

## بررسی تغییر مکان افقی شمع‌های بلند تحت اثر بار جانبی در خاک ماسه‌ای\*

جعفر بلوری بزار<sup>(۲)</sup>جواد کشاورز<sup>(۱)</sup>

**چکیده** در بسیاری از سازه‌ها، بارهای جانبی بالای نسبت به بارهای ثقلی به پیک سازه تحمیل می‌شود. شمع‌های این‌گونه سازه‌ها را که تحت اثر بارهای جانبی قابل توجهی قرار می‌گیرند، می‌توان به دو گروه شمع‌های بلند و کوتاه تقسیم نمود. معمولاً تخمین ظرفیت باربری شمع تحت اثر بار جانبی برای شمع‌های کوتاه برآسان حداکثر ظرفیت باربری و برای شمع‌های بلند برآسان تغییر مکان افقی محاذ می‌باشد. در تحقیق آزمایشگاهی حاضر برای رفتار شمع تحت اثر بار جانبی، از لوله‌های فلزی به عنوان شمع در آزمایشگاه استفاده شده است. به منظور تعیین ظرفیت باربری، بار جانبی به شمع‌های فلزی مذکون در خاک ماسه‌ای اعمال شده است. با انجام آزمون‌های گوناگون رفتار شمع‌های بلند به لحاظ تغییر طول و قطر شمع مورد بررسی قرار گرفته است. سپس نتایج آزمون‌های آزمایشگاهی با نظریه ضربی و اکنش بستر، نظریه الاستیک و نظریه حداکثر ضربی افقی و اکنش بستر مورد مقایسه قرار گرفته است. تحلیل نتایج نشان می‌دهد که نظریه حداکثر ضربی افقی و اکنش بستر برای تخمین مقادیر جایه‌جایی افقی شمع و نیز تخمین ظرفیت باربری جانبی شمع نسبت به دیگر تئوری‌های ارائه شده مناسب‌تر می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی** شمع‌های بلند؛ بار جانبی؛ تغییر مکان افقی؛ خاک غیرچسبنده.

## Evaluation of Horizontal Displacement of Long Piles Subject to Lateral Loading in Sandy Soil

J. Keshavarz

J. Bolouri Bazaz

**Abstract** In many structures, the applied lateral loads are comparable with gravity loads. These types of piles which are subject to high lateral load are usually divided into two categories including long and short piles. The general methods to estimate lateral bearing capacity of short and long piles are based on ultimate bearing capacity and allowable horizontal displacement respectively. In the present research, in order to evaluate lateral bearing capacity of piles subjected to horizontal loads, steel pipes which were embedded in sand soil to simulate piles in the laboratory. A wide range of laboratory tests were performed to investigate the behavior of long piles with different lengths and diameters. The test results were compared with three different theories including Modulus of Subgrade Reaction, Elastic and  $k_{hmax}$  approaches. The experimental results reveal that  $k_{hmax}$  approach is more suitable for determination of horizontal displacement and also estimation of lateral bearing capacity for long piles.

**Key Words** Long piles, Lateral load, Horizontal displacement, Cohesionless soil.

★ تاریخ دریافت مقاله ۹۳/۲/۱۳ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۲/۳۰ می‌باشد.

(۱) دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۲) نویسنده مسئول: دانشیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد. bolouri@um.ac.ir

Christensen[11] اشاره نمود. این پژوهشگر شمع های

چوبی مربعی به بعد ۵۰ میلی متر و طول های مدفون ۲۵۰ و ۵۰۰ میلی متر را در مخزنی مربعی به طول یک متر و ارتفاع ۷۰۰ میلی متر که از ماسه خشک پر شده تحت اثر بار جانبی قرار داده است. بار جانبی در ارتفاعات گوناگونی نسبت به شمع اعمال شده است. نتایج این تحقیق نشان می دهد که نظریه هانسن بار جانبی شمع ها را اندکی دست بالا تخمین می زند.

Prasad and Chari [8] شمع های لوله ای فلزی به قطر ۱۰۲ میلی متر و طول ۱۳۵ میلی متر را در مخزنی به قطر ۱/۸۳ متر و ارتفاع دو متر حاوی خاک ماسه ای، قرار داده و پس از اعمال بار جانبی، تغییر مکان افقی و فشار وارد شده به شمع را بررسی کردند. سپس براساس نتایج رابطه ای برای تخمین ظرفیت باربری جانبی شمع های کوتاه ارائه نموده و با مقایسه دیگر روش ها، روش پیشنهادی خود را نسبت به دیگر روش ها بهتر بیان داشته است. Zhang et al. [12] با درنظر گرفتن نظریه های مختلف، بیان داشته است که تنها در روش پراساد و چری توزیع فشار خاک بر روی شمع درست درنظر گرفته شده است.

Kumar et al. [10] با ارائه حداکثر مدول افقی واکنش بستر و بررسی نتایج آزمایش های شمع تحت اثر بار جانبی در اندازه واقعی با نظریه های p-y و مدول واکنش بستر، پیشنهاد نموده است که مهندسان برای پیش بینی منحنی نیرو - جایه جایی در خاک ماسه ای از نظریه حداکثر مدول افقی واکنش بستر استفاده نمایند. دلیل این امر ساده تر بودن و بهتر پیش بینی نمودن رفتار شمع در این روش است.

Murugan et al. [13] به بررسی نظری شمع تحت اثر بار جانبی در خاک غیر چسبنده پرداخته است و مقایسه ای بین ظرفیت باربری به دست آمده از آینین نامه هند و روش برآمz ارائه نموده است. در این تحقیق ظرفیت باربری به دست آمده از آینین نامه هند به صورت قابل توجهی کمتر از روش برآمz بیان شده است.

## مقدمه

اغلب شمع ها تحت تأثیر بارهای افقی قرار می گیرند. در بعضی از سازه ها مقدار این بار نسبت به بار قائم ناچیز و قابل صرف نظر کردن است، اما در مواردی شمع ها تحت بارهای جانبی قابل توجهی قرار می گیرند. شمع پل ها، ساختمان های بلند، سازه های ساحلی و تابلو ها علامت کاربرد معمولاً تحت اثر بار جانبی نیز قرار دارند. برای تخمین بار جانبی وارد به شمع روش های گوناگونی بیان شده است که به طور کلی از دو معیار زیر مشخص می شود:

۱. بار جانبی مجاز از تقسیم بار نهایی به ضربی اطمینان.

۲. بار جانبی مجاز براساس تغییر مکان افقی.  
به طور کلی شمع ها به دو دسته شمع های بلند و کوتاه تقسیم می شوند. ظرفیت باربری شمع های کوتاه و شمع های بلند به ترتیب به مقاومت خاک و مقاومت شمع بستگی دارد [1]. شمع کوتاه تحت اثر بار جانبی همانند یک جسم صلب عمل می کند و کل شمع در نقطه ای دوران می کند، در صورتی که شمع کوتاه دارای پی (Fix Head) به طور کامل جایه جا می شود. شمع بلند تحت اثر بار جانبی، بسته به اینکه دارای پی یا بدون پی (Free Head) باشد در آن یک یا دو مفصل ایجاد شده و از نقطه مفصل دوران می کند.

برای تخمین ظرفیت باربری جانبی شمع ها روش هایی مانند هانسن، برآمz، پراساد و اوارد، میرهوف و پراساد ارائه شده است [2-8]. به جز روش برآمz بقیه روش ها برای شمع های کوتاه کاربرد دارند. هم چنین برای شمع های بلند می توان از نظریه ضربی و واکنش بستر [9]، نظریه الاستیک [1] و نظریه حداکثر ضربی افقی واکنش بستر [10] استفاده نمود.

## فعالیت های دیگر پژوهشگران

بررسی های آزمایشگاهی و میدانی زیادی بر روی شمع تحت اثر بار جانبی صورت گرفته که اکثر آنها بر روی شمع های کوتاه است، از آن جمله می توان به

اینرسی شمع ( $m^4$ ) و  $E_s$  ضریب یانگ خاک (kPa) می‌باشد.

جدول ۲ محدوده ضریب افقی واکنش بستر [19]

$n_h$ (kN/m <sup>3</sup> )		
ماسه شل	ماسه نیمه متراکم	ماسه متراکم
2600	7700	20000

**تغییر مکان جانبی شمع بلند در خاک دانه‌ای**  
نظریه‌های متعددی برای محاسبه تغییر مکان جانبی شمع بلند در خاک دانه‌ای ارائه شده است. نظریه ضریب واکنش بستر، نظریه الاستیک و نظریه حداقل ضریب افقی واکنش بستر که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته شده در ادامه بیان شده است.

**نظریه ضریب واکنش بستر.** این نظریه با همانندسازی خاک با یک سری فنرهای الاستیک خطی می‌تواند تغییرات ضریب واکنش بستر را (که وابسته به ابعاد و تغییر شکل‌ها است) در لایه‌های مختلف در نظر بگیرد. بارهای جانبی وارد به شمع مانند یک تیر روی پی الاستیک در نظر گرفته می‌شود و خاک زیر تیر با یک سری فنر جایگزین می‌شود. سختی این فنرها  $k_h$  ضریب افقی واکنش بستر نامیده می‌شود.

$$k_h = \frac{p}{y} \quad (6)$$

رفتار ارجاعی شمع با معادله دیفرانسیل زیر قابل بیان است:

$$EI \frac{d^4y}{dx^4} + p = 0 \quad (7)$$

و یا

$$\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{k_h y}{EI} = 0 \quad (8)$$

در این رابطه‌ها  $p$ ،  $y$ ،  $x$  و  $EI$  به ترتیب فشار در واحد طول شمع، جایه‌جایی افقی، عمق و سختی آن می‌باشد. ضریب واکنش بستر ارائه شده در جدول (۲) کلی است و برای تعیین دقیق‌تر آن می‌توان از رابطه (۹) استفاده کرد [16].

### معیارهای رفتاری شمع

شمع کوتاه در اثر بار جانبی به صورت صلب عمل می‌کند و حول نقطه‌ای دوران می‌کند در صورتی که شمع بلند در اثر بار جانبی به صورت انعطاف‌پذیر عمل می‌کند و در نقطه‌ای در طول شمع ایجاد مفصل می‌کند. رفتار شمع کوتاه و بلند بستگی به سختی نسبی سیستم شمع و خاک دارد [14]. برای پیش‌بینی رفتار یک شمع که به صورت کوتاه یا بلند عمل می‌کند معیارهای متفاوتی ارائه شده است که در جدول (۱) آورده شده است.

جدول ۱ معیارهای شمع بلند و کوتاه

ردیف	مرجع	شمع کوتاه	شمع بلند
۱	[4] و [3]	$L/T \leq 2$	$L/T \geq 4$
۲	[1]	$K_r > 10^{-2}$	$K_r < 10^{-2}$
۳	[15]	$L/B < 6$	$L/B > 6$
۴	[16]	$S_H < 5$	$S_H > 5$
۵	[17]	$L < 1.5 BK^{0.36}$	$L > 1.5 BK^{0.36}$
۶	[18]	$L > L_c/3$	$L > L_c$

$$T = (E_p I_p / n_h)^{0.2} \quad (1)$$

$$K_r = (E_p I_p / E_s B^4) \quad (2)$$

$$S_H = (L / B)(E_p / E_s)^{0.25} \quad (3)$$

$$K = (E_p / E_s) \quad (4)$$

$$L_c = 4.44(E_p I_p / E_s)^{0.25} \quad (5)$$

در روابط ارائه شده  $T$  طول مشخصه می‌باشد که از رابطه (۱) به دست می‌آید. مقدار ضریب واکنش بستر که برای محاسبه طول مشخصه نیاز است در جدول (۲) برای ماسه‌خشک ارائه شده است. هم‌چنین پارامترهای انعطاف‌پذیری ( $K_r$  و  $S_H$ ، نسبت سختی ( $K$ ) و طول بحرانی ( $L_c$ ) به ترتیب از روابط (۲)، (۳)، (۴) و (۵) به دست می‌آیند. در این روابط،  $L$  طول مدافون شمع  $B$ ،  $B$  پهنای شمع (m)،  $n_h$  ضریب واکنش بستر  $E_p$  ضریب یانگ شمع (kPa)،  $I_p$  ممان

و جداره شمع در نظر گرفته نمی شود. این روش که برای خاک هایی با لایه های متفاوت قابل استفاده است نیازمند به تعیین پارامترهای دقیق خاک محل می باشد. در واقع هر چه داده های ورودی دقیق تر باشند، پاسخ مناسب تری از این روش بدست می آید. با فرض این که ضریب خاک به طور خطی با عمق افزایش می یابد می توان آن را به صورت تابعی از عمق نشان داد.

$$E_s = N_h x \quad (17)$$

در این رابطه  $N_h$  نرخ افزایش  $E_s$  با عمق (مشابه با  $n_h$  در نظریه ضریب بستر) می باشد. با فرض یکسان بودن نرخ افزایش  $E_s$  و  $k_h$  با عمق،  $N_h = n_h$  خواهد بود. مقدار جابه جایی در سطح زمین از رابطه (18) به دست می آید. مقادیر  $I'_{ph}$  و  $I'_{pM}$  و  $F'_p$  ضرایبی هستند که با داشتن طول، قطر، ممان اینرسی و ضریب یانگ شمع از نمودارهای ارائه شده قابل استخراج می باشد [1].

$$y_g = \frac{Q_g}{N_h L^2} (I'_{ph} + \frac{e}{L} I'_{pM}) / F'_p \quad (18)$$

در این رابطه  $y_g$  جابه جایی شمع در سطح زمین،  $Q_g$  و  $e$  به ترتیب نیروی افقی وارد به شمع و فاصله آن از سطح زمین می باشد.

نظریه حد اکثر ضریب افقی واکنش بستر. مطالعه بر روی ضریب برشی خاک نشان می دهد که این ضریب وابسته به کرنش است [20]. ضریب افقی واکنش بستر مانند ضریب برشی تابعی از کرنش است. محققان با مطالعه واکنش شمع در مقیاس واقعی در برابر بار جانبی و رسم منحنی های  $k_h$  در برابر کرنش دریافتند که تقریباً همه منحنی ها در کرنش  $0.002$  مجانب می شوند [21-23]. بر این اساس مقدار  $k_h$  در کرنش  $0.002$  را  $k_{hmax}$  می نامند. با توجه به این که تمام منحنی های بدون بعد شده ضریب افقی واکنش بستر در برابر کرنش شبیه به هم هستند یک تابع توانی به شکل زیر تعریف می شود.

$$\frac{k_h}{k_{hmax}} = 0.052 \varepsilon^{-0.48} \quad (19)$$

$$n_h = 220.286 \frac{Q}{y_T} \quad (9)$$

در این رابطه  $Q$  نیروی افقی (kN) و  $y_T$  جابه جایی افقی در محل اعمال نیرو (m) می باشد. با استفاده از اصل برهم نهی، تأثیر بار جانبی و لنگر بر روی ( $y_A$  و  $y_B$ ) به طور جداگانه قبل محاسبه اند:

$$y_X = y_A + y_B \quad (10)$$

با استفاده از رابطه (10) و بدون بعدسازی پارامترها خواهیم داشت:

$$\frac{y_A EI}{Q_g T^3} = A_y \quad (11)$$

$$\frac{y_B EI}{M_g T^2} = B_y \quad (12)$$

$$\frac{x}{T} = Z \quad (13)$$

$$\frac{L}{T} = Z_{max} \quad (14)$$

$$\frac{k_h T^4}{EI} = \varphi(x) \quad (15)$$

ضریب تغییر شکل برای بار جانبی  $A_y$  ضریب تغییر شکل برای لنگر  $Z$  ضریب عمق،  $Z_{max}$  حداکثر ضریب عمق،  $\varphi(x)$  تابع ضریب خاک،  $Q_g$  و  $M_g$  به ترتیب نیرو و لنگر اعمالی به سر شمع می باشد. با جایگذاری روابط (11) و (12) در رابطه (10) داریم:

$$y_x = A_y \frac{Q_g T^3}{EI} + B_y \frac{M_g T^2}{EI} \quad (16)$$

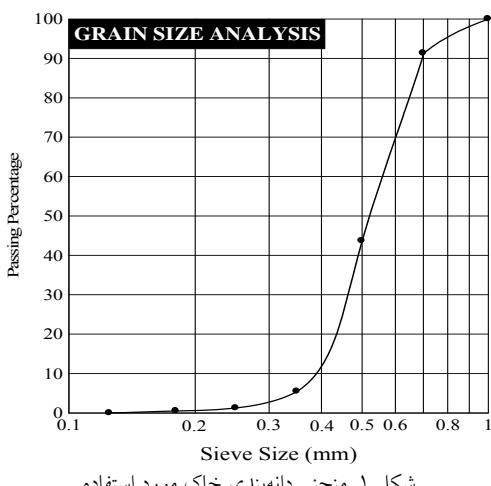
با حل معادلات فوق با استفاده از روش تفاضل محدود برای عمق های، مقدار ضریب  $A_y$  و  $B_y$  در سطح (z=0) به ترتیب برابر با  $2/435$  و  $1/623$  می باشد [9].

**نظریه الاستیک.** اساس نظریه الاستیک و ضریب واکنش بستر یکسان است اما فرض ها و روش حل آنها با یکدیگر متفاوت می باشد. در این روش خاک یک محیط الاستیک ایده آل فرض می گردد و شمع یک مستطیل باریک با سختی خمی ثابت EI در نظر گرفته می شود. برای ساده سازی تحلیل، تنش برشی بین خاک

بخش‌های قبل ارائه شده مورد مقایسه قرار گرفته است. مصالح و تجهیزات مورد استفاده و نحوه انجام آزمایش در بندهای ۶، ۷ و ۸ شرح داده شده است. براساس نتایج به دست آمده می‌توان انتخاب روش مناسب و کاربردی را به مهندسان توصیه نمود.

### خاک مورد استفاده

خاک مورد استفاده در این تحقیق، ماسه فیروزکوه بوده است که دانه‌بندی آن در شکل (۱) نمایش داده شده است. سایر مشخصات این ماسه در جدول (۴) ارائه داده شده است. زاویه اصطکاک و ضریب ارتقای آن به ترتیب از آزمایش برش مستقیم و آزمایش سه‌محوری [۲۵] به دست آمده است.



شکل ۱ منحنی دانه‌بندی خاک مورد استفاده

جدول ۴ مشخصات خاک مورد آزمایش

وزن مخصوص (kN/m³)	تراکم نسبی (%)	φ (درجه)	E <sub>s</sub> (MPa)
13.8	28±1	33	16.4
15	91±1	41.5	40

### دستگاه و مصالح مورد آزمایش

در تحقیق حاضر برای بررسی رفتار شمع تحت اثر بار جانبی مجموعه دستگاهی طراحی و ساخته شد که جزئیات آن در زیر ارائه شده است.

با در نظر گرفتن تغییر شکل مجاز و با استفاده از رابطه ۲۰ می‌توان مقدار کرنش را در خاک می‌توان محاسبه کرد [۲۴]. همچنین حد بالا و پایین k<sub>hmax</sub> با استفاده از جدول (۳) قابل تعیین است.

$$\epsilon = \frac{y}{1.667B} \quad (20)$$

جدول ۳ مقادیر پیشنهادی k<sub>hmax</sub> [23]

k <sub>hmax</sub> (ksf)	دانسیته نسبی
830-1660	متراکم
450-950	نیمه متراکم
85-225	سست

اکنون با به کارگیری رابطه (۲۱) مقدار k<sub>h</sub> به دست می‌آید. با قرار دادن n<sub>h</sub>=k<sub>h</sub> و استفاده از رابطه (۱) برای تعیین مقدار T، مقدار Q<sub>g</sub> قابل محاسبه است.

$$Q_g = \frac{yEI}{A_y T^3} \quad (21)$$

بر پایه تحلیل‌های انجام شده توسط متلاک و ریس [۹] ضریب جابه‌جایی در سطح زمین A<sub>y</sub>=2.435 است. در حقیقت با داشتن حد بالا و پایین k<sub>hmax</sub> برای یک تغییر شکل مجاز دو مقدار برای Q<sub>g</sub> محاسبه می‌شود.

### اهداف و روش تحقیق

اغلب تحقیقات آزمایشگاهی انجام شده بر روی شمع‌های کوتاه بوده است و شمع‌های بلند کمتر به شکل آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گرفته است.

در تحقیق حاضر سعی شده با انجام آزمون‌های آزمایشگاهی، ظرفیت باربری و رفتار شمع‌های بلند تحت اثر بار جانبی بررسی گردد. همچنین تعیین نقطه پلاستیک (مفصل) در شمع‌ها و نیز اثر پارامترهای مؤثر مانند طول و قطر شمع نیز مورد تحقیق واقع شده‌اند. در این تحقیق با انجام آزمون‌های آزمایشگاهی، شمع‌های بلند تحت اثر بار جانبی قرار گرفته و تغییر شکل آنها اندازه‌گیری و با نظریه‌های مختلف که در

برای مقدار جابه جایی افقی شمع در عمق خاک، سیم های نازکی در فواصل ۲۰۰ میلی متری به شمع ها متصل می شوند. این سیم ها با عبور از سوراخ های ایجاد شده بر روی مخزن خاک در جهت و خلاف جهت اعمال نیرو به گیج های مکانیکی متصل می شوند. در هر مرحله با افزایش بار وارد، مقدار جابه جایی توسط گیج ها ثبت می شود و در نتیجه در هر بارگذاری

وضعیت شمع مشخص می گردد [۲۶].

### نحوه انجام آزمایش

در ابتدا سیم های نازک برای اندازه گیری جابه جایی افقی در فواصل منظم به شمع متصل می شوند و سپس شمع در داخل مخزن قرار می گیرد. خاک ریزی داخل مخزن تا رسیدن به تراز سوراخ های ایجاد شده بر روی مخزن انجام می شود. هنگام رسیدن به تراز سوراخ ابتدا سیم های نازک متصل به شمع از داخل سوراخ مخزن به سمت گیج هایی که بر روی پایه ای در کنار مخزن ثابت شده اند، هدایت می شوند. این سیم ها می شوند و سپس به گیج ها متصل می شوند. این سیم ها بسیار نازک اند و در صورت کوچک ترین ایجاد اصطکاک یا درگیری پاره می شوند. بعد از اتمام خاکریزی سیم مفتولی در ارتفاع ۲۷۰ میلی متری از سطح خاک به شمع متصل می شود. گیج الکتریکی در سطح خاک مماس با بدنه شمع قرار می گیرد. با قرار دادن وزنه در داخل مخزن کوچک به شمع نیروی جانبی اعمال می شود و شمع حول نقطه ای دوران و یا حول نقطه ای در طول شمع ایجاد مفصل می کند. در نتیجه سیم های متصل به شمع کشیده شده و مقدار جابه جایی شمع توسط گیج ها نمایش داده می شود. در هر بارگذاری مقدار نیرو و جابه جایی در اعماق متفاوت ثبت می شود. تصویر دستگاه آزمایش و همچنین طرح شماتیک آن در شکل (۲) نمایش داده شده است [۲۶].

شمع مورد آزمایش. در این تحقیق از لوله های گالوانیزه و آلومینیومی با طول مدافن ۴۰۰، ۶۰۰ و ۸۰۰ میلی متر به عنوان شمع استفاده شده است. مشخصات لوله های مورد استفاده پس از انجام آزمایش کشش بر روی آنها در جدول (۵) درج شده است. شمع های شماره ۱ و ۲ از جنس گالوانیزه و شمع های شماره ۳ و ۴ آلومینیومی می باشند.

جدول ۵ مشخصات شمع های مدل شده در آزمایشگاه

شماره	شمع	وزن (kg/m)	ضریب یانگ (GPa)	ضخامت دیواره (mm)	قطر خارجی (mm)
1		1.00	196	2.4	21.7
2		1.31	196	2.4	27
3		0.25	68	1.9	22
4		0.36	68	1.4	24.8

مخزن خاک. ابعاد مخزن مورد استفاده بر پایه تأثیر منطقه تنش باید ۱۰ برابر قطر شمع در جهت اعمال نیرو برای شمع تحت اثر بار جانبی در حالت استاتیکی در نظر گرفته شود [۱]. بدین منظور با توجه به شمع های مورد استفاده از یک مخزن دایروی به قطر ۷۰۰ میلی متر و ارتفاع یک متر استفاده شده است. برای اندازه گیری جابه جایی افقی شمع در عمق خاک، سوراخ های کوچکی در فواصل ۲۰۰ میلی متری بر روی مخزن در جهت و خلاف جهت اعمال نیرو ایجاد شده است.

نحوه اعمال نیروی افقی. برای اعمال نیروی افقی قرقه ای در ارتفاع ۲۷۰ میلی متری از سطح خاک ثابت شده است. سیم مفتولی از یک طرف به شمع و از طرف دیگر با عبور از روی قرقه به مخزن کوچکی متصل شده است. در داخل مخزن کوچک وزنه قرار می گیرد و نیروی استاتیکی به شمع اعمال می شود. برای کنترل دقیق و صحیح مقدار بار وارد، برای چند آزمایش بین سیم مفتول و شمع نیرو سنج قرار داده شده است و بدین وسیله مقدار نیروی اعمالی کنترل شده است [۲۶].

نحوه اندازه گیری جابه جای افقی. جابه جایی افقی در سطح خاک با گیج الکتریکی اندازه گیری شده است.

جنس شمع و نیز قطر و طول آن با توجه به سختی خاک مورد استفاده در آزمایشگاه، به گونه‌ای انتخاب شده که تغییر مکان‌های ایجاد شده متناسب با واقعیت باشد. در همین ارتباط، نسبت طول به قطر در این تحقیق بین ۱۵ تا ۴۰ در نظر گرفته شده است.

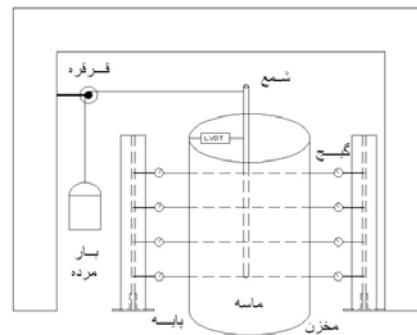
### نتایج آزمایش‌ها

نمودارهای نیرو - جایه‌جایی شمع‌های بلند با استفاده از نظریه‌های بیان شده به دست آمده است. برای تعیین ضریب واکنش بستر از رابطه (۱۶) استفاده شده است. در این رابطه برای داشتن پارامتر طول مشخص نیاز به تعیین ضریب افقی واکنش بستر می‌باشد. دو روش برای به دست آوردن ضریب افقی واکنش بستر به کار برده شده است. روش اول استفاده از جدول (۲) می‌باشد. معمولاً زمانی که اطلاعات دقیقی در دست نباشد از این جدول برای خاک‌های ماسه‌ای استفاده می‌شود. روش دیگر استفاده از رابطه (۹) می‌باشد. با استفاده از این رابطه مقدار ضریب افقی واکنش بستر با توجه به مقدار بار اعمالی و جایه‌جایی شمع تغییر می‌نماید. نمودارهای مربوط به نظریه ضریب واکنش بستر که ضریب افقی واکنش بستر آنها از جدول (۲) به دست آمده است و به بیان دیگر ثابت فرض شده با نام Sub-Re مشخص شده است. هم‌چنین نمودارهای مربوط به این نظریه که ضریب افقی واکنش بستر آنها از رابطه (۹) به دست آمده با نام Sub-Re.(nh) درج شده است. برای نمودارهای مربوط به نظریه الاستیک از نام Elastic و برای نظریه حداقل ضریب افقی واکنش بستر از نام  $K_{hmax}$  استفاده شده است.

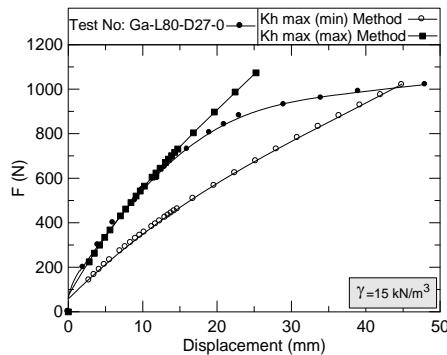
تغییر مکان جانبی شمع‌های گالوانیزه‌ای. در شکل (۳) نتایج آزمایشگاهی شمع گالوانیزه با قطر ۲۷ میلی‌متر که تحت اثر بار جانبی در خاک با وزن مخصوص ۱۵ کیلونیوتون بر متر مکعب در آزمایشگاه قرار گرفته است با تئوری‌های ضریب واکنش بستر و نظریه الاستیک مورد مقایسه قرار گرفته است. همان‌گونه که دیده می‌شود اگر در نظریه ضریب واکنش بستر مقدار ضریب

### برنامه آزمایش‌های انجام شده

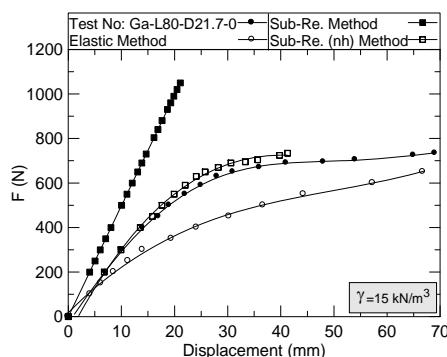
هر یک از آزمایش‌های انجام شده با یک شماره منحصر به فرد و به صورت  $Ga-L^*D^*$  یا  $Al-L^*D^*$  مشخص شده است. حروف Ga نشان دهنده گالوانیزه بودن و Al نشان دهنده آلミニومی بودن شمع مورد استفاده است. حرف L بیانگر طول شمع و عدد بعد از آن طول شمع (cm) می‌باشد. حرف D بیانگر قطر خارجی شمع و عدد بعد از آن قطر شمع (mm) می‌باشد. به عنوان مثال مذکور از ۷.۷۱.۴۰-Ga-L40-D21.7 شمع از جنس گالوانیزه با طول ۴۰ سانتی‌متر و قطر خارجی ۲۱/۷ میلی‌متر می‌باشد. آزمایش‌ها در ماسه با دو وزن مخصوص ( $13.8 \text{ kN/m}^3$  و  $15 \text{ kN/m}^3$ ) متفاوت انجام شده است. برای بررسی تغییر مکان افقی شمع‌های بلند و کوتاه با توجه به سختی شمع و منطقه تأثیر تنفس از شش لوله آلミニومی و شش لوله گالوانیزه با طول‌های ۴۰۰، ۶۰۰ و ۸۰۰ میلی‌متر و قطرهای خارجی متفاوت (که لیست آنها در جدول شماره (۷) قابل مشاهده است) استفاده شده است.



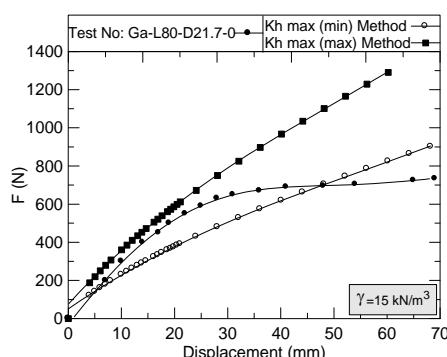
شکل ۲ تصویر و طرح شماتیک دستگاه آزمایش



شکل ۴ مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نظریهٔ حداکثر ضریب افقی واکنش بستر



شکل ۵ مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نظریهٔ الاستیک و ضریب افقی واکنش بستر



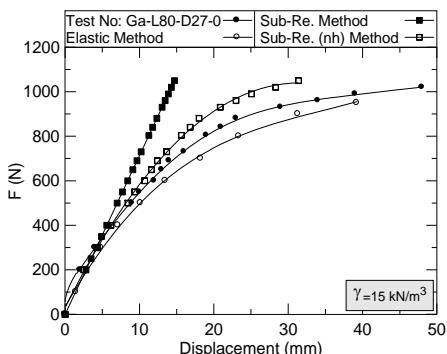
شکل ۶ مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نظریهٔ حداکثر ضریب افقی واکنش بستر

در اشکال (۵) و (۶) شمع گالوانیزه‌ای ذکر شده با قطر ۲۱/۷ میلی‌متر در خاک با وزن مخصوص ۱۵ کیلونیوتن بر متر مکعب با تئوری‌های بیان‌شده مورد مقایسه قرار گرفته شده است. در شکل (۵) مشاهده

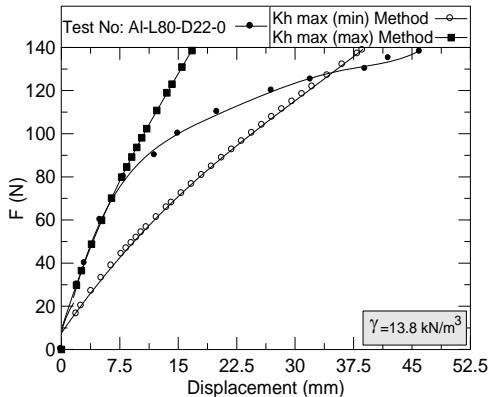
افقی واکنش بستر ثابت فرض شود و یا به عبارتی مقدار آن از جدول (۲) انتخاب شود، با افزایش نیرو مقدار جابه‌جایی به طور یکنواخت افزایش می‌یابد که بدینه است این امر با واقعیت تطابق ندارد. در واقع با افزایش نیروی جانبی به مرحله‌ای می‌رسد که با اندک افزایش در نیروی جانبی مقدار جابه‌جایی زیادی حاصل می‌شود.

با داشتن اطلاعات دقیق‌تر و استفاده از رابطه (۹) برای به دست آوردن ضریب افقی واکنش بستر می‌توان نمودار دقیق‌تری نسبت به واقعیت به دست آورده. ملاحظه می‌شود نظریهٔ الاستیک در این شکل تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد.

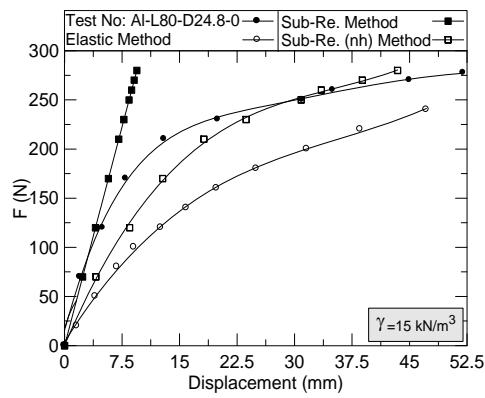
در شکل (۴) نمودار شمع گالوانیزه‌ای در خاک با وزن مخصوص ۱۵ کیلونیوتن بر متر مکعب در کنار نظریهٔ حداکثر ضریب افقی واکنش بستر قرار گرفته است. در نظریهٔ حداکثر ضریب افقی واکنش بستر با استفاده از حد بالا و پایین ضریب افقی واکنش بستر که در جدول (۴) درج شده است، محدوده نمودار شمع‌های بلند تحت اثر بار جانبی را مشخص می‌نماید. در شکل (۴) مشاهده می‌شود نمودار آزمایشگاهی تقریباً در محدوده تعیین شده قرار گرفته است. ابتدای نمودار آزمایشگاهی بر روی مرز بالایی واقع شده است و سپس شیب آن کاهش می‌یابد و به سرعت افقی می‌شود اما نمودارهای حداکثر ضریب افقی واکنش بستر با شیب ملایمی ادامه می‌یابند.



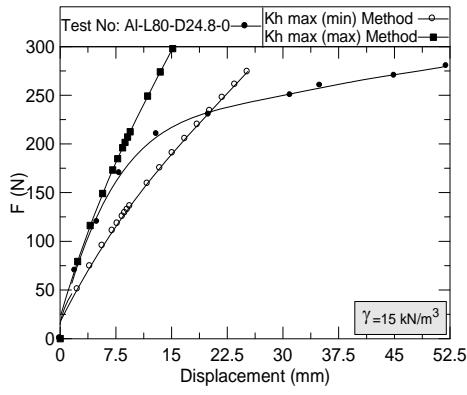
شکل ۳ مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نظریهٔ الاستیک و ضریب افقی واکنش بستر



شکل ۸ مقایسه نمودار آزمایشگاهی شمع تحت اثر بار جانبی با نظریه حداکثر ضریب افقی واکنش بستر



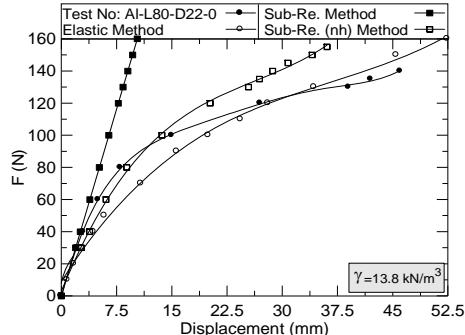
شکل ۹ مقایسه نمودار آزمایشگاهی شمع تحت اثر بار جانبی در خاک با نظریه الاستیک و ضریب افقی واکنش بستر



شکل ۱۰ مقایسه نمودار آزمایشگاهی شمع تحت اثر بار جانبی با نظریه حداکثر ضریب افقی واکنش بستر

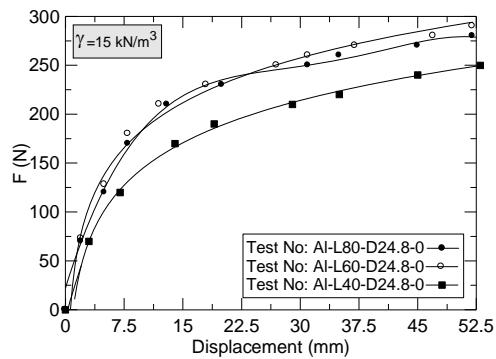
می شود نظریه الاستیک تطابق خوبی در مقابل نمودار آزمایشگاهی از خود نشان نمی دهد. در شکل (۶) نمودار آزمایشگاهی در محدوده مشخص شده قرار گرفته است که البته انتهای نمودار آزمایشگاهی از این محدوده خارج شده است. ملاحظه می شود در نیروی ۷۰۰ نیوتنی تقریباً نمودار آزمایشگاهی به صورت افقی شده است که بیانگر آن است شمع پس از اعمال این نیرو توپایی تحمل کوچکترین باری را ندارد.

**تغییر مکان جانبی شمع های آلومینیومی.** در شکل (۷) نمودار جایه جایی شمع آلومینیومی با قطر ۲۲ میلی متر تحت اثر بار جانبی در خاک با وزن مخصوص ۱۳/۸ کیلونیوتن بر متر مکعب با نظریه ضریب افقی واکنش بستر و نظریه الاستیک مقایسه شده است. در ابتدای این نمودار ملاحظه می شود تمامی ثبوری های به کار برده شده تطابق خوبی با نمودار آزمایشگاهی دارند. نمودار جایه جایی افقی این شمع با نظریه حداکثر ضریب افقی واکنش بستر نیز مقایسه شده است که در شکل (۸) نمایش داده شده است. لازم به ذکر است، شمع بلند با طول مدفون ۶۰۰ میلی متر نیز رفتاری همانند شمع با طول مدفون ۸۰۰ میلی متر دارد. نمودار جایه جایی افقی شمع آلومینیومی در سطح خاک با قطر ۲۴/۸ در خاک با وزن مخصوص ۱۵ کیلونیوتن بر متر مکعب در شکل های (۹) و (۱۰) نشان داده شده است.

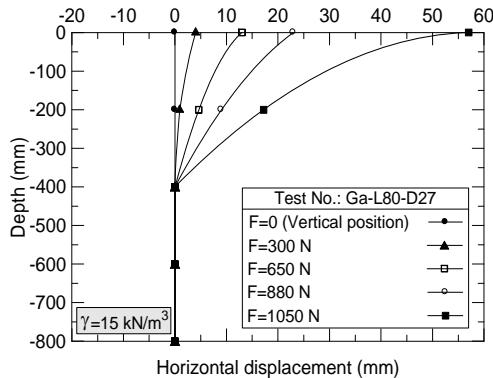


شکل ۷ مقایسه نمودار آزمایشگاهی شمع تحت اثر بار جانبی با نظریه الاستیک و ضریب افقی واکنش بستر

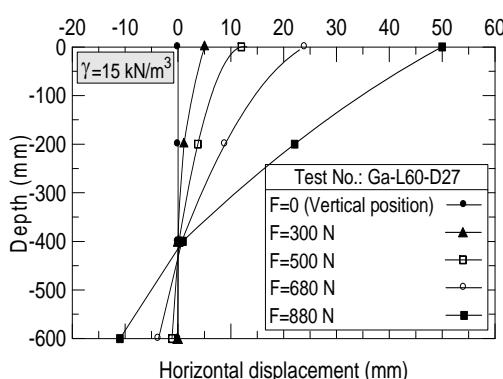
شده است. رفتار شمع گالوانیزه ای با طول ۴۰۰ و ۶۰۰ میلی متر که در اشکال (۱۳) و (۱۴) قابل مشاهده است، به شکل شمع کوتاه می باشد. با توجه به اشکال (۱۵) و (۱۶) ملاحظه می شود رفتار دو شمع آلومینیومی با طول های ۶۰۰ و ۸۰۰ میلی متر تقریباً یکی می باشد و شمع آلومینیومی دارای طول ۴۰۰ میلی متر که در شکل (۱۷) نمایش داده شده است تحت اثر بار جانبی ابتدا کمی خمیده شده است و سپس شروع به دوران نموده است.



شکل ۱۱ رفتار شمع های آلومینیومی در خاک با وزن مخصوص ۱۵  $\text{kN/m}^3$



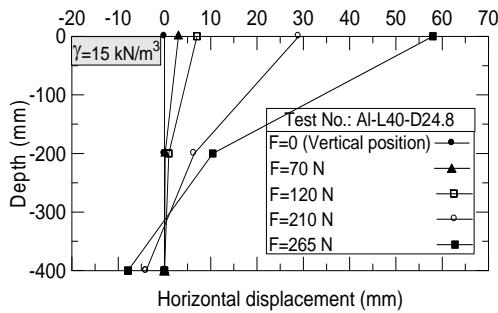
شکل ۱۲ جایه جایی افقی شمع با طول مدفون ۸۰۰ میلی متر در اعماق مختلف



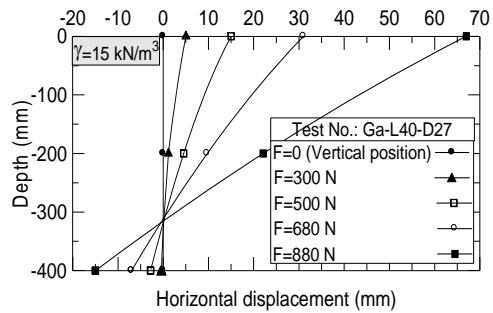
شکل ۱۳ جایه جایی افقی شمع با طول مدفون ۸۰۰ میلی متر در اعماق مختلف

رفتار شمع های بلند. شمع بلند تحت اثر بار جانبی در نقطه ای در طول شمع تشکیل مفصل می دهد. قسمت بالای نقطه مفصل جایه جایی افقی خواهد داشت و قسمت پایین نقطه مفصل در خاک به طور ثابت باقی خواهد ماند. اگر طولی که در داخل خاک ثابت باقی ماند به اصطلاح طول گیرداری نامیده شود، افزایش طول شمع در هر شمع بلندی که طول گیرداری آن تأمین شده باشد تأثیری در رفتار آن شمع ندارد. شمع های بلند آلومینیومی در خاک با وزن مخصوص ۱۵ کیلونیوتن بر متر مکعب تحت اثر بار جانبی قرار گرفته اند که نتایج آن در شکل (۱۱) مشاهده می شود.

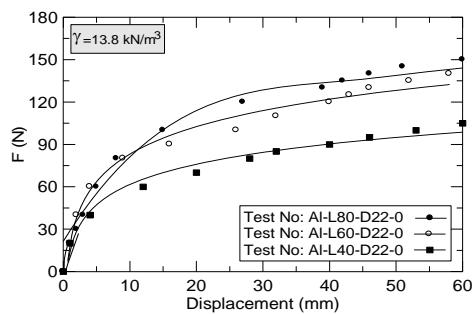
رفتار شمع با طول مدفون ۸۰۰ میلی متر کاملا مشابه با رفتار شمع با طول ۶۰۰ میلی متر می باشد. در واقع طول گیرداری لازم در شمع با طول مدفون ۶۰۰ میلی متر تأمین شده است و با افزایش طول آن به ۸۰۰ میلی متر تغییری در رفتار شمع حاصل نمی شود. شمع با طول ۴۰۰ میلی متر تحت اثر بار جانبی ابتدا خمیده شده و سپس تشکیل مفصل داده است. برای درک بهتر رفتار شمع بلند، تغییر شکل شمع های گالوانیزه و آلومینیومی در اعماق خاک با طول های ۴۰۰، ۶۰۰ و ۸۰۰ میلی متر و قطر ۲۷ و ۲۴/۸ میلی متری در اشکال (۱۲) تا (۱۵) به عنوان نمونه در چهار مرحله از بار گذاری نمایش داده



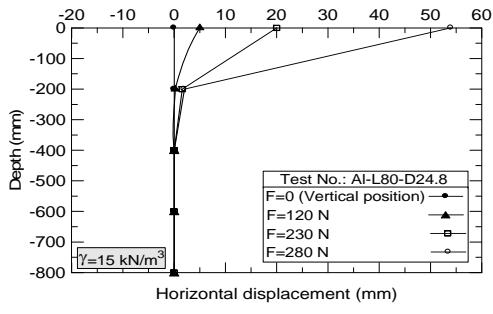
شکل ۱۷ جابه‌جایی افقی شمع با طول مدفون ۴۰۰ میلی‌متر در اعمق متفاوت



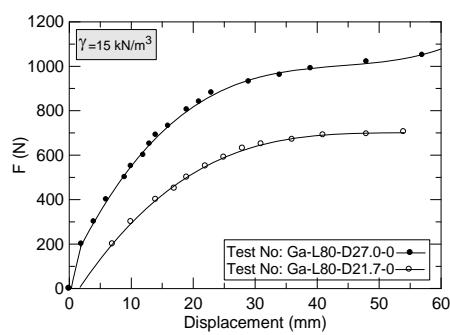
شکل ۱۴ جابه‌جایی افقی شمع با طول مدفون ۸۰۰ میلی‌متر در اعمق متفاوت



شکل ۱۸ رفتار شمع‌های آلミニومی در خاک با وزن مخصوص  $13/8 \text{ kN/m}^3$



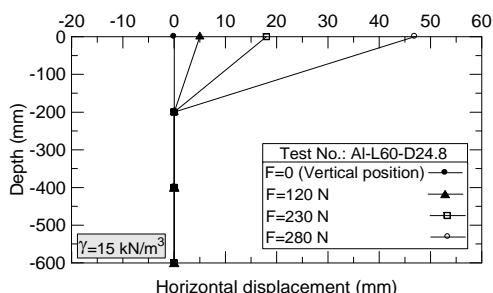
شکل ۱۵ جابه‌جایی افقی شمع با طول مدفون ۸۰۰ میلی‌متر در اعمق متفاوت



شکل ۱۹ رفتار شمع‌های گالوانیزه در خاک با وزن مخصوص  $15 \text{ kN/m}^3$

مکان تشکیل مفصل در شمع‌های بلند. با مراجعه به جدول (۶) ملاحظه می‌شود شمع گالوانیومی با طول ۸۰۰ میلی‌متر و قطر  $24/8$  میلی‌متر در خاک با وزن مخصوص  $15$  کیلونیوتون بر متر مکعب در فاصله  $140$  میلی‌متری نسبت به سطح خاک، تشکیل مفصل داده اما شمع گالوانیزه‌ای با همان طول و قطر  $21/7$  در فاصله

در شکل (۱۸) رفتار شمع‌های آلミニومی در خاک با وزن مخصوص  $13/8$  کیلونیوتون بر متر مکعب تحت اثر بار جانبی مشاهده می‌شود. رفتار شمع با طول مدفون  $800$  میلی‌متر همانند شمع با طول مدفون  $600$  میلی‌متر می‌باشد. در شکل (۱۹) دو شمع بلند در شرایط یکسان تحت اثر بار جانبی قرار گرفته‌اند که ملاحظه می‌شود، برای یک جابه‌جایی افقی مشخص، شمع با قطر بیشتر نیاز به نیروی جانبی بیشتری دارد.



شکل ۱۶ جابه‌جایی افقی شمع با طول مدفون ۶۰۰ میلی‌متر در اعمق متفاوت

نتایج پیش‌بینی رفتار شمع ها. در بین شمع های مورد آزمایش چهار شمع با کدهای Ga-L40-D21.7، Ga-L40-D21.7، L60-D27 و Ga-L60-D27 رفتار شمع کوتاه و بقیه رفتار شمع بلند از خود نشان داده اند. با در نظر گرفتن جدول (۱) و جدول (۷) ملاحظه می شود در میان روابط ارائه شده برای پیش‌بینی رفتار شمع ها، رابطه برازنز نسبت به سایر روابط پیشنهاد شده، رفتار شمع ها را بهتر پیش‌بینی نموده است. در رابطه برازنز در صورتی که نسبت طول شمع مدافن به طول مشخص کوچک تر از عدد دو و یا بزرگ تر از چهار باشد شمع به ترتیب کوتاه و بلند می باشد و در صورتی که بین دو و چهار باشد ممکن است شمع رفتار بلند یا کوتاه داشته باشد.

۲۴۰ میلی متری نسبت به سطح خاک تشکیل مفصل داده است. هم‌چنین شمع گالوانیزه ای با قطر بیشتر در فاصله ۲۵۰ میلی متری نسبت به سطح خاک تشکیل مفصل داده است که این روند نشان می دهد در شرایط یکسان با افزایش سختی شمع، نقطه مفصلی شدن نسبت به سطح خاک افزایش می یابد. شمع با طول مدافن ۴۰۰ میلی متری نیز به دلیل عدم تأمین طول گیرداری لازم شروع به دوران نموده است. لازم به توضیح است که شمع با طول مدافن ۴۰۰ میلی متر در خاک با وزن مخصوص  $13/8$  کیلونیوتن بر متر مکعب تحت اثر نیروی جانبی مقدار انحنای بسیار کمی نسبت به بقیه شمع ها داشته است. این شمع هنوز به طور کامل تشکیل مفصل نداده که شروع به دوران نموده است.

جدول ۶ نقطه مفصل شمع نسبت به سطح خاک تحت اثر بار جانبی

Test No.	وزن مخصوص خاک (kN/m <sup>3</sup> )	نقطه مفصلی شدن نسبت به سطح خاک (mm)	توضیحات
Al-L40-D22	13.8	100	نقطه دوران نسبت به سطح خاک ۳۱۰ میلی متر
Al-L60-D22		165	
Al-L80-D22		170	
Al-L40-D24.8	15	150	نقطه دوران نسبت به سطح خاک ۳۰۰ میلی متر
Al-L60-D24.8		145	
Al-L80-D24.8		140	
Ga-L80-21.7	15	240	
Ga-L80-D27	15	250	

جدول ۷ پیش‌بینی رفتار شمع ها

Label	$\gamma$	Ep	Es	Broms	Poulos & Davis	Bierschwale	Dobry	Davies & Budhu	Poulos & Hull
	kN/m <sup>3</sup>	GPa	MPa	L/T	Kr	L/B	SH	$1.5BK^{0.36}$	Lc
Ga-L40-D21.7	15	196	40	1.94	0.0013	18	2.19	0.7	0.34
Ga-L60-D21.7	15	196	40	3.15	0.0003	27	3.29	0.7	0.34
Ga-L80-D21.7	15	196	40	4.49	0.0001	36	4.38	0.7	0.34
Ga-L40-D27	15	196	40	1.83	0.0028	14	1.76	0.87	0.41
Ga-L60-D27	15	196	40	3.02	0.0005	22	2.64	0.87	0.41
Ga-L80-D27	15	196	40	4.06	0.0002	29	3.52	0.87	0.41
Al-L40-D22	13.8	68	16.4	2.84	0.001	18	2.5	0.67	0.32
Al-L60-D22	13.8	68	16.4	4.26	0.0002	27	3.37	0.67	0.32
Al-L80-D22	13.8	68	16.4	5.68	0.0001	36	4.5	0.67	0.32
Al-L40-D24.8	15	68	40	2.76	0.0005	16	2.49	0.55	0.26
Al-L60-D24.8	15	68	40	4.14	0.0001	24	3.74	0.55	0.26
Al-L80-D24.8	15	68	40	5.51	0	32	4.99	0.55	0.26

محدودهای را مشخص می‌کند و نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد در اکثر موقع تقریباً نمودار جابه‌جایی افقی شمع در این محدوده قرار می‌گیرد. لذا این روش نسبت به روش الاستیک بهتر به نظر می‌رسد.

رفتار شمع‌های بلند با طول‌های متفاوت و سایر مشخصات یکسان در صورتی که طول گیرداری آنها تأمین شده باشد، یکسان است. در نیروهای کوچک جابه‌جایی این شمع‌ها نزدیک به هم می‌باشد. در ابتدای نمودار مشخص می‌باشد که تمام نمودارها تقریباً بر روی یکدیگر قرار گرفته‌اند (شکل ۱۱) سپس شمع کوتاه‌تر به علت عدم تأمین طول گیرداری لازم، شروع به دوران کرده است. در واقع نیروی لازم برای جابه‌جا نمودن خاک اطراف کمتر از نیروی لازم برای ادامه خم نمودن شمع بوده است. با در نظر گرفتن نمودارها و جابه‌جایی‌هایی که در عمق خاک صورت گرفته می‌توان گفت که طول مدفون لازم برای این شمع‌ها بیشتر از ۴۰۰ میلی‌متر و کمتر از ۶۰۰ میلی‌متر می‌باشد که افزایش طول شمع بیشتر از آن، تأثیری بر رفتار شمع ندارد. در صورت تأمین طول گیرداری شمع افزایش طول شمع تأثیری در رفتار شمع ندارد.

### نتیجه گیری

- در میان روابط ارائه شده برای پیش‌بینی رفتار شمع به لحاظ کوتاه یا بلند بودن، رابطه برامز نسبت به سایر روابط از دقت بیشتری برخوردار است.
- در میان روش‌های نامبرده، نظریه حداکثر ضربی افقی واکنش بستر نسبت به سایر نظریه‌ها برای تعیین ظرفیت برابری جانبی شمع‌های بلند بهتر می‌باشد. البته با داشتن مقدار دقیق ضربی افقی واکنش بستر می‌توان از نظریه ضربی افقی واکنش بستر نیز استفاده نمود.
- افزایش قطر در شمع‌های بلند باعث افزایش ظرفیت برابری جانبی می‌شود.
- افزایش طول شمع در شمع‌های بلندی که طول گیرداری آنها تأمین شده است، هیچ تأثیری در

### بحث بر روی نتایج

با توجه به آزمایش‌های صورت گرفته و مشاهده نتایج می‌توان گفت در صورت استفاده از نظریه ضربی واکنش بستر به نحوی که مقدار ضربی افقی واکنش بستر ثابت فرض شود برای تغییر شکل‌های اولیه شمع می‌تواند کاربرد داشته باشد (محدوده ابتدای نمودار شکل (۳) که شمع رفتار الاستیک دارد). باید دانست ضربی افقی واکنش بستر نه تنها در عمق خاک بلکه در یک عمق ثابت با توجه به تغییر شکل‌های به وجود آمده تغییر پیدا می‌کند. در صورت استفاده از ضربی افقی واکنش بستر متغیر (استفاده از رابطه ۹) نتایج هم خوانی بهتری دارد و به واقعیت نزدیکتر می‌شود. در نظریه الاستیک نیز هرچه اطلاعات دقیق‌تری از شمع و خاک در محل موجود باشد تطبیق بهتری با واقعیت خواهد داشت.

هنگامی که شمع تحت اثر بار جانبی قرار می‌گیرد (شکل ۴)، اگر نیروی جانبی به‌طور پیوسته افزایش یابد زمانی می‌رسد که با کوچک‌ترین افزایش نیرو، شمع جابه‌جایی زیادی از خود نشان می‌دهد. این موضوع در نمودارهای حداکثر ضربی افقی واکنش بستر مشاهده نمی‌شود. نمودارهای حداکثر ضربی افقی واکنش بستر تا جابه‌جایی افقی زیادی تا حد دو برابر قطر شمع در مقابل نمودار آزمایشگاهی تطابق خوبی از خود نشان می‌دهند و می‌توان از آنها در پیش‌بینی حداکثر ظرفیت باربری شمع تحت اثر بار جانبی استفاده نمود.

با توجه به نتایج و مقایسه‌های انجام شده می‌توان گفت برای پیش‌بینی رفتار شمع بلند تحت اثر بار جانبی در صورتی که اطلاعات دقیقی از خاک به‌ویژه ضربی افقی واکنش بستر موجود باشد، روش ضربی افقی واکنش بستر بهترین روش در میان روش‌های نامبرده است. در صورتی که اطلاعات کلی از خاک و شمع موجود باشد، می‌توان با توجه به داده‌های موجود از هر یک از روش‌های الاستیک و حداکثر ضربی افقی واکنش بستر استفاده نمود. روش حداکثر ضربی افقی واکنش بستر

- می شود. به طور کلی با افزایش سختی شمع فاصله نقطه مفصل نسبت به سطح خاک افزایش می یابد.
- ظرفیت باربری شمع ندارد.
۵. تغییر سختی شمع بلند باعث تغییر فاصله نقطه مفصلی شدن در طول شمع نسبت به سطح خاک

### مراجع

- Poulos, H.G. and Davis, E.H., "Pile Foundation Analysis and Design", John Wiley and Sons, New York, NY, (1980).
- Hansen B., J., "The Ultimate Resistance of Rigid Piles Against Transversal Forces", Danish Geotech. Institute, Bull, Copenhagen 12, pp. 5-9, (1961).
- Broms, B., "The Lateral Resistance of Piles in Cohesive Soils", *J. Soil Mech. Found. Div.*, ASCE, Vol. 90, No. SM2, pp. 27-63, (1964a).
- Broms, B., "The Lateral Resistance of Piles in Chhesive Soils", *J. Soil Mech. Found. Div.*, ASCE., Vol. 90, No. SM3, pp. 123-156, (1964b).
- Petrasovits, G. and Award, A., "Ultimate Lateral Resistance of a Rigid Pile in Cohesionless Soil", Proc., 5<sup>th</sup> European Conf. on SMFE, Madrid, Vol. 3, pp. 407-412, (1972).
- Meyerhof, G. G., Mathur, S. K. and Valsangkar, A. J., "Lateral Resistance and Deflection of Rigid Wall and Piles in Layered Soils", *Canadian Geotech. J.*, Vol. 18, pp. 159-70, (1981).
- Meyerhof, G. G., "Behaviour of Pile Foundations Under Special Loading Conditions", *Canadian Geotech. J.*, Vol. 32, pp. 204-22, (1995).
- Prasad, V.S.N. and Chari, T. R., "Lateral Capacity of Model Rigid Piles in Cohesionless Soils", Japanese Geotechnical Society, Vol. 39, No. 2, pp. 21-29, (1999).
- Reese, L. C. and Matlock, H., "Non-Dimensional Solutions for Laterally Loaded Piles with Soil Modulus Assumed Proportional to Depth", 8<sup>th</sup> Texas Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Austin, TX, pp. 1-41, (1956).
- Kumar, S., Lalvani, L. and Omar, M., "Nonlinear Response of Single Piles in Sand Subjected to Lateral Loads Using Khmax Approach", *Geotechnical and Geological Engineering Journal*, Springer, Vol. 24, pp. 163-181. (2006).
- Christensen, N. H., "Model Tests with Transversally Loaded Rigid Piles in Sand", Danish Geotech. Ins., Bull. Copenhagen, No. 12, pp. 10-16, (1961).
- Zhang, L., Silva, F. and Grimala, R., "Ultimate Lateral Resistance to Piles in Cohesionless Soils", *J. Geotech. Geoenviron. ASCE*, Vol.131, pp. 78-83, (2005).
- Murugan, M., Natarajan, C. and Muthukumaran, K., "Behavior of Laterally Loaded Piles in Cohesionless soils", *J. Earth Science and Engineering*, Vol. 4, No. 6 SPL, pp.104-106, (2011).
- Boominathan, A., Ayothiraman, R., "An Experimental Study on Static and Dynamic Bending

- Behavior of Piles in Soft Clay", *Geotechnical and Geological Engineering*, Springer, Vol. 25, pp. 177-189, (2007).
15. Bierschwale. M., Coyle. H. and Bartowkewitz, R., "Lateral Load Tests on Drilled Shafts Founded in Clay", *Drilled Piers Caissons ASCE*, pp. 98-113, (1981).
  16. Dobry, R., Vicente, E., O'Rourke and Roessel, JM., "Horizontal Stiffness and Damping of Single piles", *J. Geotech. Eng Div ASCE*, Vol. 108, pp. 439-459, (1982).
  17. Davies, T. and Budhu, M., "Nonlinear Analysis of Laterally Loaded Piles in Heavily Over Consolidated Clay", *Geotechnique*. Vol. 36, pp. 527-538, (1986).
  18. Poulos, H. G. and Hull, T., "The Role of Analytical Geo-mechanics Current Principles and Practices", *ASCE*, Vol. 2, pp. 1578-1606, (1989).
  19. Terzaghi, K., "Evaluation of coefficient of subgrade reaction", *Geotechnique*, Vol. 5, pp. 297-326, (1955).
  20. Seed, H.B and Idriss, I M " Soil moduli and damping factors for dynamic response analyses", Report EERC 70-10, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley (1970).
  21. Mwindo, J.M., "Strain Dependent Soil Modulus of Horizontal Subgrade Reaction", MS Thesis, University of Missonri, Rolla, Mo, (1992).
  22. Kumar, S., "Non-Linear Load Deflection Prediction of Single Piles in Sand Using a Subgrade Reaction Approach", MS Thesis, University of Missouri, Rolla, MO, (1993).
  23. Prakash, S., and Kumar, S., "Nonlinear Lateral Pile Deflection Prediction in Sands", *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 122, No. 2,pp. 130–138, (1996).
  24. Blaney, G. W. and O'Neill, M. W., "Measured Lateral Response of Mass on Single Pile in Clay", *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 114, No.11,pp. 126–1342, (1986).
  25. Movahedifar, M. and Bolouri-Bazaz, J., "An Estimation of Passive Pressure Against Integral Bridge Abutments Considering Arching Effects ", *ACTA Geotechnica Slovenica.*, Vol. 10, No. 1, pp. 19-31,(2013).
  ۲۶. کشاورز، جواد "بررسی آزمایشگاهی ظرفیت باربری جانبی شمع‌ها در خاک ماسه‌ای" ، پایان نامه کارشناسی ارشد، گروه عمران، دانشگاه فردوسی مشهد (۱۳۹۱).