



Seismic Analysis of a Semi-Sine Hill-Valley Topography Overlying a Subsurface Cavity Under Vertical P-SV Wave Propagation Using the DR-BEM

Research Article

Pouya Kavandi¹, Mehdi Panji² , Navid Ganjian³, Jafar Asgari Marnani⁴

DOI: [10.22067/jfcej.2025.92202.1343](https://doi.org/10.22067/jfcej.2025.92202.1343)

1. Introduction and Research Objectives

Complex and heterogeneous topographies, such as successive hills and valleys, along with subsurface structures (e.g., tunnels), are common in mountainous and urban areas. These features impose a complex loading pattern on surface and subsurface structures by creating seismic amplification and deamplification effects, challenging their seismic performance prediction. Despite the advancement of numerical methods like Finite Element and Finite Difference Methods, analyzing semi-infinite domains with these methods is computationally expensive and time-consuming. Conversely, direct boundary element methods require complex time-dependent fundamental solutions. This research aims to fill the gap in the technical literature by developing and applying the Time-Domain Dual Reciprocity Boundary Element Method (DR-BEM) for the seismic analysis of a realistic combined topographic feature consisting of a semi-sine hill-valley overlying a circular subsurface cavity under vertical in-plane P-SV wave propagation. The core innovation of this study is the development of an efficient and accurate algorithm for the simultaneous and complex modeling of these features in a semi-infinite medium.

2. Research Methodology and Innovations

The foundation of the method is the Time-Domain Dual Reciprocity Boundary Element Method (DR-BEM). In this method, by employing static fundamental solutions and applying Betti's reciprocal theorem and displacement field approximation, the governing integral equations for P-SV wave propagation in an elastic, semi-infinite medium are reformulated. The key innovations of the proposed method are:

- Development of DRBEM equations for dynamic problems of semi-infinite media considering free-field wave conditions.
- Creation of a step-by-step time-history

algorithm based on the Houbolt method.

- Effective integration of the free-field wave (of Ricker wavelet type with vertical incidence) into the analysis process.
- Capability to transform time-domain results to the frequency domain using the Fast Fourier Transform (FFT).

To validate the method, the seismic response of two classic benchmark problems, single semi-circular valleys and hills under P and SV waves, was first computed and compared with accurate existing results in the literature (works by Kawase (1988) and Kamalian et al. (2006)), showing excellent convergence.

3. Numerical Case Study Model

Following validation, a complex and realistic model was analyzed as a case study. The geometry of this model, as shown in Figure 1, includes:

- A combined topographic feature in the form of a semi-sine hill-valley with width and height $A=100$ m.
- A circular subsurface cavity with a diameter of $b = 0.7A$, located at a depth of $d = 1.5b$ from the ground surface.

The mechanical properties of the medium include a density of 1 ton/m^3 , shear wave velocity of 800 m/s , and compressive wave velocity of 1497 m/s (equivalent to a Poisson's ratio of 0.25). Analyses were performed in both time and frequency domains for vertically incident P and SV waves.

4. Key Findings and Discussion

The results of frequency-domain and time-domain analyses revealed the following important findings:

- **Response Amplitude in Frequency Domain:**
 - Under P-wave: The maximum vertical displacement component amplitude on the hill crest and valley base reached 3.5 and 2.5 units, respectively, at the

* Manuscript received February 15, 2025, Revised November 11, 2025, Accepted December 20, 2025.

¹ Ph.D. in Geotechnical Engineering, Department of Civil Engineering, SR. C., Islamic Azad University, Tehran, Iran.

² Corresponding Author: Associate Professor, Department of Civil Engineering, Za. C., Islamic Azad University, Zanjan, Iran. Email: m.panji@iau.ac.ir

³ Assistant Professor, Department of Civil Engineering, SR. C., Islamic Azad University, Tehran, Iran.

⁴ Assistant Professor, Department of Civil Engineering, CT. C., Islamic Azad University, Tehran, Iran.

dimensionless frequency 0.5. At a dimensionless frequency of 1, the response pattern became much more complex, and the maximum amplification (3 units) was observed at the valley side.

- Under SV-wave: The maximum horizontal displacement component amplitude (3 units) occurred at the hill-valley junction at a dimensionless frequency of 0.5. At a dimensionless frequency of 1, the amplification of the vertical component at the hill crest and valley base increased to 3.5 units.

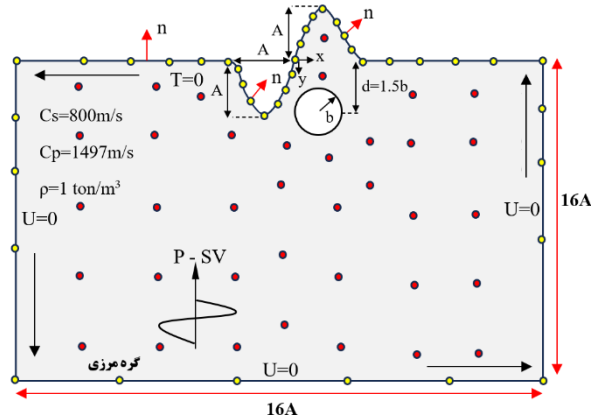


Fig. 1. Geometric model and boundary conditions of the semi-sine hill-valley topography overlying a circular subsurface cavity.

- **Effect of Internal Points (IP):** The accuracy of the DRBEM depends on the number of internal points. Results indicated that using 1600 internal points leads to satisfactory convergence and excellent agreement with the reference method (TDBEM) results.
- **Time-Domain Response and SDOF Analysis:** The time history of displacement at points around the cavity (tunnel) was extracted and fed as input to a Single Degree of Freedom (SDOF) system with 5% damping. Results showed that the tunnel crown (point A) always experiences the highest structural amplification, and the dominant system period falls within the range of 1 to 2 seconds, which is crucial for seismic design.
- **Wave Propagation Snapshots:** These snapshots, which are an advantage of the DRBEM, clearly illustrate the propagation and trapping of waves in the confined region between the surface feature and the underground cavity. It was found that the cavity acts as a reflector on the hill side and as a wave absorber on its underside.

5. Conclusion and Applications

This research successfully developed and validated an efficient numerical framework based on the Time-Domain Dual Reciprocity Boundary Element Method (DRBEM) for the seismic analysis of combined topographies overlying subsurface cavities. The main advantages of the proposed method include ease of modeling complex features, acceptable accuracy compared to direct boundary methods, and the ability to provide results simultaneously in the time and frequency domains. The most significant limitation of the method is

the need to define a sufficient number of internal points (about 1600 points in this study) to achieve desired accuracy.

The findings of this research are directly applicable to optimizing seismic design codes for surface and subsurface structures located in areas with complex topography (e.g., mountainous regions). Identifying points with maximum amplification (mainly in the region between the hill-valley feature and the cavity) emphasizes the necessity for special attention to the strengthening and detailed design of these areas in seismically active zones.



تحلیل لرزه‌ای توپوگرافی تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر حفره زیرسطحی در برابر انتشار امواج قائم P-SV توسط اجزای مرزی تقابل دوگانه*

مقاله پژوهشی

پویا کاوندی^(۱) مهدی پنجمی^(۲) نوید گنجیان^(۳) جعفر عسگری مارنانی^(۴)

DOI: 10.22067/jfpei.2025.92202.1343

چکیده در این مقاله کارایی یک رویکرد عددی موسوم به روش اجزای مرزی تقابل دوگانه در حوزه زمان برای تحلیل لرزه‌ای عوارض توپوگرافی مرکب در برابر انتشار امواج قائم P-SV ارائه شده است. ابتدا ضمن معرفی و توسعه معادلات روش مزبور پیرامون مسائل ژئوتکنیک لرزه‌ای مبتنی بر افتتاح شرایط موج میدان آزاد، به تهیه یک الگوریتم گام به گام تاریخیچه زمانی به کمک آن پرداخته شده است. سپس، صحت نتایج حاصل با تحلیل چند مثال کلاسیک موجود در ادبیات فنی اعم از تپه و دره نیم‌دایره‌ای منفرد، اعتبارسنجی شده است. در ادامه با توسعه یک مدل ناهمگون توپوگرافی شامل تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر یک حفره زیرسطحی، دامنه تغییر مکان سطح زمین و پیرامون حفره در برابر هجوم امواج قائم درون‌صفحه در دو حوزه زمان و فرکانس حساسیت‌سنجی شده است. نتایج مطالعه عددی نشان داد که حداکثر دامنه پاسخ سطح تپه و دره نیم‌سینوسی به ترتیب برابر ۳.۵ و ۲.۵ واحد در فرکانس بی‌بعد ۰.۵ در برابر انتشار امواج قائم P حاصل شده است که این مقدار متعلق به مؤلفه عمودی تغییر مکان است. همچنین در حالت انتشار امواج قائم SV، حداکثر دامنه پاسخ در گره اتصال دره و تپه نیم‌سینوسی به میزان ۳ واحد در فرکانس بی‌بعد ۰.۵ حاصل شد که متعلق به مؤلفه افقی تغییر مکان بود.

واژه‌های کلیدی روش اجزای مرزی تقابل دوگانه، عارضه نیم‌سینوسی، حفره دایره‌ای، امواج P-SV، پاسخ لرزه‌ای.

Seismic Analysis of a Semi-Sine Hill-Valley Topography Overlying a Subsurface Cavity Under Vertical P-SV Wave Propagation Using the DR-BEM

Pouya Kavandi Mehdi Panji Navid Ganjian Jafar Asgari Marnani

Abstract This paper presents the efficiency of a time-domain numerical approach, known as the Dual Reciprocity Boundary Element Method (DRBEM), for the seismic analysis of combined topographic features under vertical in-plane P-SV wave propagation. First, by introducing and developing the governing equations of the method for seismic geotechnical problems based on satisfying the free-field wave conditions, a step-by-step time-history algorithm is developed. Subsequently, the accuracy of the results is validated by analyzing several classic benchmark examples available in the literature, including single semi-circular hills and valleys. Furthermore, by developing a heterogeneous topographic model consisting of a semi-sine hill-valley overlying a subsurface cavity, the displacement amplitude on the ground surface and around the cavity is investigated through sensitivity analyses in both the time and frequency domains under incident vertical in-plane waves. The numerical results indicate that the maximum response amplitude on the crest of the semi-sine hill and the base of the valley reached 3.5 and 2.5 units, respectively, at the dimensionless frequency of 0.5 under vertical P-wave propagation, corresponding to the vertical displacement component. Additionally, under vertical SV-wave propagation, the maximum response amplitude at the junction of the hill and valley reached 3 units at the dimensionless frequency of 0.5, which was attributed to the horizontal displacement component.

Key words Dual Reciprocity Boundary Element Method (DRBEM), Semi-Sine Feature, Circular Cavity, P-SV Waves, Seismic Response.

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۳/۱۱/۲۷ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۴/۹/۲۹ می‌باشد.

(۱) دانشجوی دکتری، گروه مهندسی عمران، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران.

(۲) نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مهندسی عمران، واحد زنجان، دانشگاه آزاد اسلامی، زنجان.

(۳) استادیار، گروه مهندسی عمران، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران.

(۴) استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده عمران و منابع زمین، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی.

مقدمه

مطالعه اثر ناشی از زلزله بر سازه‌های زیرسطحی نشان داده است که وجود توپوگرافی‌های سطحی نقش عمده در خرابی‌های سازه‌های روسطحی در مواجهه با امواج لرزه‌ای دارد [1]. توپوگرافی سطحی با ایجاد مناطقی با اثر بزرگ‌نمایی و کوچک‌نمایی زلزله موجب می‌شود تا سازه‌های زیرسطحی در معرض بارهایی با الگوی پیچیده مکانی - زمانی قرار بگیرند که این امر موجب پیچیده شدن پیش‌بینی رفتار سازه در برابر زلزله خواهد شد [2,3]. پژوهش‌های اخیر نشان داده است که عمده خرابی سازه‌های زیرسطحی در حین زلزله مربوط به تونل‌های زیرسطحی است [4]. این نوع خرابی‌ها شامل گسیختگی در امتداد طول و عرض، فروریزش بخشی از تونل و همچنین از بین رفتن پوشش عایق نگهدارنده تونل و تجمع آب زیرسطحی درون تونل است [5]. به منظور درک هر چه بهتر رفتار تونل‌ها در برابر امواج زلزله روش‌های مختلفی پیشنهاد شده است. عمده روش‌های استفاده شده در این راستا شامل روش‌های آزمایش برجا، تحلیلی و عددی هستند. روش آزمایش برجا در مطالعه رفتار لرزه‌ای تونل‌ها و توپوگرافی (Topography) را می‌توان در دسته روش‌های رفتارسنجی ابزار دقیق دسته‌بندی کرد که در آن با کارگزاری سیستم‌های اندازه‌گیری تغییر مکان در مناطق مختلف تونل، میزان اثر ناشی از لرزه‌های جنبی بر آن ارزیابی می‌شود. در روش دیگر استفاده از روش‌های ژئوفیزیک (Geophysical Methods) نظیر انتشار موج در امتداد مقطع تونل به منظور رفتارسنجی لرزه‌ای آن پیشنهاد شده است [6]. اگر چه روش‌های آزمایش برجا بر طبیعت واقعی سازه‌های زیرسطحی منطبق هستند و نتایج دقیق و نزدیک به واقعیت ارائه می‌دهند، لکن نیاز به ابزار دقیق و نیروی متخصص برای به‌کارگیری آن‌ها، از جمله موانعی است که موجب شده دسترسی به این دسته از روش‌ها در تمامی شرایط ممکن نباشد.

در سال‌های اخیر با رشد رایانه‌ها و ابزارهای تحلیلگر توجه به سمت روش‌های محاسباتی برای پیش‌بینی رفتار لرزه‌ای تونل‌های زیرسطحی معطوف شده است. در روش‌های محاسباتی با توسعه یک مدل ریاضی ساده شده از تونل و توپوگرافی زیرسطحی و سپس اقلان شرایط مرزی و اولیه مناسب بر آن سعی می‌شود تا یک پاسخ بهینه از رفتار واقعی سازه در برابر زلزله حاصل کرد. روش‌های محاسباتی در دو دسته کلی روش‌های تحلیلی و روش‌های عددی قابل تقسیم‌بندی است [7,8]. در رویکردهای تحلیلی با استخراج معادلات حاکم بر انتشار موج در

یک محیط بی‌نهایت و سپس اعمال شرایط مرزی در قالب ریاضیات، سعی می‌شود تا پاسخ محیط به صورت دقیق و در یک فرم بسته ارائه گردد. این نوع از روش‌ها عمدتاً در مسائلی با هندسه و شرایط مرزی ساده شده قابلیت کاربرد دارد و با پیچیده شدن شرایط نمی‌توان به کمک آن‌ها پاسخ دقیق حاصل کرد. اخیراً محققان مختلف نظیر عابدی و همکاران [11]، وو و همکاران [9] و لی و همکاران [10] با استفاده از روش‌های تحلیلی اقدام به استخراج پاسخ لرزه‌ای تونل‌های زیرسطحی در حضور عوارض سطحی کرده‌اند که مبین اهمیت توسعه این دست روش‌ها در حال حاضر است. در کنار روش‌های تحلیلی، رویکردهای عددی از توجه بیشتر در بین محققان برخوردار شده است. در این روش‌ها به دلیل قابلیت اعمال بر انواع محیط‌ها با شرایط رفتاری، مرزی و هندسی پیچیده، این امکان فراهم می‌شود تا بتوان از آن‌ها برای حل انواع مسائل کاربردی بهره جست. روش‌های عددی به دو دسته کلی روش‌های حجمی (Volumetric Methods) و مرزی (Boundary Methods) تقسیم می‌شوند [8]. روش‌های حجمی مانند روش تفاضل محدود (Finite Difference Method (FDM))، روش اجزای محدود (Finite Element Method (FEM)) و روش اجزای مجزا (Discrete Element Method (DEM)) در سال‌های اخیر به کرات پیرامون حل مسائل انتشار موج به کار گرفته شده‌اند. اساس کار روش‌های حجمی، گسسته‌سازی کل دامنه محیط به المان‌های کوچک و سپس اعمال معادلات تعادل بر هر المان است. بدین ترتیب با کنار هم قرار دادن معادلات حاصل از هر المان و اعمال شرایط سازگاری و پیوستگی بین المان‌ها، در نهایت پاسخ کل محیط تحت بار لرزه‌ای حاصل خواهد شد. روش‌های حجمی به دلیل روابط ساده از استقبال زیادی در بین محققان برخوردار است و تحقیقات عمده‌ای در این راستا در دسترس است که می‌توان به پژوهش‌های بشارت و همکاران [12]، یائو و مارگریو [13]، موکزو و همکاران [14]، صمدیه و خواجوی [15]، محبوبی و پناغی [16]، قلهکی و ستاری [17]، عامل سخی و همکاران [18]، زنگ و همکاران [19]، لی و همکاران [20] اشاره کرد.

با وجود سادگی روش‌های حجمی در مدل‌سازی پدیده انتشار موج، این روش در تحلیل محیط‌های نیمه‌بی‌نهایت به دلیل افزایش ابعاد هندسی مسئله و نیاز به تعریف تعداد زیاد المان، از سرعت و کارایی لازم برخوردار نیستند. به همین دلیل، روش‌های مرزی توسعه داده شده‌اند. در روش‌های مرزی با تکیه بر روش باقی‌مانده‌های وزن‌دار (Weighted Residual Method) و

استاتیکی در حل مسائل دینامیکی توسعه داده شد. پارتریج و بریبا [22] انواع روابط محاسباتی این روش در حل مسائل مختلف دینامیکی نظیر انتشار موج، پراکنش نور، همرفت و غیره را ارائه کردند. آگاناتاریس و همکاران [33] از روش تقابل دوگانه برای حل مسئله ارتعاشات سازه بهره بردند. چیوانگ و همکاران [34] از روش تقابل دوگانه برای حل مسئله پراکنش امواج در یک سیستم استوانه‌ای استفاده کرد. اخیراً در مطالعه کاوندی و همکاران [35] از روش اجزای مرزی تقابل دوگانه برای مدل‌سازی مسئله پراکنش موج برون‌صفحه SH در محیط نیم‌صفحه و تعیین پاسخ لرزه‌ای سطح عوارض توپوگرافی استفاده شده است. لازم به ذکر است برای مرور جزئی‌تر ادبیات فنی پیرامون روش اجزای مرزی تقابل دوگانه می‌توان از مرجع کاوندی و همکاران [36] بهره جست.

مرور ادبیات فنی به عدم توسعه روش اجزای مرزی تقابل-دوگانه برای تحلیل لرزه‌ای عوارض توپوگرافی مرکب اذعان داشت. بنابراین، در این تحقیق مؤلفان برآن شدند ضمن توسعه روش مزبور برای تحلیل این قسم عوارض، به تعیین پاسخ لرزه‌ای سطح زمین و نحوه پراکنش موج حاصل در برابر انتشار قائم امواج P-SV اقدام کنند. در این راستا ابتدا با عددی‌سازی روش مربوط در قالب یک الگوریتم گام به گام زمانی و سپس صحت‌سنجی آن با پاسخ‌های موجود در ادبیات فنی، با فرض یک توپوگرافی مرکب شامل تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر یک حفره زیرسطحی به عنوان مطالعه عددی، تغییر مکان نرمال سطح زمین و پیرامون حفره در فضای زمان و فرکانس، تعیین و صحت‌سنجی شده است. سهولت در مدل‌سازی عوارض توپوگرافی مرکب در استفاده از روش اجزای مرزی تقابل دوگانه، دقت مناسب روش پیشنهاد شده در مقایسه با روش مرسوم اجزای مرزی در حوزه زمان و ارائه برخی گراف‌ها و نتایج توسعه یافته، بر نقاط قوت این تحقیق و سهم دانش پژوهش حاضر صحه می‌گذارد.

معادلات حاکم

از برقراری شرایط تعادل دینامیکی برای یک المان حاکم بر محیط سه‌بعدی همگن، معادله تعادل الاستودینامیک به صورت زیر حاصل می‌شود [37]:

$$\nabla^2 u + (\lambda + G)\nabla \nabla \cdot u = \rho \cdot \ddot{u} \quad (1)$$

بهره‌مندی از مفهوم حل اساسی (Fundamental Solution) این امکان فراهم می‌شود تا بتوان تنها با گسسته‌سازی مرزهای جسم مورد نظر اقدام به حل مسئله کرد. روش‌های مرزی با توجه به نوع حل اساسی مورد استفاده به دو دسته روش مستقیم و روش تقابل دوگانه (Dual Reciprocity Method) قابل تقسیم هستند [21]. در روش مستقیم مجهولات مسئله مستقیماً به کمک معادلات روش اجزای مرزی (Boundary Element Method) تعیین می‌شوند، حال آنکه در روش تقابل دوگانه مجهولات به کمک مفهوم توابع تقریب حاصل خواهند شد [21,22]. حل اساسی به کار رفته در روش مستقیم شامل حل‌های تابع زمان هستند که بر حسب اثر بار نقطه‌ای در طول زمان در یک محیط بی‌نهایت مدل‌سازی می‌شود. حال آنکه در روش تقابل دوگانه، حل اساسی مستقل از زمان و کاملاً استاتیکی است. استفاده از حل‌های استاتیکی موجب می‌شود تا فرایند مدل‌سازی به کمک روش تقابل دوگانه بسیار ساده شود. با این حال استفاده از این حل‌ها نیازمند آن است تا علاوه بر گره‌های مرزی نقاط درونی نیز تعریف گردد که این موضوع تا حدودی مرزی بودن روش را زیر سؤال می‌برد [21]. محققان مختلف با استفاده از روش اجزای مرزی مستقیم اقدام به مدل‌سازی تأثیر بار لرزه‌ای بر سازه‌های سطحی و زیرسطحی کرده‌اند. در مقاله بسکوس [23] انواع روش‌های مرزی و نحوه استفاده از آن در حل مسائل مختلف شرح داده شده است. تادئو [24] استفاده از روش اجزای مرزی مستقیم در فضای فرکانس را مورد مطالعه قرار داده و حل‌های اساسی بهینه‌ای در این راستا ارائه داده است. اخیراً نیز تاکاهاشی و همکاران [25]، لیو و همکاران [26] و یانگ و همکاران [27] از روش اجزای مرزی مستقیم برای استخراج پاسخ سطح زمین تحت انتشار امواج SH، SV و P در حوزه فرکانس بهره برده‌اند. در حوزه زمان، پنجی و همکاران [28-31] در مطالعات متعدد اقدام به توسعه روش اجزای مرزی مستقیم برای حل مسائل مختلف کرده‌اند. این محققان توانستند با تعیین حل اساسی مستقیم نیم‌فضا در حوزه زمان، به تحلیل لرزه‌ای سطح زمین در حضور ناهمگنی‌های زیرسطحی و توپوگرافی‌های سطحی در حالت ایزوتروپ و اورتوتروپ بپردازند.

در سال‌های اخیر استفاده از روش‌های مرزی غیر مستقیم نظیر روش تقابل دوگانه به منظور حل مسئله انتشار موج اسکالر و درون صفحه به دلیل سادگی در مدل‌سازی و سرعت بالای تحلیل بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. این روش اولین بار توسط ناردینی و بریبا [32] با ایده به‌کارگیری حل‌های اساسی

روش اجزای مرزی تقابل دوگانه

به منظور حل معادله (۳) روش‌های مختلف توسط محققان ارائه شده است. در این بین روش اجزای مرزی تقابل دوگانه به دلیل سادگی در معادلات و همچنین سرعت تحلیل بالا نسبت به سایر روش‌ها از قابلیت مناسب برای حل مسئله انتشار موج درون صفحه برخوردار است. از ضرب حل‌های اساسی استاتیکی به طرفین معادله (۳) و سپس اعمال انتگرال حجمی بر روی کل دامنه محیط مورد بررسی مبتنی بر روش باقی‌مانده‌های وزن‌دار، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\int_{\Omega} \{ (c_p^2 - c_s^2) u_{i,jj}^p + c_s^2 u_{i,jj}^p \} \cdot u_{ij}^* d\Omega = \int_{\Omega} \ddot{u}_i^p \cdot u_{ij}^* d\Omega \quad (۶)$$

که در آن Ω مبین دامنه محیط مورد بررسی و u_{ij}^* بیانگر مؤلفه‌های تانسور حل اساسی استاتیکی محیط دوبعدی است که توسط محققان مختلف ارائه شده است [21,37,39]. از اعمال تقابل دوگانه بتی [21] بر انتگرال حجمی سمت چپ، معادله انتگرالی زیر حاصل می‌شود:

$$c_{lk}(\xi) u_k(\xi) + \int_{\Gamma} p_{lk}^* u_k d\Gamma - \int_{\Gamma} u_{lk}^* p_k d\Gamma = \int_{\Omega} \rho \cdot u_{lk}^* \ddot{u}_k d\Omega \quad (۷)$$

که در آن، u_k و $\ddot{u}_k$ به ترتیب مبین مؤلفه k ام تغییر مکان و شتاب درون صفحه ذرات محیط با دامنه Ω و مرز Γ هستند. همچنین u_{lk}^* و p_{lk}^* به ترتیب مؤلفه k ام حل‌های اساسی تغییر مکان و ترکشن تحت اثر یک بار واحد در امتداد l است. در این معادله c_{lk} ثوابتی هستند که به کمک زاویه اتصال المان‌های مجاور قابل محاسبه هستند [37]. این ثوابت برای نقاط درونی برابر واحدند. در رابطه فوق p_k مؤلفه k ام از بردار ترکشن مؤثر بر مرز جسم است. سمت چپ معادله (۷) مبین یک معادله انتگرال مرزی است که می‌توان آن را تنها با گسسته‌سازی مرزی سرهم‌بندی و حل کرد. با این حال سمت راست معادله که شامل مؤلفه اینرسی است، یک انتگرال حجمی است و لازم است تا مرزی‌سازی گردد. ناردینی و برییا [32] و پارتیچ و برییا [22] پیشنهاد کردند که به منظور مرزی‌سازی معادله (۷) می‌توان از تقریب میدان تغییر مکان و شتاب ذرات به کمک توابع تقریب استفاده کرد. در این راستا تقریب میدان تغییر مکان به شکل زیر معرفی می‌شود:

$$u = \sum_{m=1}^M (K - r_m) \alpha_m(t) \quad (۸)$$

که در آن u و $\ddot{u}$ به ترتیب تغییر مکان و شتاب ذرات، G و λ مبین ثوابت لامه و ρ نشان دهنده چگالی محیط مورد بررسی هستند. در این معادله ∇^2 اپراتور لاپلاس (Laplace Operator) است و ∇ و ∇ به ترتیب بردار گرادیان و عملگر گرادیان هستند. معادله (۱) مبین سه دسته رابطه تعادل است که در سه امتداد سیستم مختصات برقرارند. از اعمال تجربه هلمهولتز (Helmholtz decomposition) به معادله (۱)، معادله تعادل الاستودینامیک به یک دسته معادله اسکالر و یک دسته معادله برداری دوبعدی قابل ساده‌سازی است [21,37,38]:

$$c_s^2 \nabla^2 u^s = \ddot{u}^s \quad (۲)$$

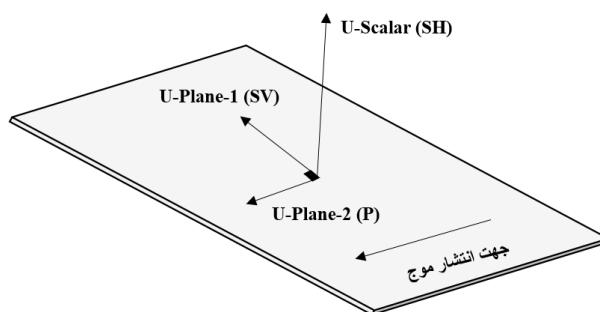
$$(c_p^2 - c_s^2) u_{i,jj}^p + c_s^2 u_{i,jj}^p = \ddot{u}_i^p \quad (۳)$$

که در آن u^s ، تغییر مکان اسکالر برون صفحه شامل مؤلفه موج SH منطبق بر شکل (۱) است. همچنین مطابق این شکل، $u_{i,jj}^p$ مبین تغییر مکان درون صفحه دوبعدی شامل مؤلفه‌های موج P-SV به صورت درون صفحه و عمود بر هم است. c_p و c_s به ترتیب سرعت موج برشی و موج فشار هستند که با در دسترس بودن مشخصات مصالح محیط مورد بررسی به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (۴)$$

$$c_p = c_s \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)}} \quad (۵)$$

که در آن ν ضریب پواسون محیط مفروض است. به منظور حل مسئله انتشار موج درون صفحه لازم است معادله (۳) به صورت محاسباتی مورد بررسی قرار بگیرد.



شکل ۱ تجزیه میدان تغییر مکان ناشی از انتشار موج به یک مؤلفه اسکالر برون صفحه (SH) و یک میدان برداری درون صفحه (P-SV)

$$A = \frac{1-2\nu}{5-4\nu}K \quad (۱۳)$$

$$B = \frac{1}{30(1-\nu)} \quad (۱۴)$$

$$D = \frac{10\nu-9}{90(1-\nu)} \quad (۱۵)$$

با جای گذاری رابطه (۱۰) در معادله انتگرال (۷)، در نهایت معادله انتگرال مرزی تقابل دوگانه برای حل مسئله انتشار موج درون صفحه به شکل زیر قابل ارائه است:

$$c^i u^i + \int_{\Gamma} p^* \cdot u \, d\Gamma - \int_{\Gamma} u^* \cdot p \, d\Gamma \\ = \rho \sum_{m=1}^M \left\{ c^i \cdot \psi^{im} - \int_{\Gamma} u^* \cdot \eta^m \, d\Gamma + \int_{\Gamma} p^* \cdot \psi^m \, d\Gamma \right\} \bar{\alpha}^m \quad (۱۶)$$

که رابطه فوق کلیه انتگرال‌ها بر روی مرزهای محیط قابل ارزیابی هستند. با این حال پژوهش‌های مختلف نشان داده است که به منظور حصول نتایج دقیق، نیاز است تا تعدادی نقاط درونی نیز در محیط انتخاب گردد [21,22] و [32]. نقاط درونی موجب می‌شوند تا تابع تقریب با تعداد جملات بیشتر به نتایج دقیق‌تر همگرا گردد. به منظور حل معادله انتگرال فوق، با گسسته‌سازی مرزهای مسئله با NE عدد المان مرزی می‌توان نوشت:

$$c^i u^i + \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} p^* \cdot \varphi \, d\Gamma \right\} \cdot u^j - \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} u^* \cdot \varphi \, d\Gamma \right\} \cdot p^j \\ = \rho \sum_{m=1}^M \left\{ c^i \cdot \psi^{im} - \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} u^* \cdot \varphi \, d\Gamma \right\} \cdot \eta^{jm} \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} p^* \cdot \varphi \, d\Gamma \right\} \cdot \psi^{jm} \right\} \bar{\alpha}^m \quad (۱۷)$$

که در رابطه (۱۷)، Γ_j مرز المان λ_m و φ تابع شکل یک‌بعدی المان‌های مرزی هستند. معادلات فوق در فرم ماتریس به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$[H]\{U\} = [G]\{P\} + \rho[H\psi - G\eta][E]\{\bar{U}\} \quad (۱۸)$$

که در رابطه (۱۸) ماتریس‌های H و G مبین ماتریس ضرایب انتگرال‌های مرزی هستند که درایه‌های آن از انتگرال‌گیری عددی روابط زیر حاصل می‌شوند:

که در آن u معرف بردار میدان تغییر مکان، r_m فاصله نقاط محیط از نقاط منبع موج، α_m تابع مجهول زمانی و M تعداد کل جملات تقریب است. در این رابطه K یک ثابت است که می‌تواند بین ۱ تا ۲ انتخاب گردد [22]. همان طور که در معادله (۸) مشاهده می‌شود تابع تقریب شامل توابع مکانی معلوم از جنس فاصله و توابع زمانی مجهول است. با دو بار مشتق‌گیری از رابطه (۸) بر حسب زمان و جای گذاری آن در انتگرال حجمی سمت راست معادله (۷) می‌توان نوشت:

$$\int_{\Omega} u_{ik}^* \cdot \rho \cdot \ddot{u}_k \, d\Omega = \rho \sum_{m=1}^M \ddot{\alpha}_k^m \int_{\Omega} (K - r_m) u_{ik}^* \, d\Omega \quad (۹)$$

که در رابطه فوق کلیه عبارت‌های موجود در انتگرال حجمی، بر حسب مکان هستند و تنها عامل زمان، $\ddot{\alpha}_k^m$ مجهول است. بنابراین می‌توان بر روی انتگرال‌های حجمی مجدداً تئوری تقابل بتی (Betti Theorem) [21] را پیاده‌سازی کرد و انتگرال حجمی را به مرزی تبدیل نمود. بدین ترتیب داریم:

$$\int_{\Omega} (K - r_m) u^* \, d\Omega = -c_{ik}(\xi) \psi_{kn}^m(\xi) - \int_{\Gamma} p_{ik}^* \psi_{kn}^m \, d\Gamma + \int_{\Gamma} u_{ik}^* \eta_{kn}^m \, d\Gamma \quad (۱۰)$$

که در آن ψ_{kn}^m و η_{kn}^m مبین حل‌های اساسی ثانویه هستند که به کمک روابط زیر قابل تعیین هستند:

$$\psi_{kn}^m = \frac{1}{G} \left\{ \left[\frac{1-2\nu}{5-4\nu} K + \frac{r_m}{30(1-\nu)} \right] r_m^2 \frac{\partial r_m}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial r_m}{\partial x_n} - \frac{9-10\nu}{90(1-\nu)} \delta_{kn} r_m^3 \right\} \quad (۱۱)$$

$$\eta_{kn}^m =$$

$$\left[\begin{aligned} & \left\{ \frac{2\nu}{1-2\nu} (3Ar_m + 4Br_m^2 + 3Dr_m^2) \frac{\partial r_m}{\partial x_n} \delta_{kj} + \right. \\ & \left. [2(Ar_m + Br_m^2) \frac{\partial r_m}{\partial x_n} \delta_{kj} + (Ar_m + Br_m^2 + 3Dr_m^2) \left(\frac{\partial r_m}{\partial x_k} \delta_{nj} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \frac{\partial r_m}{\partial x_j} \delta_{kn} \right) + 2Br_m^2 \frac{\partial r_m}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial r_m}{\partial x_n} \cdot \frac{\partial r_m}{\partial x_j} \right] \right\} n_j \end{aligned} \right] \quad (۱۲)$$

که در آن G مدول برشی، ν ضریب پواسون، δ_{kn} دلتای کرونیکر (برابر واحد زمانی که $k=n$ و در غیر این صورت برابر صفر) است، n_j مؤلفه λ_m بردار نرمال عمود بر مرز و A, B و D ثوابتی بر حسب ضریب پواسون هستند که طبق روابط زیر محاسبه می‌شوند:

که در آن U_{tot} مبین تغییر مکان کل یک محیط نیمه‌بی‌نهایت تحت انتشار امواج مهاجم P-SV است و U_{ff} حاکی از پاسخ میدان آزاد همان محیط است. همچنین U_s گویای پراکنش‌های ناشی از عارضه توپوگرافی یا ناهمگنی زیرسطحی است. تغییر مکان میدان آزاد برای یک محیط نیمه‌بی‌نهایت از مجموع پاسخ دینامیکی موج ورودی و منعکس شده از سطح زمین به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$U_{ff} = U_{inc} + U_{ref} \quad (24)$$

که در رابطه (24) U_{inc} پاسخ موج ورودی یا برخوردی و U_{ref} پاسخ موج منعکس شده از سطح زمین هستند. کاواس [40] نشان داد که به منظور حصول تغییر مکان کل محیط نیمه‌بی‌نهایت، تنها وجود معادله موج میدان آزاد کافی است. بدین ترتیب با اعمال روش کاواس بر معادله (18) می‌توان نوشت:

$$[H]\{U\} = [G]\{P\} + \rho[H\psi - G\eta][E]\{\ddot{U}\} + \{U_{ff}\} \quad (25)$$

که رابطه (25)، $\{U_{ff}\}$ پاسخ میدان آزاد یک محیط نیمه-بی‌نهایت تحت انتشار امواج مهاجم P-SV است. در تحقیق حاضر موج میدان آزاد از نوع تابع موجک ریکر [8] و انتشار آن با زاویه صفر درجه نسبت به محور قائم فرض شده است. معادله ریاضی تابع موجک ریکر با زاویه انتشار صفر درجه به صورت زیر قابل نمایش است:

$$U_{ff}(t) = a_{max} \left[1 - 2 \cdot (\pi \cdot f_0 \cdot (t - t_0))^2 \right] \cdot e^{-(\pi \cdot f_0 \cdot (t - t_0))^2} \quad (26)$$

که مطابق با شکل (2) a_{max} مبین دامنه تابع موجک ریکر، f_0 فرکانس غالب تابع، t_0 پارامتر شیفت زمانی است. با توجه به شکل (2) تابع موجک ریکر منجر به ایجاد یک تک پالس پایدار در فضای زمان خواهد شد در حالی که می‌تواند یک بازه غنی از فرکانس را در محدوده فرکانس غالب پوشش دهد. این ویژگی علاوه بر تحلیل حوزه زمان، برای تحلیل حوزه فرکانس بسیار ایدئال است. شایان ذکر است چنانچه در رابطه (26) مشاهده می‌شود، تابع مزبور تنها در زاویه صفر درجه نسبت به محور قائم منجر به ایجاد تک‌پالسی از نوع P-SV می‌شود و امواج منعکس شده از سطح در این حالت تنها از نوع امواج P و SV هستند.

$$H_{ij} = \int_{\Gamma_j} p^* \cdot \varphi \, d\Gamma_j \quad (19)$$

$$G_{ij} = \int_{\Gamma_j} u^* \cdot \varphi \, d\Gamma_j \quad (20)$$

همچنین، در رابطه (18) ماتریس‌های ψ و η مبین اثر حل‌های اساسی ثانویه هستند که مطابق معادلات (11) و (12) محاسبه می‌شوند. E نیز یک ماتریس مکمل است که از معکوس ماتریس توابع تقریب F، تنها یک بار در گام زمانی نخست به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\{\ddot{U}\} = [F]\{\ddot{\alpha}\} \quad \{\ddot{\alpha}\} = [F]^{-1}\{\ddot{U}\} = [E]\{\ddot{U}\} \quad (21)$$

ماتریس توابع تقریب F، در روابط فوق شامل بُعد مکانی تابع تقریب هستند که هر درایه از آن طبق رابطه (8) قابل محاسبه است. برای حل معادله ماتریسی (18) لازم است محور زمان به گام‌های زمانی ریزتر گسسته‌سازی شود. در این راستا توصیه شده است از روش هوپل (Houbolt Method) [21,22] در گسسته‌سازی گام‌های زمانی روش اجزای مرزی تقابل دوگانه بهره گرفته شود چرا که این روش از دقت مناسب نسبت به سایر روش‌ها برخوردار است. بر این اساس مؤلفه شتاب در معادله (18) به کمک روش هوپل به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$\{\ddot{U}\} = \frac{2\{U\}^{t+\Delta t} - 5\{U\}^t + 4\{U\}^{t-\Delta t} - \{U\}^{t-2\Delta t}}{\Delta t^2} \quad (22)$$

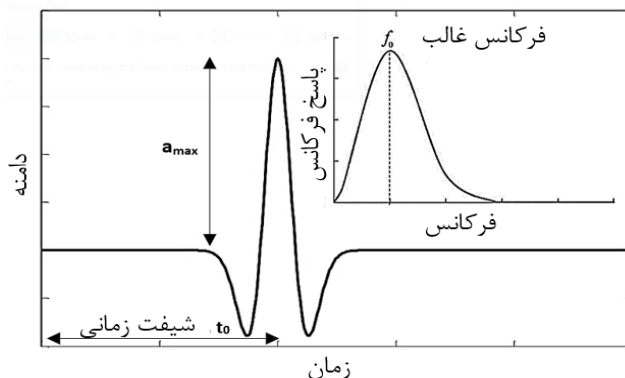
که در آن $\ddot{U}$ بردار مؤلفه شتاب، $\{U\}^{t+\Delta t}$ تغییر مکان ذرات در گام زمانی فعلی و $\{U\}^t$ ، $\{U\}^{t-\Delta t}$ و $\{U\}^{t-2\Delta t}$ تغییر مکان در گام‌های زمانی پیشین هستند. در این رابطه، Δt طول گام زمانی است.

تأثیر موج میدان آزاد

موج میدان آزاد، پاسخ دینامیکی یک محیط نیمه‌بی‌نهایت با سطح مرزی تنش آزاد (سطح زمین) در برابر هجوم امواج لرزه‌ای است [38]. با این حال برای یک محیط شامل عارضه توپوگرافی و یا ناهمگنی زیرزمینی مانند تونل‌ها، پاسخ دینامیکی از مجموع اثر موج میدان آزاد و پاسخ ناشی از پراکنش موج حاصل از حضور عارضه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$U_{tot} = U_{ff} + U_s \quad (23)$$

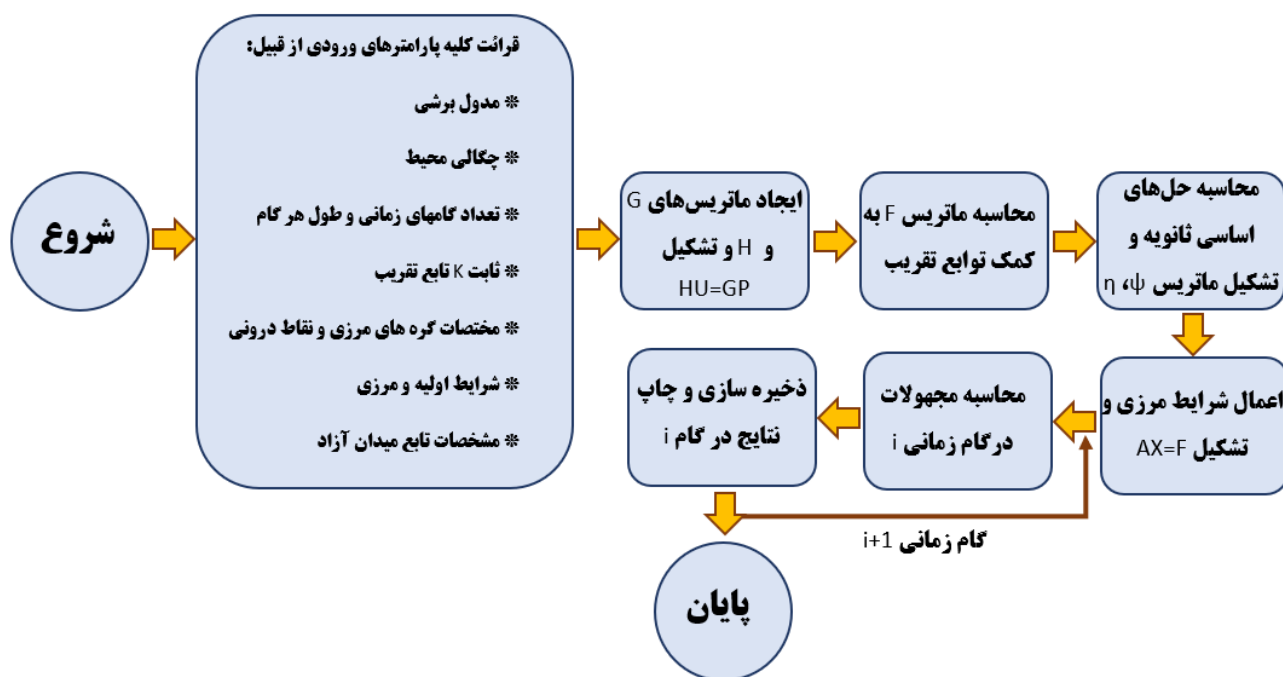
الگوریتم مزبور طوری طراحی شده است تا بتواند با دریافت مشخصات هندسی مرزهای مسئله، مشخصات گره‌های مرزی، مشخصات نقاط درونی، مشخصات مصالح، شرایط مرزی و اولیه محیط مورد بررسی، معادلات ماتریسی (۲۵) را ایجاد کند. سپس با مرتب‌سازی آن (اعمال شرایط مرزی)، یک سیستم معادلات خطی را تشکیل دهد. در نهایت، با حل سیستم معادلات مزبور، تغییر مکان‌های مجهول در گره‌های مرزی و نقاط درونی را به دست آورد. الگوریتم توسعه داده شده برای اعمال اثر تابع موجک ریکر با دریافت پارامترهای اولیه آن مانند دامنه، فرکانس غالب و ثابت شیفت زمان، اقدام به تشکیل بردار تغییر مکان میدان آزاد ریکر در نقاط مختلف عارضه می‌کند و سپس آن را به صورت حجمی بر معادلات تعادل اعمال می‌کند. لازم به ذکر است پس از محاسبه تغییر مکان‌های مجهول در نقاط گرهی و درونی، ضمن ذخیره‌سازی آن در بردارهای مربوط، نتایج حاصل برای استخراج انواع خروجی از نوع نوشتاری و نمودار در بخش پس‌پردازش به کار گرفته می‌شود.



شکل ۲ تابع موجک مهاجم ریکر در حوزه زمان و فرکانس (چنانچه مشاهده می‌شود موجک ریکر شامل یک تک پالس در حوزه زمان است به طوری که در حوزه فرکانس محدوده وسیعی تحت پوشش قرار داده می‌شود)

الگوریتم و صحت‌سنجی

برای به‌کارگیری معادلات ارائه شده در بخش‌های قبل، یک الگوریتم پویا تحت عنوان DRBEM با استفاده از زبان برنامه‌نویسی Matlab و ویرایش R2015a توسعه داده شده است. نمودار جریان الگوریتم مزبور در شکل (۳) ارائه شده است.



شکل ۳ نمودار جریان الگوریتم توسعه یافته DRBEM و شرح مراحل آن

نتایج حاصل از محاسبات عددی و نتایج تحلیلی پیاده‌سازی شده است تا در بهینه‌ترین حالت حداقل فاصله لازم برای بستن مدل از طرفین حاصل شود که در این تحقیق ۸ برابر شعاع حفره از طرفین تخمین زده شده است. لازم به ذکر است برای آنکه دقت روش پیشنهاد شده در مقایسه با روش اجزای مرزی مستقیم در حوزه زمان (TDBEM) کنترل شود، نتایج حاصل از مدل‌سازی به کمک روش مزبور نیز در کنار دیگر دستاوردها قرار داده شده تا ضمن صحت‌سنجی، تأثیر برخی پارامترهای کلیدی در مدل‌های تقابل‌دوگانه از جمله تعداد نقاط درونی مبرم و مشخص شود. در این راستا برای مشاهده معادلات و نحوه مدل‌سازی به کمک روش اجزای مرزی مستقیم در حوزه زمان و همچنین زمان تحلیل حاصل می‌توان از مرجع کاوندی و همکاران [42] بهره جست.

به منظور پیاده‌سازی صحت‌سنجی با ایجاد مدل‌های (۴ - الف) و (۴ - ب) به صورت جداگانه در الگوریتم توسعه یافته و با لحاظ موارد مطرح شده در بخش قبل، نتایج پاسخ لرزه‌ای در نقاط سطح زمین استخراج شده است. در شکل (۵) پاسخ لرزه‌ای نقاط سطح زمین (دامنه تغییر مکان نرمال که در ادامه تعریف می‌شود) ناشی از حضور دره و تپه نیم‌دایره تحت انتشار امواج مهاجم قائم P و SV نشان داده شده است. در این شکل نتایج حاصل از روش اجزای مرزی تقابل‌دوگانه در مقایسه با مطالعه کاواس [40] و کمالیان و همکاران [43] در فرکانس‌های بی‌بعد مختلف نشان داده شده است. چنانچه مشاهده می‌شود انتخاب تعداد نقاط درونی اثر مهمی در دقت نتایج دارد. به طوری که در مدل دره نیم‌دایره انتخاب، انتخاب ۸۰۰ نقطه درونی منجر به اختلاف نتایج نسبت به نتایج از پیش معلوم سایر محققان شده و مقدار خطای نسبی به بیش از ۱۰۰ درصد رسیده است. با افزایش تعداد نقاط درونی به ۱۲۰۰ نقطه اختلاف نتایج عددی و تحلیلی کاهش یافته و به صورت متوسط ۵۰ درصد رسیده است. در نهایت با انتخاب ۱۶۰۰ نقطه درونی متوسط خطای نسبی بین نتایج عددی و تحلیلی به زیر ۵ درصد رسیده است. الگوی مشابهی برای مثال تپه نیم‌دایره نیز دیده می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش تعداد نقاط درونی (IP)، نتایج روش پیشنهاد شده به پاسخ کاواس (۱۹۸۸) و کمالیان و همکاران (۲۰۰۶) نزدیک می‌شود به طوری که در تعداد نقاط درونی ۱۶۰۰ (IP=1600) نتایج بر هم منطبق هستند.

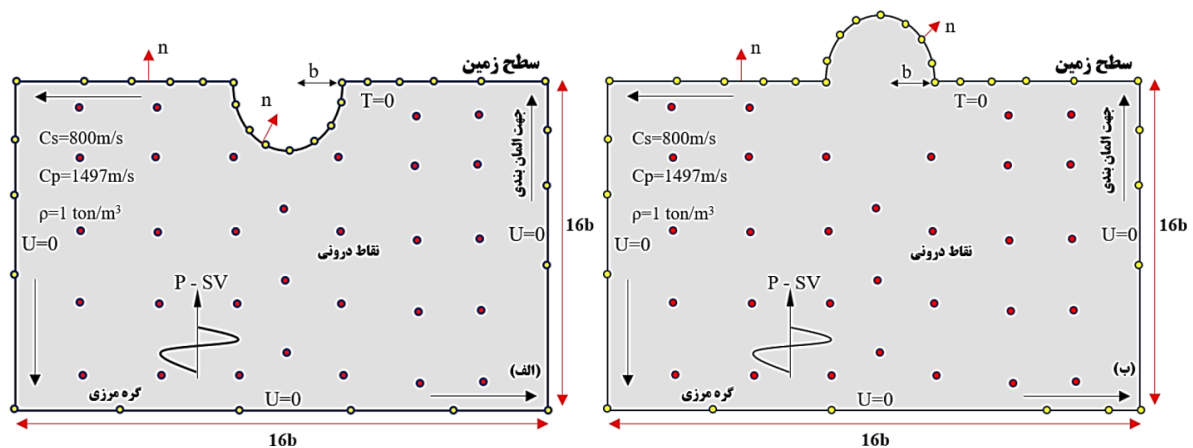
مطابق شکل (۴) به منظور صحت‌سنجی الگوریتم مزبور یک محیط نیم‌صفحه شامل یک عارضه توپوگرافی از نوع دره و تپه نیم‌دایره تحت انتشار موج P و SV مورد توجه قرار گرفته است. پاسخ سطح زمین برای مسئله دره نیم‌دایره توسط کاواس [40] و برای تپه نیم‌دایره توسط کمالیان و همکاران [43] به ترتیب با استفاده از روش اجزای مرزی مستقیم در حوزه فرکانس و زمان استخراج شده و در دسترس است. محیط به صورت الاستیک با چگالی ۱ تن بر متر مکعب، سرعت موج برشی ۸۰۰ متر بر ثانیه و سرعت موج فشاری معادل ۱۴۹۷ متر بر ثانیه فرض شده است. موج میدان آزاد از نوع تابع موجک ریکر است که شامل دامنه بیشینه معادل ۰/۰۰۱ متر، فرکانس غالب معادل ۳ هرتز و پارامتر شیفت زمانی ۲/۵ ثانیه است. برای ارائه نتایج، از مفهوم فرکانس بی‌بعد استفاده شده است. عبارت فرکانس بی‌بعد شده بر حسب سرعت موج برشی و شعاع عارضه به صورت زیر ارائه می‌شود [8,40]:

$$\eta = \frac{\omega b}{\pi c_s} \quad (27)$$

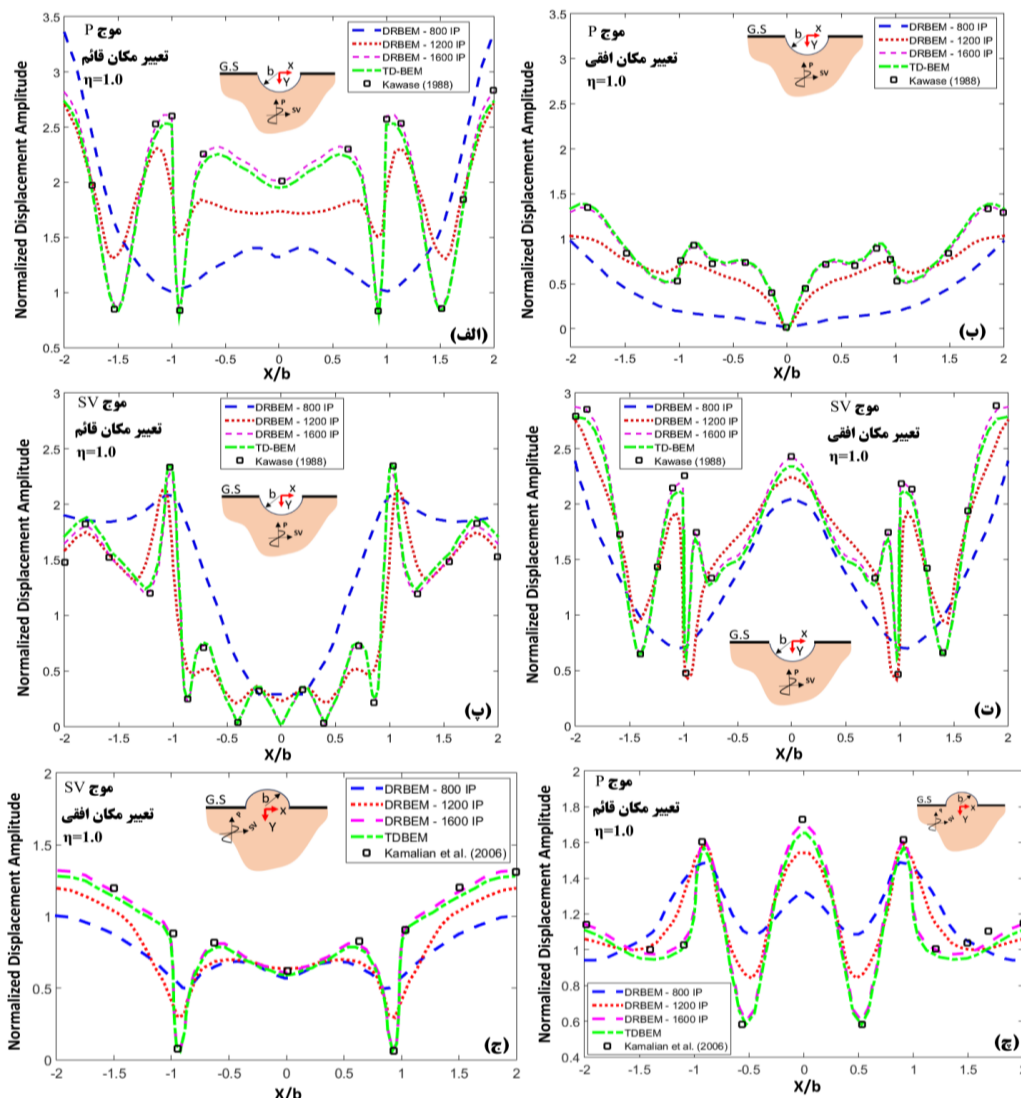
که در رابطه (۲۷)، η فرکانس بی‌بعد، ω فرکانس زاویه‌ای، b شعاع دره یا تپه نیم‌دایره و c_s سرعت موج برشی است. برای گسسته‌سازی محور زمان از ۸۰۰ گام زمانی با طول ۰/۰۱ ثانیه بهره گرفته شده است. برای انتخاب بهینه بین طول گام زمانی و طول المان‌های مرزی رابطه زیر در ادبیات فنی پیشنهاد شده است:

$$\beta = \frac{c_s \Delta t}{L} \quad (28)$$

که در رابطه (۲۸)، Δt طول گام زمانی و L طول المان‌های مرزی است. پژوهش‌های مختلف نشان داده است [8] و [40,41] مقدار منتخب β در مجاورت عدد ۱ منجر به همگرایی سریع روش اجزای مرزی به جواب‌های دقیق می‌شود. بنابراین می‌توان یک مقدار معین برای طول المان‌های مرزی تعیین کرد. بر این اساس و طبق مشخصات به کار رفته در این تحقیق، طول المان معادل ۸ متر به منظور گسسته‌سازی مرزهای مسئله به کار گرفته شده است. با این حال به منظور کاهش بار محاسباتی پیرو افزایش تعداد المان‌ها، با فاصله گرفتن از مرکز مدل، طول المان‌های مرزی افزایش داده شده است و در هیچ حالتی تعداد المان‌های مرزی از ۴۰۰ المان فراتر نرفته است. به منظور یافتن فاصله بهینه برای بستن مرزهای محیط از طرفین یک فرایند آزمون و خطا بر روی

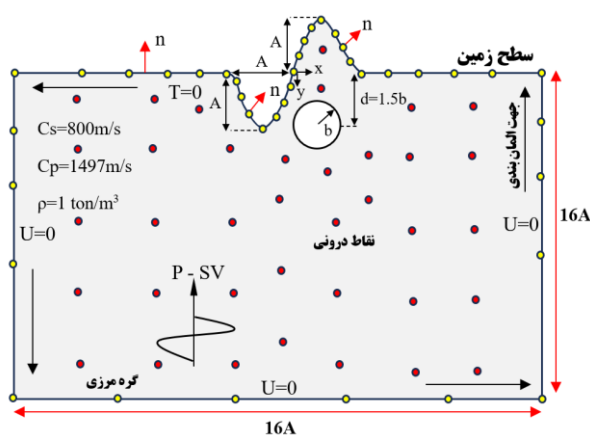


شکل ۴ مدل هندسی و شرایط مرزی عوارض توپوگرافی در نظر گرفته شده برای صحت‌سنجی: (الف) دره نیم‌دایره و (ب) تپه نیم‌دایره. در این شکل U مبین تغییر مکان، T بردار تنش مرزی و n بردار نرمال عمود بر مرز است



شکل ۵ دامنه تغییر مکان نرمال سطح زمین در حضور دره و تپه نیم‌دایره به شعاع b تحت انتشار موج مهاجم قائم P و SV : (الف) دره، مؤلفه قائم تغییر مکان ناشی از موج P در $\eta=1.0$ ، (ب) دره، مؤلفه افقی تغییر مکان ناشی از موج P در $\eta=1.0$ ، (پ) دره، مؤلفه قائم تغییر مکان ناشی از موج SV در $\eta=1.0$ ، (ت) دره، مؤلفه افقی تغییر مکان ناشی از موج SV در $\eta=1.0$ ، (ج) تپه، مؤلفه افقی تغییر مکان ناشی از موج SV در $\eta=1.0$ و (چ) تپه، مؤلفه قائم تغییر مکان ناشی از موج P در $\eta=1.0$ (مبنی تعداد نقاط درونی است)

لازم به ذکر است با فرض $\beta=1$ طول المان‌های مرزی برابر ۸ متر حاصل شد. این بعد در مجاور عارضه به کار گرفته شد و با دور شدن از ناحیه مورد بررسی، طول المان‌ها افزایش داده شده است. به طوری که در نهایت از ۴۰۰ المان درجه دوم استفاده شده است. رابطه فرکانس بی‌بعد برای حل این مثال به صورت $\eta = \omega A / (\pi c_s)$ لحاظ شده و فرکانس‌های بی‌بعد ۰/۵ و ۱ مورد توجه قرار گرفته است که با توجه به مشخصات مسئله محدوده فرکانس‌های زاویه‌ای ۱۲/۵ الی ۲۵ رادیان بر ثانیه را پوشش می‌دهند.



شکل ۶ مدل اجزای مرزی تقابل دوگانه دره - تپه نیم‌سینوسی واقع بر حفره دایره‌ای زیرسطحی در برابر انتشار امواج قائم P-SV

پاسخ حوزه فرکانس

یکی از ویژگی‌های روش‌های مرزی حوزه زمان امکان تبدیل نتایج حاصل از آن به پاسخ‌های حوزه فرکانس است که این کار با استفاده از تبدیل فوریه سریع (Fast Fourier Transform) انجام می‌گیرد. در این راستا پارامتری با عنوان دامنه تغییر مکان بی‌بعد شده (NDA) (Normalized Displacement) تعریف می‌شود که مبین نسبت دامنه تغییر مکان نقاط سطح عوارض توپوگرافی و تونل‌های زیرسطحی به دامنه موج میدان آزاد است. شایان ذکر است که مقدار این پارامتر ۲ برابر نسبت بزرگ‌نمایی رایج در مراجع ژئوتکنیک لرزه‌ای است [1]. به منظور استخراج پاسخ بی‌بعد یا نرمال، پس از محاسبه تبدیل فوریه سریع به فضای فرکانس منتقل می‌شوند و سپس بر حسب مختصات سطحی در فرکانس‌های بی‌بعد شده مطابق رابطه (۲۷) ترسیم می‌شوند. در شکل (۷) دامنه تغییر مکان بی‌بعد شده سطح عارضه توپوگرافی دره - تپه نیم‌سینوسی تحت انتشار امواج

مطالعه عددی: تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر حفره زیرسطحی

عوارض توپوگرافی ناهمگون و مرکب از جمله عارضه‌های سطحی هستند که در نقاط مختلف به خصوص در نواحی کوهستانی به وفور مشاهده می‌شوند. این نوع از عوارض به صورت دره‌ها و تپه‌های متوالی در کنار هم قرار گرفته و یک فرم اعوجاج‌گونه در اطراف شهرها و مناطق محل سکونت انسان ایجاد کرده‌اند. با گسترش شهرنشینی و نیاز به ایجاد تونل‌های زیرسطحی پیرامون این نوع عوارض توپوگرافی موجب شده تا الزام به بررسی پاسخ سطح زمین در حضور دو عارضه متصل مزبور مبرم شود. بنابراین مشاهده الگوی بزرگ‌نمایی و چگونگی تغییر رفتار سطح زمین معوج در برابر انتشار امواج P-SV حایز اهمیت است. بدین منظور روش اجزای مرزی تقابل دوگانه یک روش ایدئال است چرا که به کمک آن امکان مدل‌سازی همزمان تونل و عوارض سطحی مرکب به سادگی میسر است.

در شکل (۶) یک عارضه توپوگرافی ناهمگون مشتمل بر یک تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر یک حفره دایره‌ای نشان داده شده است. عمق دره و ارتفاع تپه برابر و معادل $A=100m$ در نظر گرفته شده است. عرض تپه و دره هر دو برابر A فرض شده است. هندسه مدل مزبور به فرم ریاضی به کمک تابع سینوس به صورت زیر قابل نمایش است:

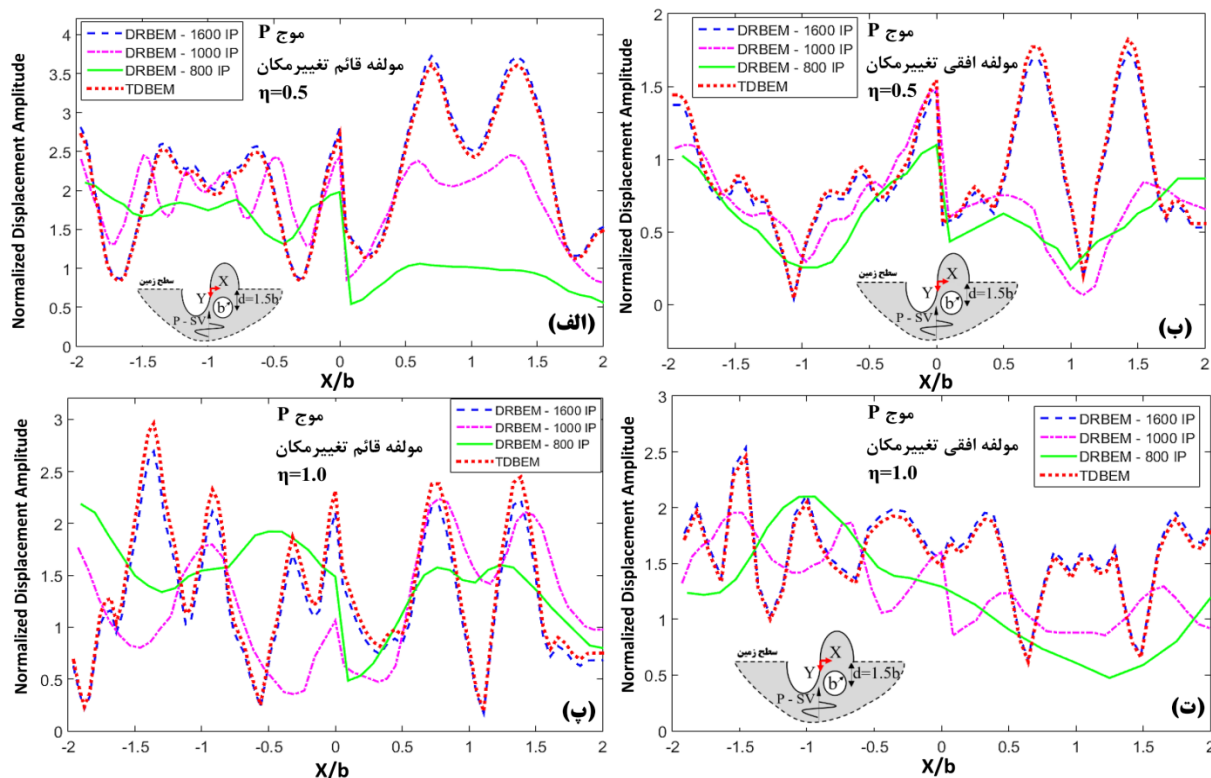
$$f(x) = A \cdot \sin\left(\frac{x\pi}{A}\right) \quad (29)$$

که در رابطه فوق $f(x)$ مبین تابع هندسی توپوگرافی دره - تپه سینوسی بر حسب مؤلفه x است. یک تونل بدون پوشش زیرزمینی به قطر $b=0.7A$ مدفون در عمق $d=1.5b$ از سطح آزاد زمین مفروض است. محیط مورد بررسی به صورت الاستیک با سرعت موج برشی معادل ۸۰۰ متر بر ثانیه، دانسیته ۱ تن بر متر مکعب و سرعت موج فشاری ۱۴۹۷ متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است [1]. از ۱۶۰۰ نقطه درونی به منظور افزایش دقت روش اجزای مرزی تقابل دوگانه بهره برده شده که به صورت یکنواخت در کل محیط توزیع شده‌اند. موج میدان آزاد از نوع ریکر با دامنه بیشینه ۰/۰۰۱ متر، فرکانس غالب ۳ هرتز و پارامتر شیفت زمانی ۲/۵ ثانیه در نظر گرفته شده که یک بار به صورت موج P در جهت قائم و یک بار به صورت موج SV در جهت افق بر گره‌های مدل اعمال می‌شود. به منظور گسسته‌سازی محور زمان از ۸۰۰ گام زمانی به طول ۰/۰۱ ثانیه بهره گرفته شده است.

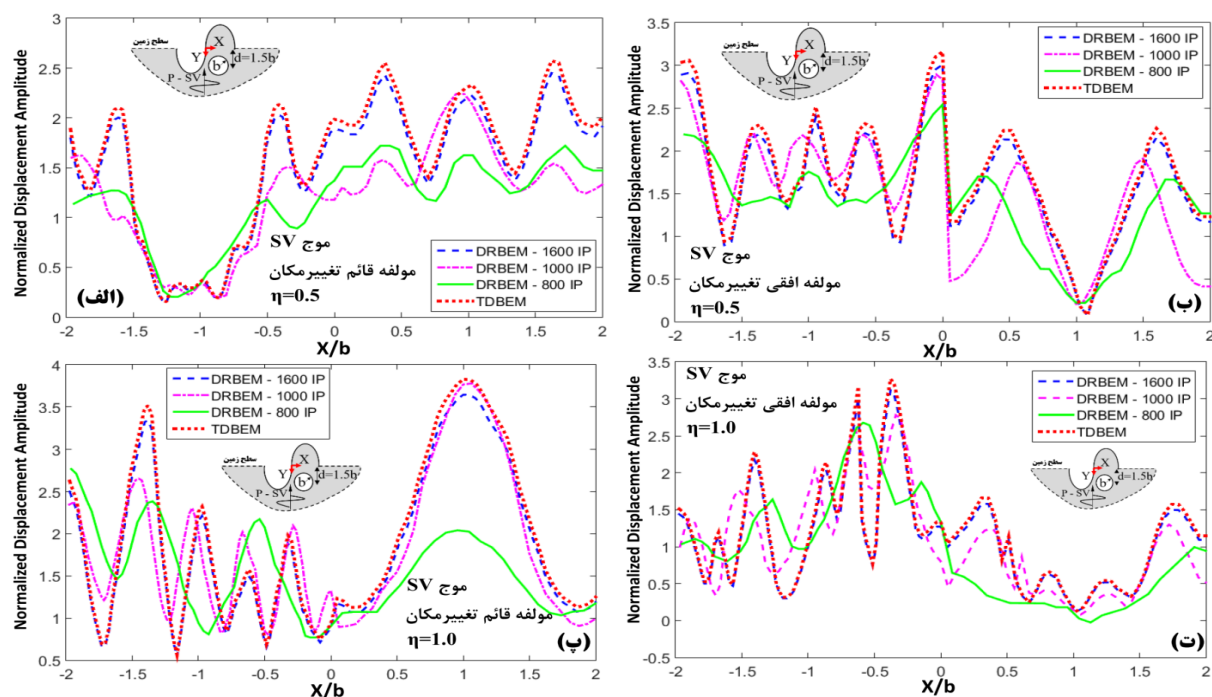
این شکل مشخص است که روش تقابل دوگانه حتی در تعداد نقاط درونی برابر ۸۰۰ ($IP=800$) نیز توانسته است تقریباً الگوی پاسخ را تخمین بزند. این در صورتی است که الزام به استفاده از حداقل ۱۶۰۰ نقطه درونی برای تدقیق نتایج، بدیهی به نظر می‌رسد.

در شکل (۸) پاسخ تغییر مکان نقاط سطح زمین برای مؤلفه‌های افقی و قائم در حضور عارضه مرکب مزبور تحت انتشار امواج قائم SV نشان داده شده است. مطابق شکل (۸- الف) که مبین مؤلفه تغییر مکان قائم در فرکانس ۰/۵ است، دامنه پیرامون دره نیم‌سینوسی مقدار ۲ واحد را نمایش می‌دهد؛ حال آنکه در عمق دره نیم‌سینوسی مؤلفه قائم دچار کوچک‌نمایی تا مقدار زیر ۰/۵ واحد شده است. با این وجود در قله و جانیین تپه نیم‌سینوسی مجدداً بزرگ‌نمایی تا ۲/۵ واحد مشهود است که در این حالت نیز اثر مؤلفه‌های انعکاسی موج از سمت حفره زیرسطحی مشخص می‌شود. در شکل (۸- ب) که مبین مؤلفه افقی تغییر مکان لرزه‌ای در فرکانس بی‌بعد ۲/۵ است، در ناحیه قله تپه عملاً خنثی‌سازی اثر موج رخ می‌دهد و این‌بار جانیین تپه نیم‌سینوسی بزرگ‌نمایی تا ۲/۵ را تجربه می‌کنند. بیشترین مقدار پاسخ در این حالت به عدد ۳ می‌رسد که مربوط به ناحیه محل اتصال دره و تپه نیم‌سینوسی به یکدیگر است. مطابق شکل (۸- پ) که گویای دامنه تغییر مکان بی‌بعد سطح برای مؤلفه قائم در فرکانس بی‌بعد ۱ است، مشخص است در محل قله تپه نیم‌سینوسی یک بزرگ‌نمایی تا عدد ۳/۵ قابل انتظار است که با نزدیک شدن به جانیین تپه از مقدار آن کاسته می‌شود و به حالت کوچک‌نمایی و اعداد زیر واحد می‌رسد. در ناحیه عمق دره نیم‌سینوسی نیز در این حالت بزرگ‌نمایی تا عدد ۳/۵ مشهود و با نزدیک شدن به جوانب با الگوی پیچیده‌تری از مقدار آن کاسته شده و در برخی موارد حتی کوچک‌نمایی رخ داده است. در شکل (۸- ت) اثر موج SV بر مؤلفه افقی تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد ۱ نشان داده شده است. چنانچه مشاهده می‌شود حداکثر پاسخ مربوط به دره نیم‌سینوسی به مقدار ۳ واحد است، حال آنکه در این حالت در نزدیکی قله - تپه نیم‌سینوسی عمداً کوچک‌نمایی رخ داده و در جانیین آن بزرگ‌نمایی تا ۲ واحد قابل مشاهده است.

مهاجم قائم P نشان داده شده است. در این شکل مؤلفه‌های افقی و قائم در فرکانس‌های بی‌بعد ۰/۵ و ۱ ارائه شده است. چنانچه در شکل (۷- الف) مشاهده می‌شود پاسخ نقاط سطح در فرکانس بی‌بعد ۰/۵ برای مؤلفه قائم تغییر مکان از الگوی پیچیده‌ای برخوردار است. این پاسخ برای نقاط مربوط به دره نیم‌سینوسی در بیشترین مقدار به عدد ۲/۵ رسیده است، حال آنکه برای نقاط نزدیک تپه به عدد ۳/۵ همگرا شده است. مطابق این شکل تعداد نقاط درونی استفاده شده در روش تقابل دوگانه نقش مؤثری در افزایش دقت محاسبات داشته‌اند به طوری که در تعداد ۸۰۰ نقطه درونی دامنه تغییر مکان عمدتاً نرم و فاقد دقت است و با افزایش تعداد نقاط به ۱۰۰۰ عدد، نتایج تا حدودی تدقیق شده و با افزایش نقاط به ۱۶۰۰ عدد، نتایج روش تقابل دوگانه و روش اجزای مرزی مستقیم در حوزه زمان منطبق شده‌اند. در شکل (۷- ب) دامنه تغییر مکان در فرکانس ۰/۵ برای مؤلفه افقی ارائه شده است. در این حالت برخلاف حالت قبل، دامنه در بیشترین مقدار مربوط به سطح جانبی تپه نیم‌سینوسی به مختصات $X=0.5b$ و $X=1.5b$ است و اندازه آن به ۱/۷ واحد می‌رسد که کمتر از حالت قبل است. دامنه پاسخ برای نقاط سطح دره نیم‌سینوسی به کمتر از ۱ رسیده است که مبین کوچک‌نمایی در این نواحی است. با این حال شدت پاسخ در محدوده دره به مقدار ۱/۵ رسیده است که گویای بزرگ‌نمایی در این ناحیه است. در شکل (۷- پ) دامنه تغییر مکان نرمال مؤلفه قائم سطح زمین در فرکانس بی‌بعد ۱ در برابر انتشار امواج قائم P نشان داده شده است. آنچه مسلم است در این حالت الگوی پاسخ پیچیده‌تر از حالت قبل است، زیرا فرکانس افزایش یافته است. وجود شکستگی و تکرار قله - تپه در نمودار حاکی از اثر افزایش فرکانس بر نتایج است. در این حالت بیشترین تغییر مکان مربوط به نقاط واقع بر دره نیم‌سینوسی به مختصات $X=-1.5b$ بوده است که دامنه آن به عدد ۳ می‌رسد. چنانچه مشاهده می‌شود مجدداً در پیرامون تپه نیم‌سینوسی به مختصات $X=0.5b$ و $X=1.5b$ شدت پاسخ به عدد ۲/۵ رسیده است که مبین اثر امواج بازتاب شده از سطح حفره زیرسطحی در این نقاط است. مؤلفه افقی تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد ۱ در شکل (۷- ت) نشان می‌دهد که دامنه پاسخ در کل ناحیه مربوط به دره و تپه نیم‌سینوسی به صورت یکنواخت در بین ۱/۵ تا ۲/۵ متغیر است. حداکثر دامنه مربوط به ناحیه جانبی دره نیم‌سینوسی به مختصات $X=-1.5b$ است، حال آنکه در قله - تپه نیم‌سینوسی به عدد ۱/۵ کاهش یافته است. در



شکل ۷ دامنه تغییر مکان بی‌بعد (نرمال) سطح زمین برای عارضه تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر حفره دایره‌ای در برابر امواج قائم P ، (الف) مؤلفه قائم تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد 0.5 ، (ب) مؤلفه افقی تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد 0.5 ، (پ) مؤلفه قائم تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد 1.0 و (ت) مؤلفه افقی تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد 1.0



شکل ۸ دامنه تغییر مکان نرمال سطح زمین برای عارضه توپوگرافی تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر حفره زیرسطحی در برابر انتشار امواج قائم SV ، (الف) مؤلفه قائم تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد 0.5 ، (ب) مؤلفه افقی تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد 0.5 ، (پ) مؤلفه قائم تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد 1.0 و (ت) مؤلفه افقی تغییر مکان در فرکانس بی‌بعد 1.0

مانند هندسه و سختی می‌توان از مجموعه پریود مخرب دوری جست تا هیچ گاه سازه مورد نظر دچار تغییر مکان‌های بیشینه و تخریب احتمالی نشود [1].

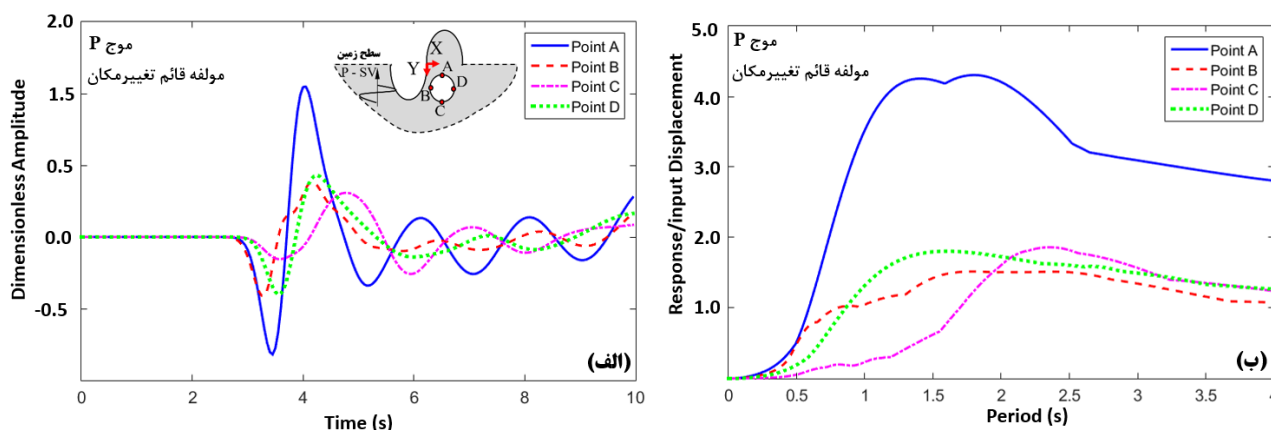
در این تحقیق به منظور استخراج پاسخ یک سیستم یک درجه آزادی، چهار نقطه بر روی چهار دیواره تونل، به صورت نقطه A بر روی تاج، نقطه B بر روی دیواره سمت چپ، نقطه C بر روی کف و نقطه D بر روی دیواره سمت راست تونل در نظر گرفته شده است. در این راستا برای نقاط مزبور در هنگام انتشار موج P و SV تاریخچه زمانی تغییر مکان استخراج و به کمک نرم‌افزار سائزموسیگنال (SeismoSignal Software) پاسخ یک سیستم یک درجه آزادی به موج مربوط حاصل شده است. در شکل (۹) پاسخ SDOF برای نقاط A، B، C و D در حالتی نمایش داده شده است که مؤلفه قائم پاسخ حاصل از انتشار موج P به عنوان موج ورودی به نرم‌افزار معرفی شده است. در شکل (۹) - الف) دامنه بی‌بعد تغییر مکان بر حسب زمان در چهار نقطه مزبور ارائه شده است. در شکل (۹) - ب) پاسخ یک سیستم یک درجه آزادی به موج ورودی نشان داده شده است. چنانچه مشاهده می‌شود مؤلفه قائم نقطه A واقع در تاج تونل موجب ایجاد بزرگ‌نمایی سازه‌ای شده است به طوری که این نوع بزرگ‌نمایی در کلیه پریودها بالاتر از ۰.۵ مشهود است. با این حال حداکثر بزرگ‌نمایی مربوط به پریود ۱ تا ۲ ثانیه است. در این حالت برای سایر نقاط واقع بر دیواره‌های چپ، پایین و راست بزرگ‌نمایی سازه‌ای چندان محسوس نیست و برای نقطه C در دیواره پایین تونل فرکانس تشدید و بزرگ‌نمایی ۲ تا ۲/۵ واحد افزایش یافته است.

در شکل (۱۰) پاسخ یک سیستم یک درجه آزادی به تاریخچه زمانی مؤلفه افقی تغییر مکان موج SV نشان داده شده است. چنانچه مشاهده می‌شود بزرگ‌نمایی سازه‌ای در پریود ۱ ثانیه اتفاق افتاده است که حداکثر آن مربوط به دیواره بالایی تونل یعنی نقطه A است. با این اوصاف در کف تونل یعنی نقطه C کوچک‌نمایی سازه‌ای رخ داده و پریود بحرانی یا غالب (پریودی که حداکثر افزایش پاسخ سیستم یک درجه آزادی در آن دیده می‌شود) یک بازه وسیع از ۱ تا ۳ ثانیه را در بر می‌گیرد.

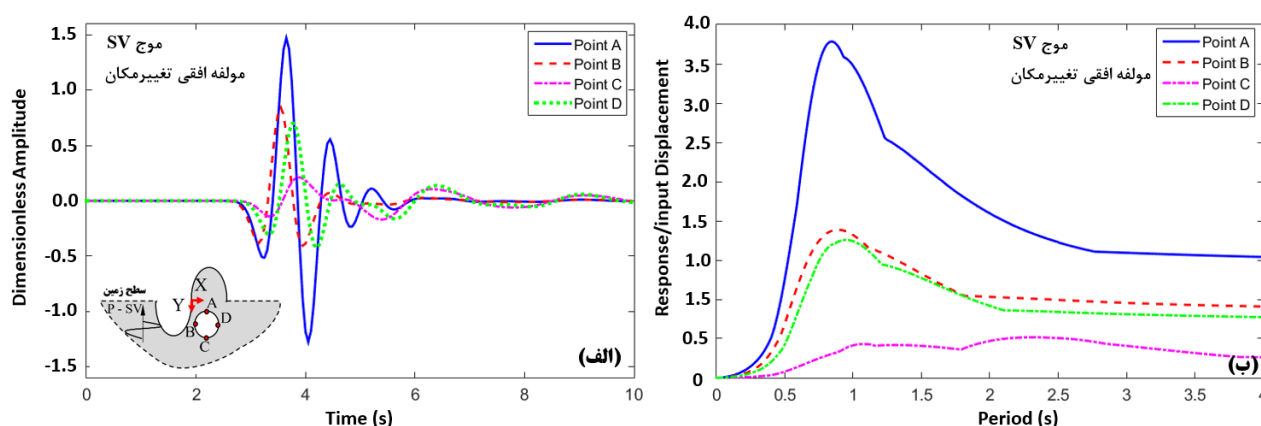
آنچه از اشکال (۷) و (۸) برداشت می‌شود آن است که عمده نواحی سطح در حضور عارضه توپوگرافی ناهمگون و حفره زیرزمینی تحت انتشار امواج درون‌صفحه P و SV دچار بزرگ‌نمایی لرزه‌ای هستند و حداکثر مقدار این بزرگ‌نمایی به عدد ۴ می‌رسد که این مهم نیاز به در نظر گرفتن تدابیر لازم پیرامون طراحی و احداث سازه‌ها در این نواحی را بیش از پیش آشکار می‌سازد. همچنین طبق مطالعات گذشته برای یک تپه نیم‌سینوسی با نسبت ارتفاع به عرض واحد، فرکانس طبیعی معادل برابر $f_0 = C_s/2A$ است [1] که در آن C_s سرعت موج برشی و A عرض عارضه نیم‌سینوسی است. بر این اساس برای تپه نیم‌سینوسی با $A=100m$ و $C_s=800m/s$ فرکانس طبیعی مد نخست به صورت ۴ هرتز معادل ۲۵.۱۳ رادیان بر ثانیه به دست می‌آید. با توجه به اینکه فرکانس بی‌بعد $\eta=1$ در تحقیق حاضر معادل ۲۵ رادیان بر ثانیه است، این مقدار نزدیک فرکانس طبیعی مد نخست تپه نیم‌سینوسی است و می‌توان اثر حضور حفره در این مد را در نتایج حاصل از فرکانس $\eta=1$ در شکل‌های (۷) - پ) و (۷-ت) و (۸-پ) و (۸-ت) به خوبی مشاهده کرد. بر این اساس الگوهای بزرگ‌نمایی از فرم بسیار پیچیده‌ای برخوردار هستند و در نقاط نزدیک نوک تپه بزرگ‌نمایی تا ۲.۵ در هنگام انتشار موج P و تا ۳.۵ در هنگام انتشار موج SV شدت آن افزایش یافته است.

پاسخ حوزه زمان

در علم طراحی سازه عمدتاً از روش پاسخ دینامیکی یک سیستم یک درجه آزادی (Single Degree of Freedom) یا به اختصار SDOF که شامل یک سیستم فنر - میراگر با ۵ درصد میرایی است، برای تحلیل رفتار لرزه‌ای سازه‌ها بهره گرفته می‌شود. در این روش سازه سطحی طراحی شده به صورت یک سیستم فنر - میراگر مدل‌سازی شده و سپس تاریخچه زمانی پاسخ به عنوان موج ورودی زلزله به آن تابانده می‌شود. در این حالت سازه تحت نوعی ارتعاش اجباری قرار گرفته و رفتار آن در پریودهای مختلف تحت موج تابانده ورودی قابل ارزیابی است. به کمک این ویژگی می‌توان مشاهده نمود تغییر مکان سازه مورد نظر در چه پریودی از موج ورودی دچار بزرگ‌نمایی لرزه‌ای خواهد شد. بنابراین در طراحی سازه با تغییر پارامترهای مؤثر بر پریود سازه‌ای



شکل ۹ پاسخ دیواره سازه تونل زیرسطحی به تاریخچه زمانی مؤلفه قائم تغییر مکان موج P در چهار نقطه A, B, C و D به ترتیب واقع بر تاج، دیواره سمت چپ، کف و دیواره سمت راست تونل: (الف) تاریخچه زمانی دامنه بی‌بعد تغییر مکان سطح تونل (حرکت ورودی سیستم یک درجه آزادی) و (ب) پاسخ یک سیستم یک درجه آزادی شامل فنر - میراگر با ۵ درصد میرایی



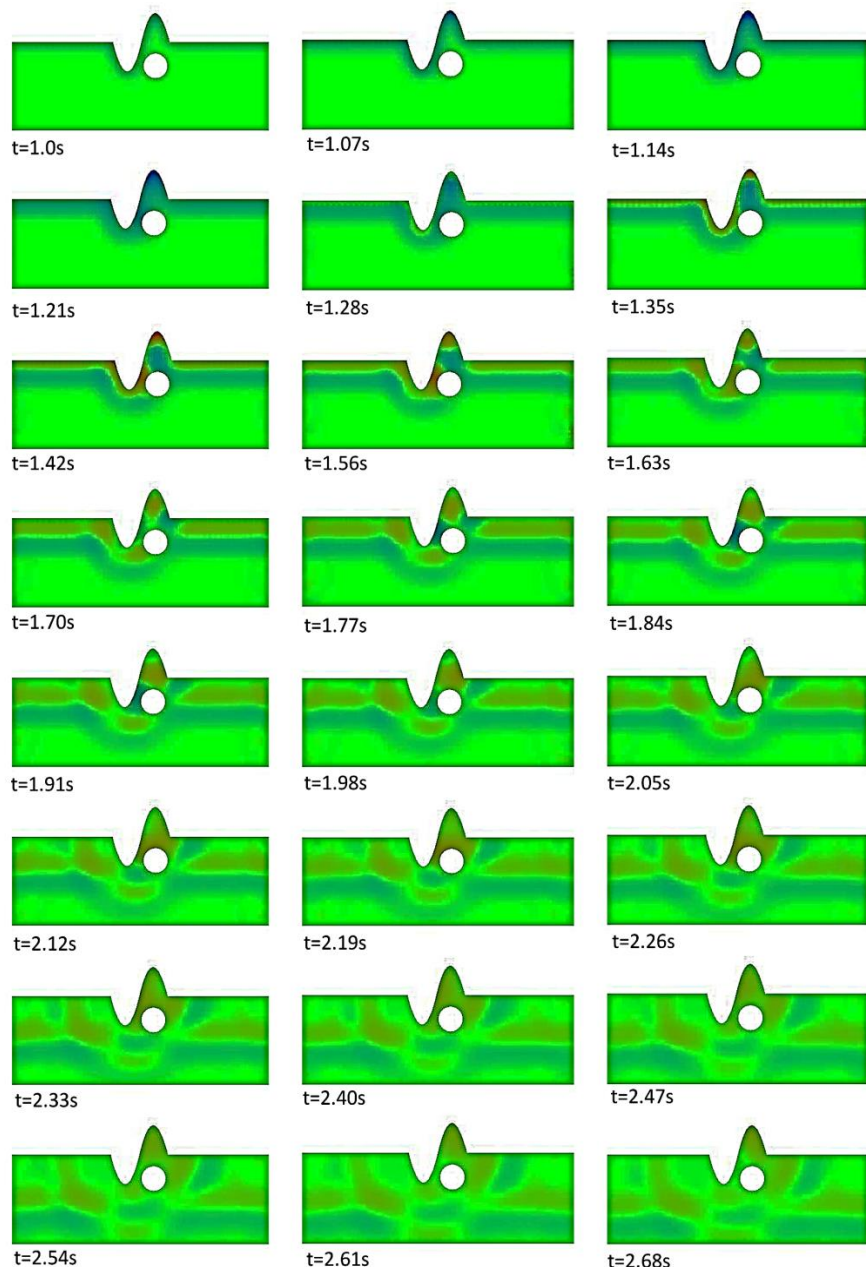
شکل ۱۰ پاسخ دیواره سازه تونل زیرسطحی به تاریخچه زمانی مؤلفه قائم تغییر مکان موج SV در چهار نقطه A, B, C و D به ترتیب واقع بر تاج، دیواره سمت چپ، کف و دیواره سمت راست تونل: (الف) تاریخچه زمانی دامنه بی‌بعد تغییر مکان سطح تونل (حرکت ورودی سیستم یک درجه آزادی) و (ب) پاسخ یک سیستم یک درجه آزادی شامل فنر - میراگر با ۵ درصد میرایی

اسنپ‌شات انتشار موج به ترتیب برای مؤلفه قائم P و مؤلفه افقی SV ارائه شده است. در شکل (۱۱) کاملاً مشهود است انتشار موج در محیط موجب تشکیل یک الگوی پیچیده در حوزه زمان می‌شود که این الگو به مرور گسترش می‌یابد و نقاط مختلف تحت تأثیر قرار می‌گیرند. نقاط قله - تپه نیم‌سینوسی و ناحیه محصور بین حفره دایره‌ای و تپه نیم‌سینوسی از جمله نقاطی هستند که به دلیل انعکاس پی در پی موج دچار بزرگ‌نمایی لرزه‌ای شده و موج در بازه زمان طولانی به صورت رنگ قرمز در این نواحی پایدار مانده است. با این حال ناحیه زیرین حفره از جمله نقاطی است از همان ابتدای انتشار موج تأثیر اندک داشته

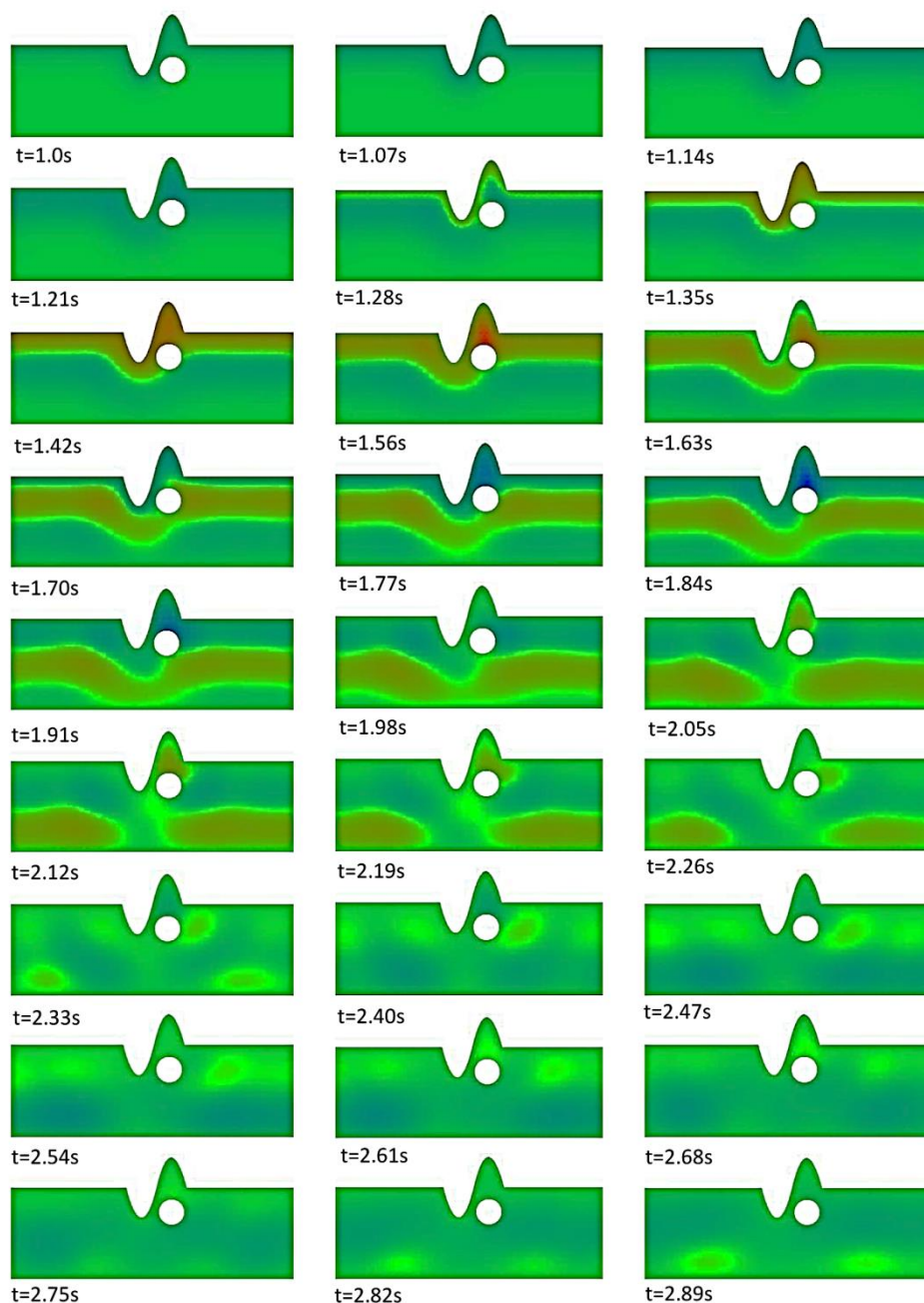
یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های روش اجزای مرزی تقابل‌دوگانه امکان استخراج نمودارهای اسنپ‌شات (حرارتی یا تصاویر لحظه‌ای) پیرو تعریف نقاط درونی از همان ابتدای تحلیل است. این فرایند در روش‌های مستقیم مرزی پیچیده است چرا که مستلزم تعریف جداگانه نقاط درونی و معرفی آن پس از تحلیل اولیه برای محاسبه پاسخ لرزه‌ای است. در اصل نمودارهای اسنپ‌شات یا تصاویر لحظه‌ای یک خط زمانی پیوسته از نحوه انتشار موج در کل محیط ارائه می‌دهند به طوری که این امکان فراهم می‌شود تا یک دید کلی از چگونگی حرکت موج در درون محیط مورد بررسی حاصل شود. در شکل (۱۱) و (۱۲)

حالت نیز حفره به مانند یک جاذب موج عمل کرده و از رسیدن امواج انعکاسی به نواحی زیرین آن جلوگیری کرده است. به صورت برعکس در سمت تپه نیم سینوسی مرز حفره همانند یک منعکس کننده عمل کرده و موجب انحصار موج در این نواحی شده است.

و همواره به رنگ سبز و آبی باقی مانده است. الگوی مشابه در شکل (۱۲) مشاهده می شود با این تفاوت که در این حالت ناحیه سمت راست بین تونل و تپه نیم سینوسی دچار انحصار موج شده و به مرور موجب تقویت اثر موج در این نواحی شده است. چنانچه مشاهده می شود در این حالت نیز ناحیه زیرین حفره تأثیر اندکی از موج منتشر شده دریافت کرده است. در واقعیت در این



شکل ۱۱ نمودار اسنپشات تغییر مکان قائم نقاط درونی محیط مشتمل بر عارضه توپوگرافی تپه - دره نیم سینوسی واقع بر حفره زیرسطحی در برابر انتشار قائم موج لرزه ای P در گام های زمانی منتخب



شکل ۱۲ نمودار اسنپ‌شات تغییر مکان افقی نقاط درونی محیط مشتمل بر عارضه توپوگرافی تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر حفره زیرسطحی در برابر انتشار قائم موج لرزه‌ای SV در گام‌های زمانی منتخب

نتیجه‌گیری

روش‌های نوین محاسباتی برای تحلیل لرزه‌ای آن‌ها را هر چه بیشتر نمایان می‌سازد. در این مقاله یک روش نوین مرزی با عنوان روش اجزای مرزی تقابل‌دوگانه برای تحلیل مسئله پراکنش امواج درون‌صفحه از سطح عوارض توپوگرافی مرکب ارائه شد. در این راستا ضمن معرفی و توسعه معادلات روش اجزای مرزی تقابل-دوگانه، نقاط قوت و ضعف روش در مقایسه با روش‌های در دسترس مورد بررسی قرار گرفت. سپس با اقتناع اثر موج میدان

عوارض توپوگرافی ناهمگون و مرکب از جمله عارضه‌های وافر در طبیعت هستند که به راحتی در نقاط مختلف به صورت دره‌ها و تپه‌های متوالی مشاهده می‌شوند. این نوع از عوارض غالباً در نزدیکی شهرها و مناطق نزدیک محل سکونت انسان نیز به چشم می‌خورند. با توجه به گسترش شهرنشینی و لزوم استفاده از تونل‌های زیرسطحی در کنار این قسم عوارض اهمیت توسعه

بی بعد ۱.۰ حداکثر تغییر مکان قائم برای تپه و دره به ترتیب در قله و کف به میزان ۳.۵ واحد مشهود بود.

۶. از پاسخ سیستم یک درجه آزادی نقاط پیرامون تونل مبرم شد، تاج تونل همواره با حداکثر دامنه برای امواج P و SV مواجه بود و پیرو غالب سیستم معمولاً در محدوده زمانی ۱ تا ۳ ثانیه برای هر دو نوع موج به وقوع پیوست.

شاید بتوان مهم‌ترین محدودیت روش تقابل دوگانه در تحلیل مسئله انتشار موج دینامیکی را نیاز آن به تعریف نقاط درونی برشمرد. با این همه نتایج این تحقیق نشان داد تعداد بهینه‌ای از نقاط درونی وجود دارد که به ازای آن نتایج روش به صورت مناسب به نتایج دقیق همگرا می‌شود. در این تحقیق ۱۶۰۰ نقطه درونی به عنوان تعداد نقاط بهینه معرفی گردید. نتایج این تحقیق در بسیاری از حوزه‌های عملیاتی و کاربردی مرتبط به مهندسی زلزله قابل استفاده است به طوری که بهینه‌سازی آیین‌نامه‌های طراحی لرزه‌ای در مناطق نزدیک به عوارض تپه - دره شکل که در عمق آن حفرات به صورت تونل یا معبرهای عبور مدفون هستند از جمله این کاربردها است. مطابق با نتایج این تحقیق یافتن نقاط با بیشترین تغییر مکان که عمدتاً در محدوده محصور بین عارضه دره - تپه نیم‌سینوسی و حفره است، نشان می‌دهد توجه به مقاوم‌سازی این دست نواحی به خصوص در مناطق لرزه‌خیز از اهمیت برخوردار است.

سپاسگزاری

آزاد در معادلات روش، یک الگوریتم محاسباتی تهیه شد. در ادامه با تحلیل مسائل مختلف پیرامون عوارض توپوگرافی منفرد و مقایسه نتایج حاصل با پاسخ‌های تحلیلی در دسترس، صحت دستاوردها مورد آزمون قرار گرفت. در نهایت با مدل‌سازی یک عارضه توپوگرافی مرکب به صورت تپه - دره نیم‌سینوسی واقع بر یک حفره دایره‌ای زیرسطحی در برابر انتشار قائم امواج صفحه‌ای P-SV، تلاش شد تا کارایی روش تقابل دوگانه در تحلیل این قسم مسائل هر چه بیشتر تبیین گردد. نتایج نشان داد روش مزبور از دقت و قابلیت مناسب در تحلیل انواع مسائل ژئوتکنیک لرزه‌ای برخوردار است. اهم نتایج مطالعه عددی تحقیق حاضر به صورت زیر جمع‌بندی می‌شود:

۱. حداکثر دامنه پاسخ سطح تپه و دره نیم‌سینوسی به ترتیب برابر ۳.۵ و ۲.۵ واحد در فرکانس بی‌بعد ۰.۵ در برابر انتشار امواج قائم P حاصل شد که متعلق به مؤلفه عمودی تغییر مکان بود.
۲. چنانچه مشاهده شد افزایش فرکانس همواره مسبب افزایش نوسان و تکرر در نقاط شکستگی دامنه پاسخ سطح زمین شد.
۳. آنچه مسلم شد افزایش فرکانس قادر به تغییر نقاط بحرانی پاسخ سطح زمین بود به طوری که بر خلاف انتظار، در فرکانس بی‌بعد ۱.۰ حداکثر تغییر مکان قائم متعلق به سطح دره به مختصات $X=-1.5b$ (b مین شعاع حفره دایره‌ای است) در برابر انتشار امواج قائم P شد.
۴. در حالت انتشار امواج قائم SV، حداکثر دامنه پاسخ در گره اتصال دره و تپه نیم‌سینوسی به میزان ۳ واحد در فرکانس بی‌بعد ۰.۵ حاصل شد که متعلق به مؤلفه افقی تغییر مکان بود.
۵. مشابه موج P، افزایش فرکانس با تغییر در مختصات نقاط بحرانی برای موج SV همراه شد به طوری که در فرکانس

مراجع

- [1] S. Kramer, *Geotechnical Earthquake Engineering*. London: Prentice Hall, 1996.
- [2] M. Isari and R. Tarinejad, "Investigation Effects of Canyon Topography on the Seismic Wave Scattering by 3D-BEM," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 30, no. 2, pp. 93-108, 2017.
- [3] R. Bagherieh, I. Loloie, and A. Bagherieh, "Numerical Modeling of Tunnels and Lifelines in Liquefiable Grounds Under Seismic Loading," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 27, no. 2, pp. 127-144, 2016.
- [4] M. A. Barfehee, M. Mortazavi Zanjani, and A. Soroush, "Three-Dimensional Numerical Modeling of Interaction of Dip-Slip Fault and Tunnels with Concrete Lining," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 36, no. 1, pp. 19-34, 2023.
<https://doi.org/10.22067/jfpei.2022.70954.1043>

- [5] A. S. Abedi, N. Hataf, and A. Ghahramani, "Analytical Solution of the Dynamic Response of Buried Pipelines Under Blast Wave," *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 88, pp. 301–306, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2016.07.014>
- [6] H. Hai-Hong and J. Wei-wei, "Application of Geophysical Methods in Tunnel Exploration," in *Proceeding 5th International Conference on Civil, Architectural and Hydraulic Engineering (ICCAHE 2016)*, Zhuhai, China, 2016.
- [7] M. Panji and B. Ansari, "Modeling Pressure Pipe Embedded in Two-Layer Soil by a Half-Plane BEM," *Computers and Geotechnics*, vol. 81, pp. 360–367, 2017. <https://doi.org/10.2991/iccahe-16.2016.33>
- [8] M. Panji and B. Ansari, "Transient SH-Wave Scattering by the Lined Tunnels Embedded in an Elastic Half-Plane," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 84, pp. 220–230, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2017.09.002>
- [9] Z. Wu, P. Rao, S. Nimbalkar, Q. Chen, J. Cui, and P. Ouyang, "A Semi-Analytical Solution for Shock Wave Pressure and Radius of Soil Plastic Zone Induced by Lightning Strikes," *Materials*, vol. 15, no. 6, p. 2239, pp. 2–18, 2022. <https://doi.org/10.3390/ma15062239>
- [10] H. Li, M. Zhao, J. Huang, W. Liao, and Ch. Ma, "Simplified Analytical Solution of Tunnel Cross Section Under Oblique Incident SH Wave in Layered Ground," *Earthquakes and Structures*, vol. 24, no. 1, pp. 65–79, 2023. <https://doi.org/10.12989/eas.2023.24.1.065>
- [11] A. S. Abedi, N. Hataf, and A. Ghahramani, "Analytical Solution of the Dynamic Response of Buried Pipelines Under Blast Wave," *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 88, pp. 301–306, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2016.07.014>
- [12] V. Besharat, M. Davoodi, and M. K. Jafari, "An Investigation on Tunnel-Structure Interaction on Settlement of Surface Buildings with Numerical Method," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 26, no. 1, pp. 101–120, 2015.
- [13] Z. Yao and G. F. Margrave, "Forth-Order Finite-Difference Scheme for P and SV Waves Propagation in 2D Transversely Isotropic Media," *CREWES Research Report*, vol. 11, pp. 1–11, 1999.
- [14] P. Moczo, J. O. A. Robertsson, and L. Eisner, "The Finite-Difference Time-Domain Method for Modeling of Seismic Wave Propagation," *Advances in Geophysics*, vol. 48, pp. 422–516, 2007. [https://doi.org/10.1016/S0065-2687\(06\)48008-0](https://doi.org/10.1016/S0065-2687(06)48008-0)
- [15] H. Samadiyeh and R. Khajavi, "MPI- and CUDA- Implementations of Modal Finite Difference Method for P-SV Wave Propagation Modeling," *Journal of Theoretical and Applied Vibration and Acoustics*, vol. 2, no. 2, pp. 185–202, 2016.
- [16] A. Mahboubi and K. Panaghi, "The Effects of Piles Spacing and Length to Diameter Ratios on the Soil-Pile-Structure Interaction Phenomenon," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 25, no. 1, pp. 1–14, 2014.
- [17] M. Gholhaki and M. J. Sattari, "Study of Effect of Vertical Components of Earthquake on Thin Steel Plate Shear Walls," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 27, no. 2, pp. 145–160, 2016.
- [18] M. Amelsakhi, A. Sohrabi-Bidar, A. Haraty, and A. Shareghi, "Numerical Study of the Effect of Non-Horizontal Soil Layering on Seismic Response of Semi-Sine Hill," *Bulletin of Earthquake Science and Engineering*, vol. 10, no. 3, pp. 15–29, 2023.

- [19] Q. Zhang, M. Zhao, J. Huang, X. Du, and G. Zhang, "A 2.5D Finite Element Method Combined with Zigzag-Paraxial Boundary for Long Tunnel Under Obliquely Incident Seismic Wave," *Applied Sciences*, vol. 13, no. 10, p. 5743, pp. 1–27, 2023.
- [20] M. Li, K. Meng, and J. Zhou, "Seismic Response and Damage Analysis of Shield Tunnel with Lateral Karst Cavity Under Oblique SV Waves," *Buildings*, vol. 13, no. 3, p. 605, pp. 1–18, 2023. <https://doi.org/10.3390/buildings13030605>
- [21] J. Dominguez, *Boundary Elements in Dynamics*. Southampton: Computational Mechanics Publications, 1993.
- [22] P. W. Partridge and C. A. Brebbia, "Computer Implementation of the BEM Dual Reciprocity Method for the Solution of General Field Equations," *Communications in Applied Numerical Methods*, vol. 6, pp. 83–92, 1990. <https://doi.org/10.1002/cnm.1630060204>
- [23] D. E. Beskos, "Boundary Element Methods in Dynamic Analysis," *Applied Mechanics Reviews*, vol. 40, no. 1, pp. 1–23, 1987. <https://doi.org/10.1115/1.3149529>
- [24] A. Tadeu, P. Santos, and J. Antonio, "Amplification of Elastic Waves Due to a Point Source in the Presence of Complex Surface Topography," *Computers & Structures*, vol. 79, no. 18, pp. 1697–1712, 2001. [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(01\)00098-0](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(01)00098-0)
- [25] T. Takahashi, M. Tanigawa, and N. Miyazawa, "An Enhancement of the Fast Time-Domain Boundary Element Method for the Three-Dimensional Wave Equation," *Computer Physics Communications*, vol. 271, p. 108229, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2021.108229>
- [26] W. Liu, Ch. Li, L. Ma, and L. Du, "A Frequency-Domain Formulation for Predicting Ground-Borne Vibration Induced by Underground Train on Curved Track," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 549, p. 117578, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2023.117578>
- [27] Y. B. Yang, J. Li, Q. Q. Nie, Z. Y. Zhou, and H. Xu, "A Hybrid Artificial Boundary Combining Perfectly Matched Layer and Infinite Elements for Analyzing Semi-Infinite Problems," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 155, pp. 528–540, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2023.06.028>
- [28] M. Panji, M. Kamalian, J. A. Marnani, and M. K. Jafari, "Transient Analysis of Wave Propagation Problems by Half-Plane BEM," *Geophysical Journal International*, vol. 194, no. 3, pp. 1849–1865, 2013. <https://doi.org/10.1093/gji/ggt200>
- [29] M. Panji, "A Half-Space TD-BEM Model for a Seismic Corrugated Orthotropic Stratum," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 152, pp. 655–677, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2023.04.032>
- [30] M. Panji, M. Kamalian, J. A. Marnani, and M. K. Jafari, "Analyzing Seismic Convex Topographies by a Half-Plane Time-Domain BEM," *Geophysical Journal International*, vol. 197, no. 1, pp. 591–607, 2014.
- [31] M. Panji and S. M. Hasanlouyi, "Time-History Responses on the Surface by Regularly Distributed Enormous Embedded Cavities: Incident SH-Waves," *Earthquake Science*, vol. 31, no. 3, pp. 137–153, 2018. <https://dx.doi.org/10.29382/eqs-2018-0137-3>
- [32] D. Nardini and C. A. Brebbia, "A New Approach to Free Vibration Analysis Using Boundary Elements," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 7, pp. 157–162, 1983. [https://doi.org/10.1016/0307-904X\(83\)90003-3](https://doi.org/10.1016/0307-904X(83)90003-3)

- [33] J. P. Aganantiaris, D. Polyzos, and D. E. Beskos, "Three-Dimensional Structural Vibration Analysis by the Dual Reciprocity BEM," *Computational Mechanics*, vol. 21, no. 4-5, pp. 372–381, 1998. <https://doi.org/10.1007/s004660050314>
- [34] S. H. Chuang, C. Y. Yueh, and L. H. Huang, "Dual Boundary Element Model Coupled with the Dual Reciprocity Method to Determine Wave Scattering by a Concentric Cylindrical System Mounted on a Conical Shoal," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 56, pp. 30–38, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2015.01.015>
- [35] P. Kavandi, N. Ganjian, and M. Panji, "A DR-BEM Approach for Analyzing the Transient SH-Wave Scattering Problems: A Comparative Study," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 169, p. 105962, 2024. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2024.105962>
- [36] P. Kavandi, N. Ganjian, and M. Panji, "A Review on Linear Dynamic Analysis by Dual Reciprocity Boundary Element Method," *Bulletin of Earthquake Science and Engineering*, vol. 11, no. 2, pp. 45–62, 2024.
- [37] C. A. Brebbia and J. Dominguez, *Boundary Elements: An Introductory Course*. Southampton: Computational Mechanics Publications, 1992.
- [38] A. C. Eringen and E. S. Suhubi, *Elastodynamics*. New York: Academic Press, 1975.
- [39] P. K. Banerjee and R. Butterfield, *Boundary Element Methods in Geomechanics*. London: Wiley, 1977.
- [40] H. Kawase, "Time-Domain Response of a Semi-Circular Canyon for Incident SV, P, and Rayleigh Waves Calculated by the Discrete Wavenumber Boundary Element Method," *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 78, no. 4, pp. 1415–1437, 1988.
- [41] J. Dominguez and T. Meise, "On the Use of the BEM for Wave Propagation in Infinite Domains," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 8, no. 3, pp. 132–138, 1991. [https://doi.org/10.1016/0955-7997\(91\)90022-L](https://doi.org/10.1016/0955-7997(91)90022-L)
- [42] P. Kavandi, M. Panji, N. Ganjian, and J. A. Marnani, "An Alternative Dual Reciprocity BEM for P-SV Wave Propagation Problems: A Comparative Study," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 176, p. 106238, 2025. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2025.106238>
- [43] M. Kamalian, M. K. Jafari, A. Sohrabi-Bidar, A. Razmkhah, and B. Gatmiri, "Time-Domain Two-Dimensional Site Response Analysis of Non-Homogeneous Topographic Structures by a Hybrid BE/FE Method," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 26, pp. 753–765, 2006. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2005.12.008>