابع حالت حدی اول و دوم آورده شده است.

تابع حالت حدی اول $(G_1(x))$ و $P_i = 0$ ، انجام می‌دهیم؛ یعنی حالتی که تونل، نگهداری نشده باشد. پس از اتمام کار نرم‌افزار با روش قابلیت اعتماد مرتبه اول، خروجی آن به شکل (۴) در صفحه ظاهر می‌شود.

نرم‌افزار RT برای رسیدن به مقدار شاخص قابلیت اعتماد از یک الگوریتم گام‌به‌گام استفاده می‌کند تا در فضای تبدیل یافته متغیرها به نقطه طراحی برسد. با توجه به خروجی که از نرم‌افزار RT گرفته شده، نقطه‌ای که در گام سوم به دست می‌آید نقطه طراحی است. این نقطه در فضای اصلی متغیرها دارای مختصات و در فضای استاندارد نرمال دارای مختصات است. مؤلفه اول در این مختصات مربوط به متغیر C و مؤلفه دوم مربوط به متغیر φ است. پس از مختصات نقطه طراحی، بردار اهمیت گاما مشخص شده است. این بردار دارای دو مؤلفه است که مؤلفه اول به اهمیت متغیر C و مؤلفه دوم به اهمیت متغیر φ می‌پردازد. در اینجا مقدار هر دو مؤلفه منفی به‌دست‌آمده که این نشان‌دهنده آن است که با افزایش متغیرهای چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی احتمال شکست کاهش می‌یابد. همچنین در این بردار، مقدار قدر مطلق مؤلفه اول بیشتر از مؤلفه دوم است که این نشان

```

Output

#### STARTING FORM ANALYSIS WITH FUNCTION "G1(x)" ...

Step 3 :

Check1 = 2.38485e-05 , Check2 = 0.000382833 , Distance = 0.700191

Search for the design point has been completed successfully.
Design point in original space, x:
| 0.185089 |
| 0.401964 |

Design point in standard-normal space, u:
| -0.660462 |
| -0.232502 |

Gamma importance measure:
| -0.947257 |
| -0.320474 |

Computing the random variable sensitivities...
Random variable sensitivities are computed successfully.

The reliability index:
Beta = 0.700191

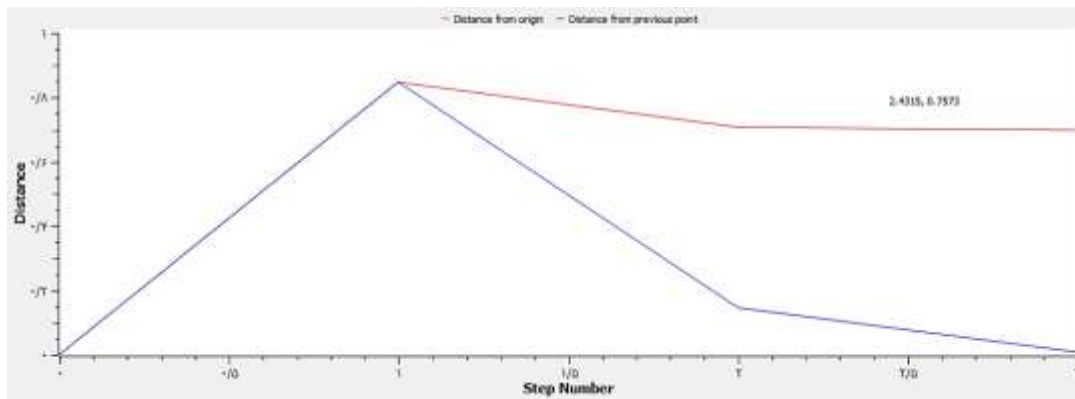
The probability of failure:
pf = 0.241904

#### FORM ANALYSIS DONE IN 0.391 SECONDS.

```

0.185089
0.401964

شکل (۴): خروجی نرم‌افزار RT برای تابع $G_1(x)$ با روش قابلیت اعتماد مرتبه اول



شکل (۵): خروجی نرم افزار RT برای تابع $G_1(x)$ با روش قابلیت اعتماد مرتبه اول

جدول (۲): تخمین احتمال شکست در تابع حالت حدی اول

نرم افزار @Risk	نرم افزار RT					فشار نگهداری (مگاپاسکال)
	مونته کارلو	مونته کارلو	روش مرتبه دوم		روش مرتبه اول	
$P_f(\%)$	$P_f(\%)$	$P_f(\%)$	β	$P_f(\%)$	β	
۲۴	۲۳/۷۹	۲۵/۷۷	۰/۶۵	۲۴/۱۹	۰/۷	۰
۰	۰/۰۶	۰/۰۶	۴	۰/۰۶	۳/۲	۰/۳
۰	۰	$۴/۷ \times 10^{-14}$	۷/۴۵	$۴/۷ \times 10^{-14}$	۷/۴۵	۰/۸

جدول (۳): تخمین احتمال شکست در تابع حالت حدی دوم

نرم افزار @Risk	نرم افزار RT					فشار نگهداری (مگاپاسکال)
	مونته کارلو	مونته کارلو	روش مرتبه دوم	روش مرتبه اول		
$P_f(\%)$	$P_f(\%)$	$P_f(\%)$	β	$P_f(\%)$	B	
۰/۸	۰/۰۶۲	۰/۰۶۵	۲/۴۷	۰/۰۵۹	۲/۴۷	۰/۸

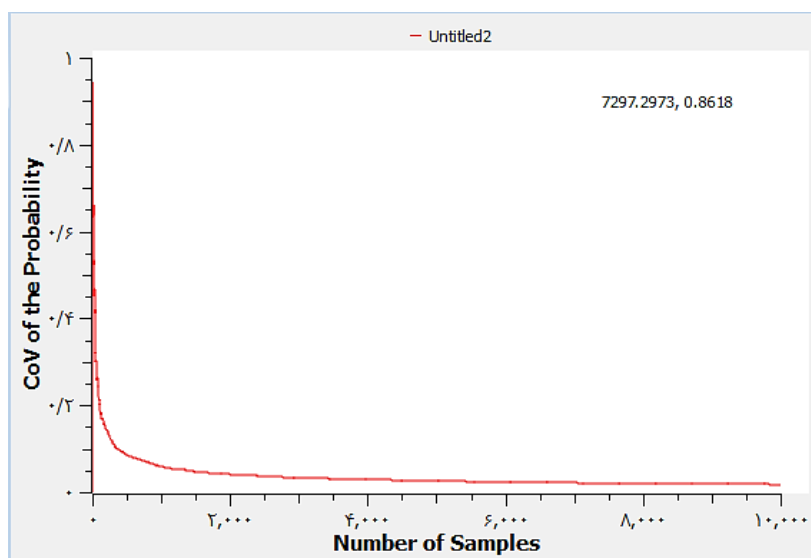
احتمال شکست دارد.

نرم افزار @Risk برای محاسبه احتمال خرابی از روش مونته کارلو استفاده می کند. در شکل زیر خروجی این نرم افزار برای تابع حالت حدی اول آورده شده است که در آن بر اساس مساحت محصور شده در زیر تابع چگالی احتمال $G(X)$ مقدار احتمال خرابی به دست می آید. احتمالی که در شکل (۷) به دست آمده ۲۴٪ است که تقریباً به جوابی که با نرم افزار RT به دست آمد نزدیک است.

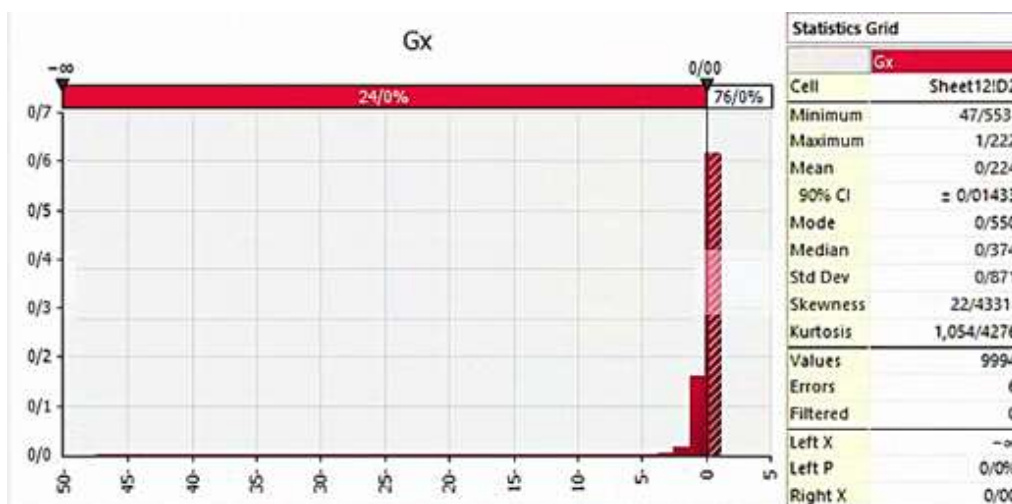
در اینجا تعداد اعداد تصادفی که در شبیه سازی مونته کارلو تولید می شود $N = 1000$ است. شکل (۶) روند همگرایی روش شبیه سازی مونته کارلو به جواب را نشان می دهد. با توجه به این شکل، تغییرات احتمال شکست، حتی تا آخرین داده شبیه سازی شده در حال کاهش است و منجر به یک عدد ثابت نشده است. می توان گفت این تغییرات در محاسبه احتمال شکست، ممکن است با ادامه شبیه سازی کاهش پیدا کند. البته تصمیم به ادامه شبیه سازی بستگی به دقت قابل قبول

سیستم نگهداری با فشار مناسب دارد. از طرفی احتمال شکست، زمانی که یک سیستم نگهداری با فشار محافظت‌کننده ۰/۳ اعمال شود، بسیار کوچک (۰/۰۶٪) برآورد شده است؛ بنابراین می‌تواند برای ایمن‌سازی تونل مورد نظر مناسب باشد. اگرچه فشار نگهداری ۰/۸ نیز شرایط ایمنی را فراهم می‌کند اما با توجه به هزینه بالایی که به همراه دارد مناسب نخواهد بود.

با توجه به اعداد نمایش داده شده در جداول (۲) و (۳) احتمال شکست‌ها در هر روش و برای هر تابع حالت حدی متفاوت است که از این اختلاف در احتمالات برداشت‌هایی می‌توان کرد. زمانی که مقدار فشار نگهداری صفر باشد و به عبارتی شرایط بدون نگهداری فرض شود، احتمال شکست محاسبه شده (۰/۲۴٪) بسیار بالا خواهد بود؛ بنابراین تونل مورد نظر با وضعیتی که در مورد سایر پارامترها اعلام شده ایمن نیست و نیاز به یک



شکل (۶): روند همگرایی شبیه‌سازی مونت‌کارلو به احتمال شکست نهایی



شکل (۷): خروجی نرم‌افزار @Risk برای تابع GI(x)

معیار آنها در جدول (۴) آورده شده است. هر سه پارامتر توزیع نرمال دارند، علاوه بر این متغیرهای C و ϕ همبسته هستند و ضریب همبستگی آنها -0.5 است.

جدول (۴): مشخصات پارامترهای تصادفی تونل دوم

متغیر تصادفی	تابع توزیع	میانگین	انحراف معیار
زاویه اصطکاک داخلی (درجه)	نرمال	۲۱/۰۹۳	۲/۰۴۵
چسبندگی (مگاپاسکال)	نرمال	۰/۲۸۷	۰/۰۳۸
فشار نگهداری (مگاپاسکال)	نرمال	۰/۴	۰/۰۶
مدول الاستیسیتة (مگاپاسکال)	نرمال	۳۷۳	۴۸

همچنین در این مسأله مقدار $L=2$ و $\varepsilon_L = 0.02$ است. تحلیل‌هایی که انجام شده به‌طور خلاصه در جدول (۵) آورده شده است.

جدول (۵): تخمین احتمال شکست در تونل دوم

RISK		روش مرتبه دوم (RT)		
$G_2(X)$	$G_1(X)$	$G_2(X)$	$G_1(X)$	
۴/۱	۴/۹	۳/۵	۴/۵	احتمال شکست (%)

در مورد این مسأله فشار نگهداری به‌عنوان یک متغیر تصادفی با یک میانگین و انحراف معیار ارائه شده است. این متغیر با در نظر گرفتن بازه اطمینان $(\bar{X} \pm 3S)$ می‌تواند بین مقادیر $(0.58-0.22)$ تغییر کند. با مقایسه این مقادیر نسبت به مقادیر در نظر گرفته شده برای فشار نگهداری در تونل اول، می‌توان دریافت تونل اول به سبب تفاوت در مقادیر پارامترهای تصادفی آن، نسبت به تونل دوم ایمن‌تر بوده و فشار نگهداری مورد نیاز برای رسیدن به احتمال شکست قابل قبول برای آن کمتر بود است. شکل‌های (۸) و (۹) نمودارهایی را نمایش می‌دهد که

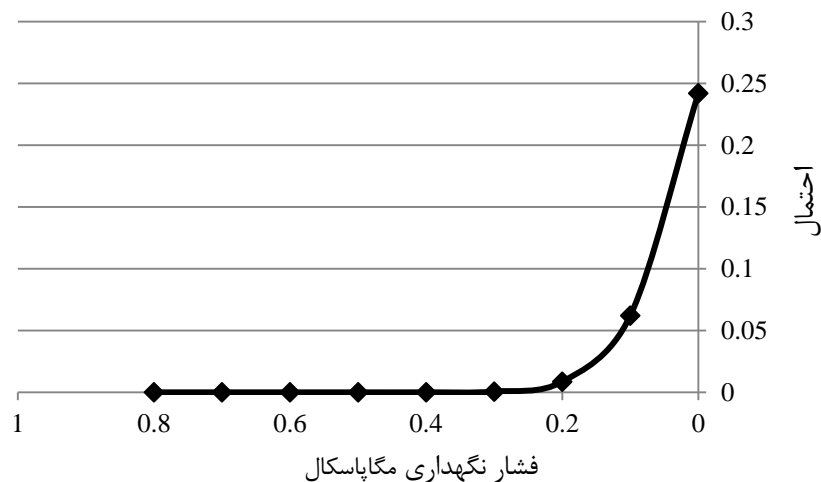
در مقادیر بالای احتمال شکست، یعنی در تونل اول با فشار نگهداری صفر، روش قابلیت اعتماد مرتبه اول و روش شبیه‌سازی مونت کارلو، خروجی‌های نزدیک به هم دارند، اما این خروجی‌ها نسبت به احتمال شکست روش قابلیت اعتماد مرتبه دوم کمی اختلاف دارد. این اختلاف در مقادیر احتمالات ممکن است به دلیل نزدیکی رویه حالت حدی اول $G_1(X) = 0$ ، به یک خط باشد که روش قابلیت اعتماد مرتبه دوم را دچار خطا می‌کند. چراکه در روش مرتبه دوم از یک سهمی برای تقریب‌زدن رویه حالت حدی استفاده می‌شود. از طرفی در احتمال شکست‌های خیلی کوچک، سه روش یادشده خروجی شبیه به هم دارند و از آنجا که شبیه‌سازی مونت کارلو برای رسیدن به دقتی بالا در احتمالات بسیار کوچک، نیاز به تعداد زیادی شبیه‌سازی و صرف زمان زیادی دارد، استفاده از آن در این شرایط توصیه نمی‌شود؛ بنابراین با توجه به پیچیدگی تابع حالت حدی دوم و دقت بالای روش قابلیت اعتماد مرتبه دوم، می‌تواند جایگزین مناسبی برای روش شبیه‌سازی مونت کارلو باشد.

در هر دو تونل برای تخمین احتمال شکست‌ها از دو تابع حالت حدی $G_1(X)$ و $G_2(X)$ استفاده شد که بر اساس نتایجی که به دست آمد در هر حالت خروجی این دو تابع با هم متفاوت بوده و در همه حالت‌ها، احتمال شکست به‌دست‌آمده از $G_2(X)$ نسبت به $G_1(X)$ بیشتر بوده است. این ممکن است به دلیل در نظر گرفتن متغیر E در $G_2(X)$ باشد که از این نظر می‌تواند تخمین واقعی‌تر و دقیق‌تری از احتمالات داشته باشد.

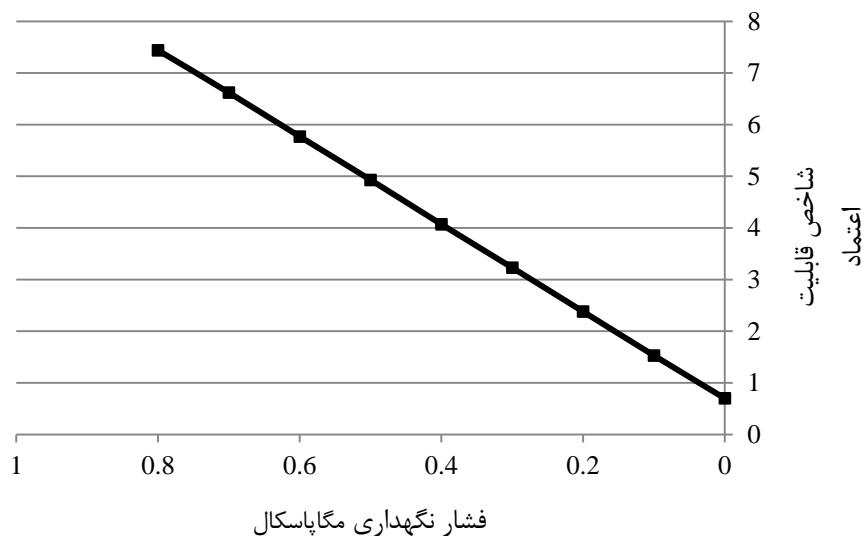
تونل دوم نیز همانند تونل اول یک تونل دایره‌ای است که در یک فضای همگن، همسانگرد و الاستیک حفر شده است و تحت فشار هیدروستاتیک P_1 و فشار نگه‌دارنده داخلی یکنواخت P_2 قرار دارد [19]. متغیرهای قطعی این مسأله، $P_1 = 2.5$ ، $\nu = 0.3$ ، r_1 شعاع تونل هستند. همچنین متغیرهای تصادفی، C ، چسبندگی، ϕ ، زاویه اصطکاک داخلی، E ، مدول الاستیسیتة و P_2 فشار نگه‌دارنده داخلی هستند که توزیع، میانگین و انحراف

باشد با تدارک یک سیستم نگهداری با فشار نگهداری تقریباً $0/12$ مگاپاسکال، احتمال شکست به مقدار مورد نظر کاهش می‌یابد. همچنین نمودار شاخص قابلیت اعتماد با افزایش P_1 با یک شیب ثابت افزایش می‌یابد، به طوری که افزایش شاخص قابلیت اعتماد کاهش احتمال شکست را نشان می‌دهد.

چگونگی تغییرات شاخص قابلیت اعتماد و احتمال شکست را در مقابل تغییرات فشار نگهداری نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است با افزایش فشار نگهداری، نمودار تغییرات احتمال شکست با شیب تندی کاهش می‌یابد و تقریباً در مقدار $P_1 = 0.2$ مگاپاسکال این نمودار ثابت می‌شود. معمولاً احتمال شکست قابل قبول برای پروژه‌های مهندسی 5% است که اگر چنین



شکل (۸): تأثیر فشار نگهداری بر احتمال شکست

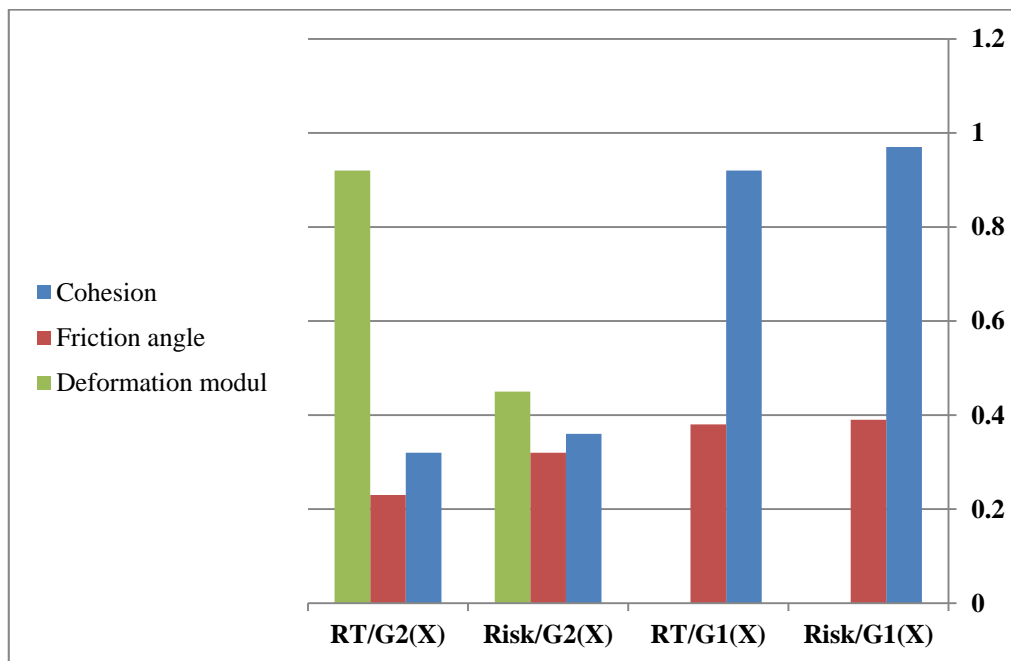


شکل (۹): تأثیر فشار نگهداری بر شاخص قابلیت اعتماد

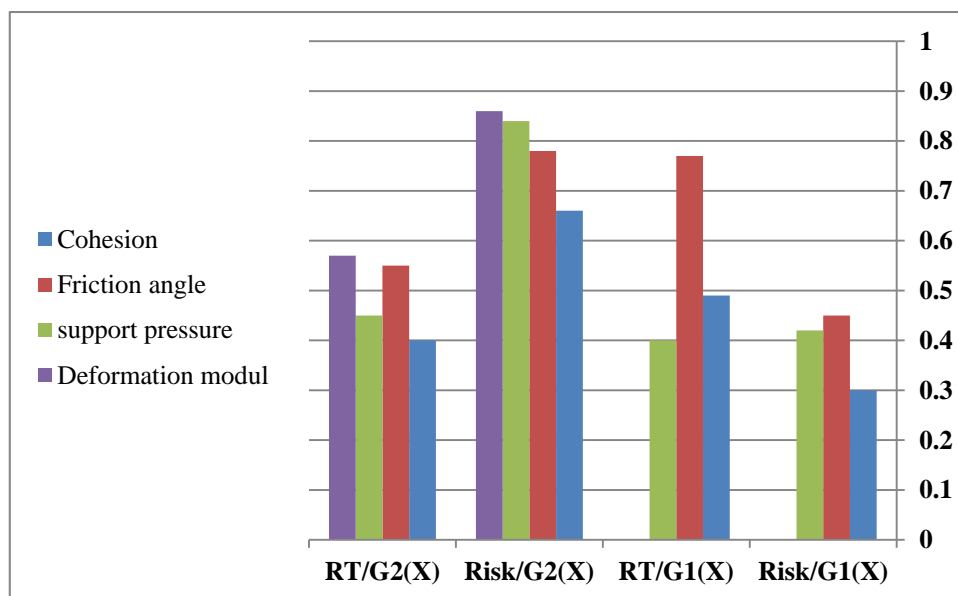
ارائه می‌دهد. بر اساس این نتایج در تونل اوئل وقتی از $G_1(X)$ استفاده می‌شود متغیر چسبندگی دارای اهمیت بالاتری است و زمانی که از $G_2(X)$ استفاده می‌شود با اضافه شدن متغیر E از دو متغیر قبلی پیشی می‌گیرد و دارای اهمیت بیشتری می‌شود. همچنین در مورد تونل دوم مدول الاستیسیته دارای اهمیت بالایی است؛ بنابراین می‌توان گفت مدول الاستیسیته نسبت به سایر متغیرها در طراحی بهینه سیستم، نقش مهمی دارد. در مورد سایر متغیرها اهمیت آنها در هر یک از حالت‌ها متفاوت است. برای مثال در مورد تونل اول بعد از E ، C یعنی چسبندگی اهمیت بیشتری دارد؛ اما در مورد تونل دوم زاویه اصطکاک داخلی جایگاه دوم در مهم‌ترین متغیرها را دارد؛ بنابراین ممکن است برای هر مطالعه موردی یک تحلیل حساسیت ویژه مطرح شود.

با استفاده از تحلیل حساسیتی که بر مبنای آنالیز قابلیت اعتماد انجام شده است، نتایجی به این شرح به دست آمده است. آنالیز تحلیل حساسیت که به منظور تعیین اهمیت هر یک از پارامترها و همچنین نقش آنها در سیستم و احتمال شکست آن می‌پردازد، در نرم‌افزارهای مختلف ممکن است توسط روش‌های متفاوتی انجام شود. در نرم‌افزار RT ، به دلیل وجود همبستگی بین متغیرها از بردار اهمیت گاما استفاده شده است. در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) نمودارهایی جهت نمایش اهمیت متغیرها در هر دو تونل اوئل و دوم و اعداد آن به‌طور واضح‌تر در جداول (۶) و (۷) نشان داده شده است، به‌طوری‌که اهمیت متغیرها با توجه به نوع برنامه استفاده شده و تابع حالت حدی مربوطه مشخص شده است.

با توجه به این‌که تابع حالت حدی دوم دارای متغیر E نیز است، نمایش بهتری را از همه متغیرهای تصادفی



شکل (۱۰): تحلیل حساسیت بر مبنای آنالیز قابلیت اعتماد در تونل اوئل



شکل (۱۱): تحلیل حساسیت بر مبنای آنالیز قابلیت اعتماد در تونل دوم

جدول (۶): تحلیل حساسیت بر مبنای آنالیز قابلیت اعتماد در تونل اول

میزان اهمیت			نرم افزار/تابع حالت حدی
مدول الاستیسیته	زاویه اصطکاک داخلی	چسبندگی	
-	۰/۳۹	۰/۹۷	@Risk/G1(X)
-	۰/۳۸	۰/۹۲	RT/G1(X)
۰/۴۵	۰/۳۲	۰/۳۶	@Risk/G2(X)
۰/۹۲	۰/۲۳	۰/۳۲	RT/G2(X)

جدول (۷): تحلیل حساسیت بر مبنای آنالیز قابلیت اعتماد در تونل دوم

میزان اهمیت				نرم افزار/تابع حالت حدی
مدول الاستیسیته	فشار نگهداری (MPa)	زاویه اصطکاک داخلی	چسبندگی	
-	۰/۴۲	۰/۴۵	۰/۳۰	@Risk/G1(X)
-	۰/۴۰	۰/۷۷	۰/۴۹	RT/G1(X)
۰/۸۶	۰/۸۴	۰/۷۸	۰/۶۶	@Risk/G2(X)
۰/۵۷	۰/۴۵	۰/۵۵	۰/۴۰	RT/G2(X)

نتیجه گیری

نشان داد در مورد تابع حالت حدی اول در احتمال شکست‌های بزرگ، (در تونل اول با فشار نگهداری صفر)، روش قابلیت اعتماد مرتبه اول و شبیه‌سازی مونت کارلو، تقریباً شبیه به هم عمل می‌کنند، از طرفی در

در تحقیق حاضر روش‌های قابلیت اعتماد مرتبه اول، مرتبه دوم و شبیه‌سازی مونت کارلو برای تحلیل پایداری دو تونل در شرایط مختلف به کار گرفته شد. بررسی‌ها

همچنین نتایج تحلیل حساسیت بر روی متغیرها نشان داد که مدول الاستیسیته دارای اهمیت و تأثیرگذاری بسیار بالایی است و در تحلیل‌ها به لحاظ اهمیت و تأثیرگذاری اولویت اول را دارد. به علاوه نتایج نشان داد که شاخص قابلیت اعتماد وابستگی زیادی به فشار نگه‌دارنده دارد. تونل‌های مورد بررسی، در حالت بدون نگهداری احتمال شکست بالایی دارند؛ بنابراین بایستی برای آنها سیستم نگهداری تعریف شود که اگر در تونل، فشار سیستم نگهداری $P_i = 0.3$ مگاپاسکال ایجاد شود، احتمال شکست قابل قبولی خواهد داشت.

احتمال شکست‌های خیلی کوچک، هر سه روش خروجی نزدیک به هم دارند. البته شبیه‌سازی مونت‌کارلو در مقادیر احتمال بسیار کوچک و دقت بسیار بالا، نیازمند تولید تعداد زیادی داده رندم و شبیه‌سازی هریک از آنها است و هزینه محاسباتی بالایی دارد. از این نظر، استفاده از آن در این شرایط توصیه نمی‌شود؛ بنابراین روش قابلیت اعتماد مرتبه دوم با توجه به دقت بالای آن در تقریب زدن توابع، با وجود پیچیدگی تابع حالت حدی دوم، می‌تواند جایگزین مناسبی برای روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو باشد.

مراجع

1. Fattahi, H. and Babanouri, N., "Applying optimized support vector regression models for prediction of tunnel boring machine performance", *Geotechnical and Geological Engineering*, Vol. 35, No. 5, pp. 2205-2217, (2017).
2. Fattahi, H. and Moradi, A., "Risk Assessment and Estimation of TBM Penetration Rate Using RES-Based Model", *Geotechnical and Geological Engineering*, Vol. 35, No. 1, pp. 365-376, (2017).
3. Fattahi, H., "Adaptive neuro fuzzy inference system based on fuzzy C-means clustering algorithm, a technique for estimation of TBM penetration rate", *Int. J. Optim. Civil Eng*, Vol. 6, No. 2, pp. 159-171, (2016).
4. Fattahi, H., Varmazyari, Z., and Babanouri, N., "Feasibility of Monte Carlo simulation for predicting deformation modulus of rock mass", *Tunnelling and Underground Space Technology*, Vol. 89, pp. 151-156, (2019).
5. Fattahi, H., et al., "Hybrid Monte Carlo simulation and ANFIS-subtractive clustering method for reliability analysis of the excavation damaged zone in underground spaces", *Computers and Geotechnics*, Vol. 54, pp. 210-221, (2013).
6. Low, B. K. and Phoon, K.-K., "Reliability-based design and its complementary role to Eurocode 7 design approach", *Computers and Geotechnics*, Vol. 65, pp. 30-44, (2015).
7. Fenton, G. A., Naghibi, F., and Griffiths, D., "On a unified theory for reliability-based geotechnical design", *Computers and Geotechnics*, Vol. 78, pp. 110-122, (2016).
8. Cai, J.-S., et al., "Effect of spatial variability of shear strength on reliability of infinite slopes using analytical approach", *Computers and Geotechnics*, Vol. 81, pp. 77-86, (2017).
9. Li, Y., et al., "Penalty function-based method for obtaining a reliability indicator of gravity dam stability", *Computers and Geotechnics*, Vol. 81, pp. 19-25, (2017).

10. Metya, S., et al., "System reliability analysis of soil slopes with general slip surfaces using multivariate adaptive regression splines", *Computers and Geotechnics*, Vol. 87, pp. 212-228, (2017).
11. Zhang, J., et al., "Efficient response surface method for practical geotechnical reliability analysis", *Computers and Geotechnics*, Vol. 69, pp. 496-505, (2015).
12. Liu, L.-L., Cheng, Y.-M., and Zhang, S.-H., "Conditional random field reliability analysis of a cohesion-frictional slope", *Computers and Geotechnics*, Vol. 82, pp. 173-186, (2017).
13. Huang, J., et al., "Updating reliability of single piles and pile groups by load tests", *Computers and Geotechnics*, Vol. 73, pp. 221-230, (2016).
14. Sun, Y. and Li, X., "A probabilistic approach for assessing failure risk of cutting tools in underground excavation", *Tunnelling and Underground Space Technology*, Vol. 70, pp. 299-308, (2017).
15. Tee, K. F., et al., "Reliability based life cycle cost optimization for underground pipeline networks", *Tunnelling and Underground Space Technology*, Vol. 43, No. pp. 32-40, (2014).
16. Wang, Q., Fang, H., and Shen, L., "Reliability analysis of tunnels using a metamodeling technique based on augmented radial basis functions", *Tunnelling and Underground Space Technology*, Vol. 56, pp. 45-53, (2016).
17. Li, H.-Z. and Low, B. K., "Reliability analysis of circular tunnel under hydrostatic stress field", *Computers and Geotechnics*, Vol. 37, No. 1-2, pp. 50-58, (2010).
18. Mohammadi, S., Naseri, F., and Alipoor, S., "Development of artificial neural networks and multiple regression models for the NATM tunnelling-induced settlement in Niayesh subway tunnel, Tehran", *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, Vol. 74, No. 3, pp. 827-843, (2015).
19. Lü, Q. and Low, B. K., "Probabilistic analysis of underground rock excavations using response surface method and SORM", *Computers and Geotechnics*, Vol. 38, No. 8, pp. 1008-1021, (2011).
20. Goh, A. T. C. and Zhang, W., "Reliability assessment of stability of underground rock caverns", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 55, pp. 157-163, (2012).
21. Song, L., et al., "Reliability analysis of underground excavation in elastic-strain-softening rock mass", *Tunnelling and Underground Space Technology*, Vol. 60, pp. 66-79, (2016).