



Ferdowsi
University of
Mashhad

Ferdowsi Civil Engineering

<https://civil-ferdowsi.um.ac.ir>



Iranian
Concrete
Institute



Pavement
Engineering
Association of
Iran

Control of Structural Vibrations Using Improved Model Predictive Control with Kalman Filter*

Research Article

Morteza Ghorbani-uri¹, Amin Gholizad² , Mona Shoaee-Parchin³

DOI: [10.22067/jfcej.2025.94471.1362](https://doi.org/10.22067/jfcej.2025.94471.1362)

1- Introduction

The rising demand for tall, flexible structures necessitates advanced vibration control strategies to mitigate their dynamic response to seismic loads. Among active control mechanisms, the Active Tendon (AT) system has proven to be a reliable solution. Model Predictive Control (MPC) is an effective strategy for guiding this system, calculating control forces by forecasting future structural states. However, the performance of MPC is often compromised by modeling uncertainties and measurement noise.

To address these challenges, this study proposes the integration of MPC with the Kalman Filter (KF) and the Steady-State Kalman Filter (SSKF). In this hybrid framework, the KF delivers more precise state estimations, which the MPC controller then uses to compute the control forces. While the combined MPC-KF approach typically entails high computational complexity, employing the SSKF with its constant gain significantly reduces the computational load, enabling faster real-time implementation. This research comprehensively evaluates and compares the performance of three control algorithms: CMPC, MPC-KF, and MPC-SSKF for an 11-story shear frame equipped with ATs under seismic excitation. The comparison is based on key metrics, including efficiency and time and memory complexity.

2- Methodology

The structural system investigated in this study consists of an 11-story shear building equipped with active tendon dampers installed at every story. The ATs are designed to actively counteract structural vibrations induced by dynamic excitations such as seismic ground motions, thereby enhancing the overall stability and serviceability of the structure. All numerical simulations are carried out in the MATLAB. Three control algorithms i.e. Classical Model Predictive Control (CMPC), Model Predictive Control integrated with the Kalman Filter (MPC-KF), and Model Predictive Control integrated with the Steady-State

Kalman Filter (MPC-SSKF) are implemented and compared. The weighting matrices (Q and R), prediction horizon (Np), and control horizon (Nc) are tuned through an iterative trial-and-error procedure to achieve optimal trade-offs between control accuracy, robustness, and computational efficiency.

The governing equation of motion for the structure subjected to ground acceleration is expressed as eq(1):

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = B_1u(t) + E_1w(t) \quad (1)$$

where M, C, and K denote the mass, damping, and stiffness matrices, respectively.

The model-based control architecture and the schematic configuration of the CMPC framework are illustrated in Fig 1. The cost function of the CMPC is defined as eq (2), while the optimal control signal, subject to predefined constraints, is determined by eq (3).

$$J = (R_s - Y)^T \bar{Q} (R_s - Y) + \Delta u^T \bar{R} \Delta u \quad (2)$$

$$\Delta U = (\Phi^T \bar{Q} \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \bar{Q} (R_s - FZ(k_i)) \quad (3)$$

The Kalman Filter has been extensively recognized as a fundamental estimation and prediction tool for dynamic systems. In this study, the predictive capabilities of the KF are integrated into the CMPC algorithm to enhance state estimation accuracy and improve control robustness against measurement noise and modeling uncertainties. In the KF framework, the a priori (predicted) state vector is computed according to eq (4), and the filter gain is updated recursively using eq (5):

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^+ &= \hat{x}_k^- + K_k(y_k - H_k \hat{x}_k^-) \\ &= \text{aposterioristateestimate} \end{aligned} \quad (4)$$

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (5)$$

* Manuscript received July 16, 2025, Revised October 22, 2025, Accepted November 29, 2025.

¹ Ph.D. Candidate of Structural Engineering, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran.

² Corresponding Author, Professor, Faculty of Engineering, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran.

Email: gholizad@uma.ac.ir.

³ Ph.D. Candidate of Structural Engineering, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran.

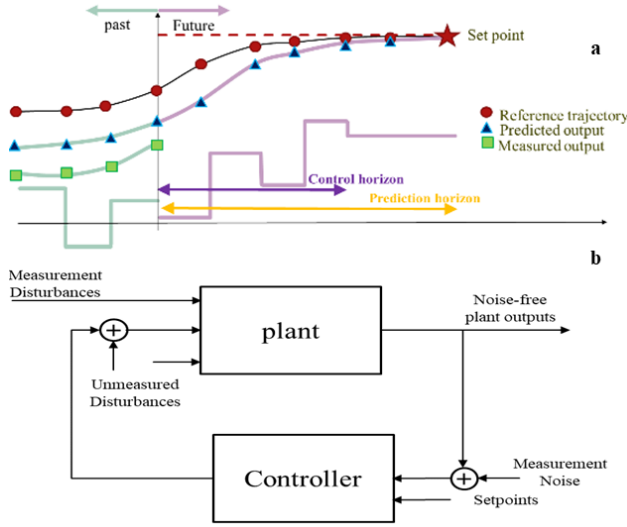


Fig. 1 (a) Schematic representation of the CMPC framework; (b) block diagram of the model-based control system.

From an implementation perspective, computational efficiency and memory economy are critical. The Steady-State Kalman Filter (SSKF) addresses these challenges by employing a constant gain matrix, computed offline. Although this approach may introduce a slight degradation in estimation precision, it significantly reduces computational complexity, facilitating real-time control applications. The applicability of the SSKF assumes a linear time-invariant (LTI) system and stationary process and measurement noises, characterized by constant covariance matrices. The predicted and updated state vectors are then obtained using eq (6) and (7), respectively.

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_\infty(y_k - H\hat{x}_k^-) \quad (6)$$

= aposterioristateestimate

$$K_\infty = (P_\infty H^T + M)(HP_\infty H^T + HM_k + M^T H^T + R)^{-1} \quad (7)$$

3- Results and Discussion

This study evaluates the effectiveness of the proposed control schemes in mitigating seismic vibrations of shear buildings under the Kocaeli and Loma Prieta earthquakes. Weighting matrices (Q, R) and control/prediction horizons (Nc, Np) were tuned via trial-and-error and kept constant across all simulations for consistency. Results include top-story displacement and control force time histories, along with comparative tables of structural responses and computational complexity (execution time and memory) for MPC-KF and MPC-SSKF.

Fig. 1 presents the time histories of control force and top-story displacement of the studied structure under the Kocaeli earthquake. As illustrated, all 3 control strategies significantly reduce the peak top-story displacement compared to the uncontrolled case. Notably, the MPC-KF and MPC-SSKF achieve more than 50% reduction in the

maximum displacement response, indicating a remarkable improvement in predictive capability compared to the CMPC. Moreover, the close agreement between the MPC-KF and MPC-SSKF responses demonstrates that the steady-state simplification has negligible influence on control accuracy.

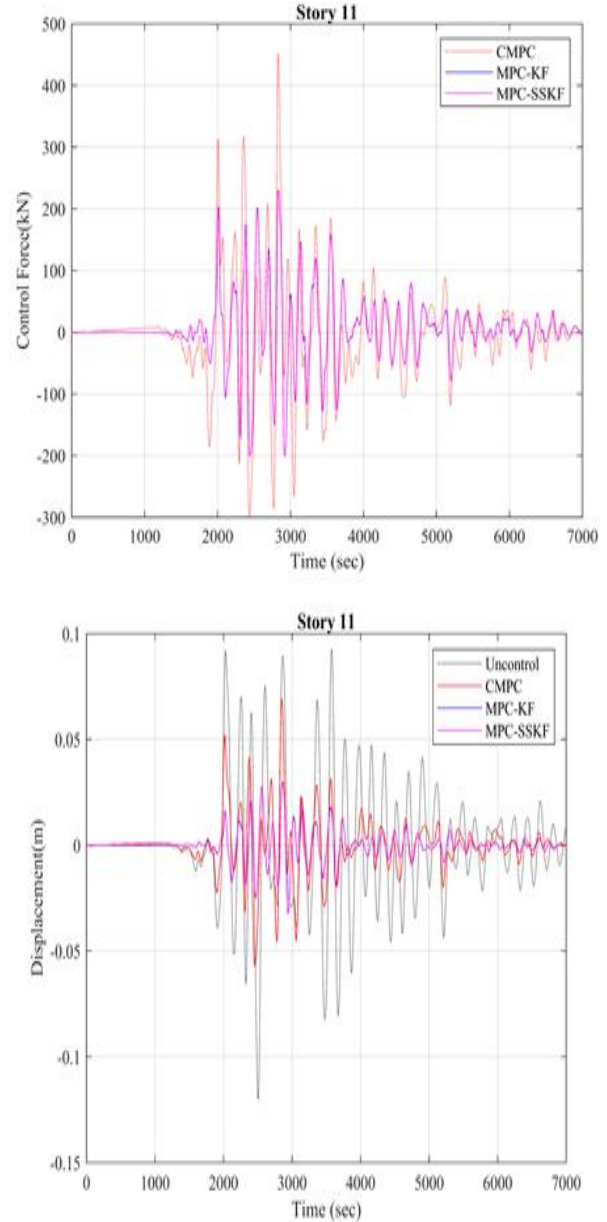


Fig. 1 The time histories of (a) control force and (b) top-story displacement of the studied structure under the Kocaeli earthquake

To further assess the influence of the Kalman-based estimators on enhancing MPC prediction, a detailed quantitative comparison among the three control algorithms was performed. The maximum values of top-story displacement, velocity, acceleration, and control force for both earthquake excitations are summarized in Table 1 for uncontrolled and controlled cases. Simulation results indicate that the CMPC algorithm achieved a reduction of 38% in peak displacement under the Loma

Prieta record and 64% in acceleration under the Kocaeli record. In contrast, the MPC-KF and MPC-SSKF algorithms demonstrated substantial performance enhancement, achieving reductions of 68% and 68%, and 73% and 72%, respectively. These results confirm the positive contribution of Kalman filtering to the prediction stage of the MPC framework. Furthermore, this improvement was accompanied by a notable decrease in control effort, with the MPC-KF and MPC-SSKF requiring approximately 48% and 38% less control force under the Kocaeli and Loma Prieta earthquakes, respectively. Given the similar dynamic performance of the MPC-KF and MPC-SSKF algorithms, their computational efficiency was further compared in terms of execution time and memory consumption, as reported in Table 2. The comparison reveals the superior performance of the SSKF in terms of computational speed relative to the standard KF. Although the initial computational requirements of both filters are nearly identical, the SSKF demonstrates higher memory efficiency in practice, owing to the elimination of iterative updates of covariance matrices and gain factors.

Table 1. Maximum top-story responses and control forces of the studied structure.

Method	Parameter	Kocaeli	Loma Prieta
Uncontrolled	Displacement (m)	0.0927	0.1234
	Acceleration (m/s ²)	5.8114	11.7795
CMPC	Displacement (m)	0.0691	0.0753
	Acceleration (m/s ²)	2.2543	5.0940
	Control Force (kN)	450	500
MPC-KF	Displacement (m)	0.0294	0.0389
	Acceleration (m/s ²)	1.5492	3.4124
	Control Force (kN)	230	310
MPC-SSKF	Displacement (m)	0.0300	0.0391
	Acceleration (m/s ²)	1.5795	3.4292
	Control Force (kN)	230	310

Table 2. Computational time and memory complexity for KF and SSKF.

Algorithm	Time Complexity	Memory Complexity
KF	$O(n^3 + m^3 + m^2n + mn^2)$	$O(n^2 + m^2 + mn)$
SSKF	$O(n^2 + mn)$	$O(n^2 + m^2 + mn)$

Overall, the results demonstrate that integrating Kalman-based estimation into the MPC framework substantially enhances both control accuracy and computational efficiency. In particular, MPC-SSKF achieves performance comparable to MPC-KF while significantly reducing computational demand.

4- Conclusion

This study examined the enhancement of predictive performance and reduction of control effort in the CMPC algorithm through the integration of Linear KF and SSKF. The framework was applied to a shear building equipped with active tendon dampers under two earthquake records. The key findings are:

- MPC-SSKF significantly improves prediction accuracy while substantially reducing computational complexity.
- The required control force is reduced by up to 57% compared with conventional MPC.
- MPC-SSKF achieves comparable performance to MPC-KF while using approximately 105 fewer prediction steps, demonstrating computational efficiency.
- With its lower computational demand and consistent control performance, MPC-SSKF provides an efficient solution for real-time seismic vibration control.

Overall, the results highlight the superior practical applicability of MPC-SSKF over CMPC, underscoring its potential for deployment in active control systems for high-rise structures.



کنترل ارتعاشات سازه با استفاده از کنترل پیش‌بین مدل بهبودیافته با فیلتر کالمن*

مقاله پژوهشی

مرتضی قربانی عوری^(۱) امین قلی‌زاد^(۲)  مونا شعاعی پرچین^(۳)

DOI: 10.22067/jfpei.2025.94471.1362

چکیده کنترل پیش‌بین مدل به خانواده‌ای از کنترلگرها اطلاق می‌شود که از مدل پیش‌بینی شده پاسخ سیستم در محاسبه نیروی کنترلی استفاده می‌کنند. حضور عدم قطعیت در معادلات و شبکه‌های جمع‌آوری داده در مسائل عملی گریزناپذیر است و عملکرد سیستم را در پیش‌بینی رفتار آینده و محاسبات نیروهای کنترل دچار اشکال می‌کند. برای غلبه بر این مشکل می‌توان از فیلتر کالمن حالت ماندگار در پیش‌بینی پاسخ سیستم دینامیکی استفاده کرد که کارایی آن در کاهش پیچیدگی محاسباتی و کاهش افق پیش‌بین، که انتظار می‌رود منجر به بهبود عملکرد کنترل گردد، تا کنون مورد مطالعه قرار نگرفته است. در پژوهش حاضر با هدف بهبود گام‌های پیش‌بینی کنترلگر پیش‌بین مدل، ارتعاشات دینامیکی سازه برشی یازده طبقه مجهز به میراگر تاندون فعال با الگوریتم پیش‌بین مدل ترکیب شده با فیلتر کالمن خطی حالت ماندگار کنترل شده است. نتایج نشان می‌دهد که کنترل پیش‌بین مدل بهبود یافته با فیلتر کالمن حالت ماندگار با گام‌های محاسباتی کمتر (۱۰۵ گام محاسباتی کمتر) نسبت به الگوریتم متعارف پیش‌بین مدل، پاسخ تغییر مکان سازه تحت زلزله کوجالی را بهبود بخشیده و مقادیر نیروهای کنترلی را تا ۵۷ درصد کاهش داده است.

واژه‌های کلیدی افق پیش‌بین، الگوریتم پیش‌بین مدل، فیلتر کالمن حالت ماندگار، کنترل ارتعاشات، میراگر تاندون فعال.

Control of Structural Vibrations Using Improved Model Predictive Control with Kalman Filter

Morteza Ghorbani-ouri

Amin Gholizad

Mona Shoaeei-parchin

Abstract Model Predictive Control (MPC) refers to a family of controllers that utilize a predicted model of the system response in calculating control forces. The presence of uncertainties in equations and data acquisition networks is inevitable in practical problems and can impair the system's performance in predicting future behavior and computing control forces accurately. To overcome this issue, a steady-state Kalman filter can be used to predict the response of dynamic systems. However, its effectiveness in reducing computational complexity and decreasing the prediction horizon, which is expected to improve control performance, has not yet been thoroughly investigated. In the present study, aiming to reduce the prediction steps of the MPC, the dynamic vibrations of an eleven-story shear structure equipped with active tendon dampers were controlled using a MPC algorithm combined with a steady-state linear Kalman filter. The results indicate that the improved Model Predictive Controller with the steady-state Kalman filter, with fewer computational steps (105 fewer computational steps), reduce the structural displacement response under the Kocaeli earthquake and reduces control force magnitudes by up to 57% compared with the conventional Model Predictive Control algorithm.

Key words Active Tendon, Model Predictive Control, Prediction Horizon, Steady-State Kalman Filter, Vibration Control.

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۴/۴/۲۵ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۴/۹/۸ می‌باشد.

(۱) دانشجوی دکتری سازه، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه محقق اردبیلی.

(۲) نویسنده مسئول، استاد گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل.

(۳) دانشجوی دکتری سازه، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه محقق اردبیلی.

مقدمه

با توجه به تقاضای روزافزون برای ساخت سازه‌های بلند، کنترل ارتعاشات ناشی از زلزله و سایر نیروهای دینامیکی بیش از هر زمان دیگری اهمیت می‌یابد. سامانه‌های کنترل ارتعاش را می‌توان به گروه‌های غیرفعال، فعال و هیبریدی طبقه‌بندی کرد. اگر چه در کاربرد کنترل ارتعاش فعال سازه‌ها تحت تحریک زلزله انتقاداتی وجود دارد، اما پژوهشگران در سال‌های اخیر علاقه فزاینده‌ای به این حوزه از تحقیقات نشان داده‌اند [1]. روش‌های کنترل فعال هم برای ارتعاشات گذرا و هم برای ارتعاشات با محدوده فرکانسی وسیع بسیار مؤثر هستند که تاندون‌های فعال یکی از قابل اطمینان‌ترین مکانیزم‌های فعال به شمار می‌آیند [2]. اگر چه سامانه‌های کنترل فعال به دلیل توانایی بالا در پاسخ‌گویی به تحریکات ناشی از باد و زلزله مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته‌اند، لیکن روش‌های غیر فعال نظیر استفاده از میراگرهای جرمی تنظیم شونده (TMD) برای بهبود عملکرد لرزه‌ای سازه‌ها نیز مورد استقبال محققان بوده است از جمله پژوهش محبی و همکاران [3] در مورد بهینه‌سازی میراگر جرمی چندگانه (MTMD) مبتنی بر الگوریتم ژنتیک؛ پورزینلی و همکاران [4] عملکرد TMD بهینه شده تحت زلزله‌های مختلف و خدایی و تیموری [5] که تأثیر پارامترهای جرم و ارتفاع نصب TMD را در کنترل ارتعاشات ناشی از باد مطالعه کردند. در جدیدترین پژوهش‌های این حوزه، زربیلی‌نژاد و قلی‌زاد [6] سامانه ترکیبی جداساز لرزه‌ای و TMD و محمودآبادی و حسنی [7] عملکرد TMD نسبت به میراگر جرمی اصطکاکی (FTMD) را مورد مطالعه قرار دادند.

یکی از چالش‌های استفاده از ابزارهای کنترل فعال توسعه یک الگوریتم کارآمد برای محاسبه نیروی کنترل است. از جمله الگوریتم‌های خطی می‌توان به PID (Proportional-Integral-Derivative)، H_∞ (H-infinity)، LQG (Linear Quadratic Gaussian)، LQR (Linear Quadratic Regulator) و MPC (Model Predictive Control) اشاره کرد. در کنار الگوریتم پرکاربردی همچون LQR، کنترلگر بهینه پیش‌بین مبتنی بر مدل معرفی شده است که با اضافه کردن بخش پیش‌بینی پاسخ به معادلات LQR سعی در بهبود عملکرد این الگوریتم دارد. این الگوریتم عموماً در کنترل صنایع شیمیایی، خودروسازی و هوافضا به کار برده شده و به ندرت در مطالعات مهندسی سازه

مورد استفاده قرار گرفته است. هولکار و غماره [8] به معرفی تکنیک‌های MPC، رابطه MPC با LQR و عملکرد MPC در سیستم‌های غیر خطی پرداختند. کنترل پیش‌بین مدل از یک مدل خطی و یک تابع هدف درجه دوم استفاده می‌کند. در غیاب قیدهای نامساوی در سیستم، MPC معادل کنترل LQR است و در افق‌های پیش‌بین طولانی، عملکرد آن به طرح کنترل H_2 نزدیک می‌شود. طرح MPC هم‌چنین مزایایی در سرعت و کارایی محاسباتی، اجرای برخط، جبران ذاتی تأخیرهای زمانی و ارضای قیود ارائه می‌دهد [9]. بنائی و علامتیان [10] یک روش کنترل فعال نوین مبتنی بر الگوریتم ژنتیک بهبود یافته ارائه کردند که با تعیین نیروهای کنترلی بهینه در هر گام زمانی، منجر به کاهش چشمگیر دامنه نوسان‌های سازه تحت تحریک زلزله گردید. این پژوهش با در نظرگیری اثر تأخیر زمانی در فرایند کنترل و ارائه یک تابع هدف مقید عملکرد کنترلر را در مقایسه با روش LQR بهبود بخشیده است. مئی و همکاران [9, 11, 12] کنترل پیش‌بین مدل بلادرنگ را برای کاهش پاسخ سازه تحت بارهای ناشی از زلزله معرفی کردند. هم‌چنین نسخه‌ای از MPC مبتنی بر بازخورد شتاب ارائه کردند و از MPC برای کنترل ارتعاشات سازه تحت تحریک باد استفاده کردند. مطالعه لانا و روتنا [13] منجر به ارائه روشی شده است که حساسیت عملکرد MPC به عدم دقت مدل را به حداقل می‌رساند. الگوریتم کنترل پیش‌بین مدل اصلاح شده برای کاهش تعداد سنسورها در پیاده‌سازی واقعی توسط یانگ و همکاران [14] فرمول‌بندی گردید. اثر تأخیر زمانی در الگوریتم MPC بر روی سازه مجهز به میراگر MR (Magnetorheological) توسط کیو و لی [15] مورد مطالعه قرار گرفته است. اولیویرا و همکاران [16] یک استراتژی کنترل پیش‌بین مدل را در ارتباط با الگوریتم‌های کنترل نیمه‌فعال برای کنترل ارتعاشات سازه‌های جداسازی شده از پایه دارای میراگرهای سیال نیمه‌فعال در معرض بارهای زلزله پیشنهاد کردند. پنگ و همکاران [17] یک نسخه سریع از کنترل پیش‌بین مدل با در نظر گرفتن اشباع محرک برای سازه‌های بزرگ مقیاس پیشنهاد دادند و کنترل پیش‌بین مدل سریع و دقیق برای سازه‌های بزرگ مقیاس توسط چن و همکاران [18] ارائه شده است. برای انتخاب پارامترهای بهینه الگوریتم MPC، اورکیدز و همکاران [19] از الگوریتم بهینه‌سازی NSGA-II (Nondominated Sorting Genetic Algorithm II) استفاده کردند و موفق شدند

در همین راستا، عزیزپور و همکاران [28] برای ارتقای کارایی کنترل در حضور عدم قطعیت‌ها و اشباع محرک‌ها، یک طرح ترکیبی شامل MPC و LQR مبتنی بر فیلتر مقاوم H ∞ را ارائه کردند. این چارچوب با فراهم ساختن امکان تخمین بهینه پاسخ‌های سازه‌ای، بر روی یک سازه فولادی ۲۰ طبقه مجهز به میراگر جرمی تنظیم شده فعال مورد ارزیابی قرار گرفت بطحایی و زهرایی [29] نیز با در نظر گرفتن رفتار غیرخطی سازه و اثر تأخیر زمانی، به بررسی کنترل ارتعاش یک سازه ۱۱ طبقه مجهز به میراگر MR و TMD (Tuned Mass Damper) پرداختند. در این مطالعه، دو رویکرد شامل سیستم استنتاج فازی و کنترل پیش‌بین الگوریتمی مدل (MAC) (Model Algorithmic Control) به کار گرفته شد.

فیلتر کالمن توسط رودولف ای. کالمن [30] توسعه یافته است. فیلترهای کالمن به عنوان روشی ریاضی می‌توانند با کاهش خطای جذر میانگین مربعات، حالت‌ها را تخمین بزنند. این ابزار کاربردهای گسترده‌ای در فناوری‌های فضایی و نظامی [31]، رباتیک و برنامه‌های کاربردی کنترل مسیر [32]، تکنیک ردیابی ترکیبی [33]، پردازش داده‌های پویا [34]، ادغام داده‌های سنسورهای ناوبری [35]، انطباق پیوند رادیویی موبایل توسط پیش‌بینی وضعیت کانال رادیویی [36]، شبکه‌های عصبی مصنوعی [37] و طراحی کنترل‌کننده‌های ترکیبی مختلف [38] دارد.

همان طور که پیش‌تر اشاره شد، تا کنون مطالعات متعددی در زمینه بهبود عملکرد الگوریتم MPC انجام شده است؛ با این حال، پژوهش‌ها منحصراً به بهبود دقت پیش‌بینی پاسخ‌ها و یا کاهش نیروی کنترلی اختصاص یافتند ولیکن تحقق همزمان هر دو هدف مورد مطالعه قرار نگرفته است. از طرفی حجم بالای محاسبات کنترل توسعه روشی بهینه از نقطه نظر پیچیدگی محاسباتی را ضروری می‌نماید. در راستای تحقق اهداف اولیه، ترکیب الگوریتم فیلتر کالمن خطی با کنترل پیش‌بین مدل (MPC-KF) (Model Predictive Control-Kalman Filter) می‌تواند رویکردی مؤثر در بهبود عملکرد پیش‌بینی سیستم باشد. با این حال، ترکیب فیلتر کالمن با کنترل پیش‌بین دارای چالش‌هایی از جمله پیچیدگی معادلات (به دلیل ساختار پیچیده هر دو الگوریتم) و افزایش حجم محاسبات است که به حافظه ذخیره‌سازی زیادی نیاز دارد. برای غلبه بر این محدودیت‌ها و

زمان صرف شده برای تنظیم پارامترهای الگوریتم MPC را کاهش دهند و عملکرد بهتری از این کنترلگر ارائه کنند. نسخه مقاوم الگوریتم پیش‌بین مدل (Robust Model Predictive Control) (RMPC) در برج مرتفع روتوایل در برابر ارتعاش ناشی از باد توسط کوتسولوکاس و همکاران [20] مورد مطالعه قرار گرفته است. طرح کنترلگر پیش‌بین مدل مبتنی بر تابع لاگر (LOMPC) (Laguerre Functions and MPC) توسط زاراته و همکاران [21] پیشنهاد شده و روی یک سازه سه طبقه مورد آزمایش قرار گرفته است. بر همین اساس درگونا و همکاران [22] انواع روش‌های بهینه‌سازی را با حداقل کردن تابع هدف MPC مورد بررسی و آزمون قرار دادند. طرح کنترل پیش‌بین توسعه یافته توسط بهرامی‌راد و همکاران [23] پیشنهاد شده که بر اساس مدل آماری تحریک، گام بعدی زلزله را پیش‌بینی و در معادلات دخیل می‌کنند. کنترل ارتعاشات برج روتوایل ناشی از باد، کنترل هیبریدی فعال - غیر فعال و الگوریتم MPC و LQR توسط کوتسولوکاس و همکاران [24] استفاده شده است که الگوریتم MPC در کاهش ارتعاشات دینامیکی عملکرد مطلوب‌تری داشته است. در مطالعه‌ای، برای تنظیم بهینه ماتریس‌های وزنی، افق پیش‌بین و افق کنترل از روشی موسوم به MPCT (Model Predictive Control Tuning) استفاده شده و نشان داده شده است که این الگوریتم هزینه‌های محاسباتی پایین‌تری در یافتن پارامترهای تنظیم MPC دارد و با اختصاص قابلیت تطبیق‌پذیری به الگوریتم آن را قادر می‌سازد تا با مسیر پاسخ مدنظر تعریف شده توسط طراح سازگار شود [25]. آلوارز و همکاران [26] میراگر جرم فعال و نسخه‌ای از الگوریتم کنترلی MPC را در یک قاب سه طبقه برشی کوچک مقیاس به کار گرفتند که نیروهای کنترل را بر مبنای فرکانس‌های طبیعی سازه محاسبه می‌کند. فنگ و همکاران [27] با تمرکز بر سازه‌های تنسگریتی (Tensegrity Structures) که به دلیل رفتار غیر خطی هندسی و محدودیت محرک‌ها کنترل ارتعاشات آن‌ها همواره چالش‌برانگیز است، استراتژی کنترل پیش‌بین مدل سریع (FMPC) (Fast Model Predictive Control) را توسعه دادند. این رویکرد با بهره‌گیری از فرم صریح روش نیومارک، نیاز به محاسبه ماتریس نمایی و تشکیل معادله فضای حالت را برطرف کرد و با استفاده از الگوریتم ازدحام ماهی مصنوعی (AFSA) (Artificial Fish Swarm Algorithm) جای‌گذاری بهینه عملگرها را محقق نمود.

در این رابطه، M ، C و K ماتریس‌های $(n \times n)$ جرم، میرایی و سختی سازه هستند. $\dot{x}$ و $\ddot{x}$ به ترتیب بردارهای $(n \times 1)$ جابه‌جایی، سرعت و شتاب، B_1 ماتریس $(n \times n)$ موقعیت عملکرد کنترلی در سازه، u بردار $(n \times 1)$ نیروی کنترلی، E_1 بردار $(n \times 1)$ اثر نیروی خارجی و w شتاب زمین است. n تعداد درجات آزادی سازه است و رابطه (۱) در شکل فضای حالت (SS) (State-Space) به صورت رابطه (۲) نوشته می‌شود [14]:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = A_{SS}z(t) + B_{SS}u(t) + E_{SS}w(t) \\ y(t) = C_{SS}z(t) \end{cases} \quad (2)$$

A_{SS} ، B_{SS} ، E_{SS} و C_{SS} به ترتیب ماتریس‌های سیستم، ورودی نیروی کنترلی، نیروی زلزله و خروجی طبق روابط (۳ الی ۶) است و z بردار حالت است که از رابطه (۷) به دست می‌آید [14]:

$$A_{SS} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}_{(2n \times 2n)} \quad (3)$$

$$B_{SS} = ([0 \quad M^{-1}B_1]^T)_{(2n \times n)} \quad (4)$$

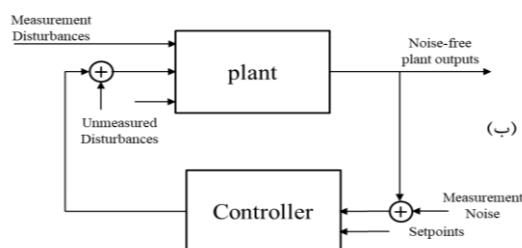
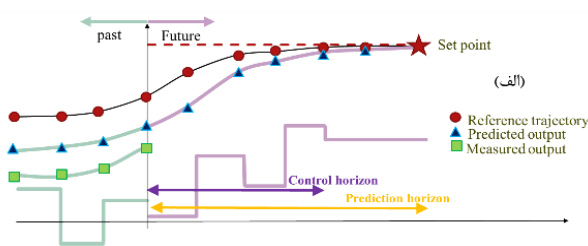
$$E_{SS} = ([0 \quad M^{-1}E_1]^T)_{(2n \times n)} \quad (5)$$

$$C_{SS} = [0 \quad I]_{(3n \times 2n)} \quad (6)$$

$$z = [x \quad \dot{x}]^T_{(1 \times 2n)} \quad (7)$$

الگوریتم کنترل پیش‌بین مدل

نمودار بلوکی سیستم کنترل مبتنی بر مدل و شمای کلی طرح CMPC در شکل (۱) ارائه شده است.



شکل ۱ الف) شمای کلی طرح CMPC و ب) نمودار بلوکی سیستم کنترل مبتنی بر مدل [39]

دستیابی به هدف تسریع محاسبات، استفاده از فیلتر کالمن حالت ماندگار در ترکیب با الگوریتم کنترل پیش‌بین مدل (MPC-SSKF) (Model Predictive Control-SteadyState Kalman) (SSKF SteadyState) پیشنهاد می‌شود. مزیت اصلی SSKF (Filter Kalman) نسبت به فیلتر کالمن معمولی (KF) (Kalman Filter) در نحوه محاسبه بهره فیلتر است. در الگوریتم SSKF، با فرض خطی و مستقل از زمان بودن سیستم (LTI) (Linear Time Invariant)، بهره فیلتر در طول زمان ثابت در نظر گرفته می‌شود. این ویژگی موجب کاهش حجم محاسبات، ساده‌سازی فرایند حل و کاهش نیاز به حافظه ذخیره‌سازی می‌گردد. بنابراین، در کاربردهای واقعی که سرعت محاسبات و استفاده بهینه از حافظه اهمیت بالایی دارد، استفاده از ترکیب MPC-SSKF به مراتب کارتر از روش MPC-KF خواهد بود. از این رو، بررسی تأثیر این دو الگوریتم در فرایند محاسبات الگوریتم CMPC (Conventional Model Predictive Control) اهمیت ویژه‌ای دارد. مطالعه حاضر با هدف کنترل ارتعاشات سازه‌های مجهز به میراگر تاندون فعال (AT) (Active Tendon) با استفاده از الگوریتم CMPC در ترکیب با دو فیلتر KF و SSKF انجام می‌گیرد. در این پژوهش، میزان تأثیر فیلترهای KF و SSKF بر بهبود گام‌های پیش‌بینی، کاهش نیروی کنترلی و همچنین برطرف‌سازی پیچیدگی محاسبات و کاهش نیاز به حافظه ذخیره‌سازی در الگوریتم MPC-SSKF نسبت به MPC-KF مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. برای انجام تحلیل عددی، یک قاب برشی یازده طبقه مجهز به میراگر AT در تمامی طبقات تحت تحریک زلزله‌های حوزه دور و نزدیک مورد بررسی قرار می‌گیرد. با تنظیم ماتریس‌های وزنی، افق‌های کنترلی و پیش‌بینی، و اعمال قیود مربوط به نیروی کنترلی، عملکرد الگوریتم‌های مورد نظر از نظر دقت پیش‌بینی، کارایی کنترلی، زمان اجرا و میزان حافظه مصرفی مقایسه و تحلیل خواهد شد.

معادلات حرکت سازه

معادله دینامیکی ارتعاش یک قاب برشی n طبقه مجهز به مکانیزم کنترلی فعال تحت تحریک زلزله مطابق رابطه (۱) است [14].

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = B_1u(t) + E_1w(t) \quad (1)$$

A, B و C در رابطه (۱۳) ماتریس‌های افزوده (Augmented Matrix) هستند و باعث می‌گردند که خطای حالت ماندگار سیستم به صفر میل کند. متغیرهای حالت گام بعدی (آینده) در الگوریتم CMPC مطابق با مجموعه پارامترهای کنترل به صورت متوالی بر اساس رابطه (۱۷) محاسبه می‌شوند. لازم به ذکر است که تمامی متغیرهای پیش‌بینی شده با در نظر گرفتن اطلاعات فعلی متغیر حالت $z(k_i)$ و نیروی کنترل آینده $\Delta u(k_i + j)$ فرمول‌بندی می‌شوند که $j = 0, 1, \dots, N_c - 1$ [39].

$$\begin{aligned} y(k_i + 1|k_i) &= CAz(k_i) + CBu(k_i) \\ y(k_i + 2|k_i) &= CAz(k_i + 1|k_i) + CB\Delta u(k_i) \\ &= CA^2z(k_i) + CAB\Delta u(k_i) + CB\Delta u(k_i + 1|k_i) \\ &\vdots \\ y(k_i + N_p|k_i) &= CA^{N_p}z(k_i) + CA^{N_p-1}B\Delta u(k_i) + CA^{N_p-2}B\Delta u(k_i + 1) + \dots + CA^{N_p-N_c}B\Delta u(k_i + N_c - 1) \end{aligned} \quad (17)$$

روابط فوق می‌توانند در حالت فشرده ماتریسی ادغام گردند. نحوه تشکیل ماتریس‌ها در روابط (۱۸ تا ۲۲) ارائه شده است [39]:

$$Y = FZ + \Phi \Delta U \quad (18)$$

$$Y = [(k_i + 1|k_i) \quad (k_i + 2|k_i) \quad \dots \quad (k_i + N_p|k_i)]^T \quad (19)$$

$$\Delta U = [\Delta u(k_i) \quad \Delta u(k_i + 1) \quad \dots \quad \Delta u(k_i + N_c - 1)]^T \quad (20)$$

$$F = [CA \quad CA^2 \quad CA^3 \quad \dots \quad CA^{N_p}]^T \quad (21)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CA & CB & 0 & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & C_d B_d & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & CA^{N_p-3}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix} \quad (22)$$

سپس تابع هزینه درجه دو رابطه (۲۳) تشکیل می‌گردد [39].

$$J = (R_s - Y)^T \bar{Q} (R_s - Y) + \Delta u^T \bar{R} \Delta u \quad (23)$$

اگر حالت‌های سیستم از گام صفر تا k بر مبنای مشاهدات و اندازه‌گیری‌ها و تلاش کنترلی از گام صفر تا $(k - 1)$ بر مبنای محاسبات در دسترس باشند، هدف، محاسبه تلاش‌های کنترلی از گام زمانی k تا $k + p$ است به طوری که خروجی سیستم در بازه $[k, k + p] \Delta t$ تا حد ممکن به خروجی مرجع نزدیک باشد. برای این کار باید خروجی در گام زمانی k تا $k + p$ با توجه به مشخص بودن مدل دینامیکی سیستم پیش‌بینی شده و در محاسبات نیروی کنترل به کار گرفته شود. پارامتر p افق پیش‌بین است و در واقع طول بازه پیش‌بینی را نشان می‌دهد. در نتیجه عملیات پیش‌بینی، تلاش‌های کنترلی در طول افق کنترل محاسبه گردیده ولی اولین تلاش کنترلی محاسبه شده به سیستم اعمال می‌شود که به این قاعده، اصل افق کاهنده (Receding Horizon) می‌گویند. روند توسعه معادلات CMPC در ادامه ارائه شده است [39].

$$z(k + 1) = A_d z(k) + B_d u(k) \quad (8)$$

$$y(k) = C_d z(k) \quad (9)$$

در فرایند گسسته‌سازی معادلات فضای حالت [40]:

$$A_{d(2n \times 2n)} = (I + A_{ss} T_s / 2) (I - A_{ss} T_s / 2)^{-1} \quad (10)$$

$$B_{d(2n \times n)} = (I - A_{ss} T_s / 2)^{-1} B_{ss} \sqrt{T_s} \quad (11)$$

$$C_{d(3n \times 2n)} = \sqrt{T_s} C_{ss} (I - A_{ss} T_s / 2)^{-1} \quad (12)$$

A_d و B_d به ترتیب ماتریس‌های سیستم، ورودی نیروی کنترل و خروجی هستند. $z(k)$ ، $z(k + 1)$ ، $u(k)$ و $y(k)$ به ترتیب بردارهای حالت مربوط به گام‌های k و $k + 1$ ، ام، نیروی کنترل و خروجی هستند. T_s گام زمانی نمونه‌برداری است و اندیس d حضور ماتریس‌ها را در فضای گسسته بیان می‌کند [39].

$$\begin{cases} z(k + 1) = A_d z(k) + B_d u(k) \\ y(k) = C_d z(k) \end{cases} \quad (13)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_d & 0^T \\ C_d A_d & I \end{bmatrix}_{((3n+2n) \times (3n+2n))} \quad (14)$$

$$B = \begin{bmatrix} B_d \\ C_d B_d \end{bmatrix}_{((3n+2n) \times n)} \quad (15)$$

$$C = [0 \quad I]_{(3n \times (3n+2n))} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} u(k) &\leq u^{\max} \\ -u(k) &\leq -u^{\min} \end{aligned} \quad (29)$$

تابع هدف کنترل بر حسب Δu بهینه شده و قید بر روی u اعمال خواهد شد؛ لذا رابطه (۳۰) در محاسبات وارد می‌گردد [39].

$$\begin{bmatrix} u(k_i) \\ u(k_i + 1) \\ u(k_i + 2) \\ \vdots \\ u(k_i + N_c - 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & I & I & \dots & 0 \\ I & I & I & \dots & 0 \\ I & I & I & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ I & I & \dots & I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k_i) \\ \Delta u(k_i + 1) \\ \Delta u(k_i + 2) \\ \vdots \\ \Delta u(k_i + N_c - 1) \end{bmatrix} + [I \quad I \quad I \quad \dots \quad I]^T u(k_i - 1) \quad (30)$$

برای حل مسئله کنترل پیش‌بین مقید باید از بهینه‌سازی استفاده گردد که در ادامه شرح داده خواهد شد.

بهینه‌سازی مقید با روش Hildreth

الگوریتم Hildreth یک روش ساده و تکراری برای حل مسائل برنامه‌ریزی درجه دوم با قیدهای نامساوی است. این الگوریتم به صورت جزء به جزء عمل می‌کند و نیازی به معکوس‌سازی ماتریس ندارد. در هر تکرار، بردار λ (ضریب‌های لاگرانژ) به‌روزرسانی می‌شود. هر جزء λ_i به گونه‌ای تنظیم می‌شود که تابع هدف کمینه شود. اگر این تنظیم منجر به مقدار منفی برای λ_i شود، آن‌گاه λ_i صفر در نظر گرفته می‌شود. این فرایند برای تمامی اجزای λ تکرار می‌شود تا زمانی که بردار λ به مقدار بهینه همگرا شود. اگر یک چرخه کامل را از بردارهای λ^m تا λ^{m+1} فرض کنیم، این روش را می‌توان به وضوح به صورت رابطه (۳۱) و (۳۲) بیان کرد [39]:

$$\lambda^{m+1} = \max(0, w_i^{m+1}) \quad (31)$$

$$w_i^{m+1} = -\frac{1}{h_{ii}} \left[k_i + \sum_{j=1}^{i-1} h_{ij} \lambda_j^{m+1} + \sum_{j=i+1}^n h_{ij} \lambda_j^m \right] \quad (32)$$

در روابط (۳۱) و (۳۲)، h_{ij} ، $-ij$ امین عنصر در ماتریس حساسیت $H = ME^{-1}M^T$ و k_i ، $-i$ امین عنصر در بردار K

پارامتر مسیر مرجعی است که انتظار می‌رود پاسخ سیستم تحت کنترل را تعقیب نماید که در فرایند کنترل سازه به دلیل اینکه هدف مطلوب دستیابی به پاسخ صفر است پارامتر مسیر مرجع مقدار صفر به خود می‌گیرد. $\bar{Q}$ ماتریس وزنی حالت و $\bar{R}$ ماتریس وزنی نیروی کنترل است و سنگینی کفه بهینه‌سازی به نفع حالت‌ها و یا نیروی کنترل را تعیین می‌کند. با جای‌گذاری عبارات معادل، تابع هزینه به فرم رابطه (۲۴) درمی‌آید و در نهایت این تابع برای به دست آوردن نیروی کنترلی کمینه می‌شود. برای به دست آوردن کمینه J ابتدا اولین مشتق آن نسبت به Δu محاسبه می‌شود و برابر صفر قرار می‌گیرد و در نهایت از حل معادله جبری ریکاتی، نیروی کنترلی طبق رابطه (۲۷) به دست می‌آید [39]:

$$\begin{aligned} J &= (R_s - FZ(k_i))^T \bar{Q} (R_s - FZ(k_i)) - \\ &2\Delta u^T \Phi^T \bar{Q} (R_s - FZ(k_i)) \Phi + \\ &\Delta u^T (\Phi^T \bar{Q} \Phi + \bar{R}) \Delta u \end{aligned} \quad (24)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta u} = -2\Phi^T \bar{Q} (R_s - FZ(k_i)) + 2(\Phi^T \bar{Q} \Phi + \bar{R}) \Delta u \quad (25)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta u} = 0 \quad (26)$$

$$\Delta U = (\Phi^T \bar{Q} \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \bar{Q} (R_s - FZ(k_i)) \quad (27)$$

قید نیروی کنترل

در کنترل پیش‌بین نامقید محدوده تغییرات کلیه متغیرهای سیستم نامحدود است. در دنیای واقعی این امر به هیچ عنوان صحیح نیست و بسیاری از متغیرهای موجود در سیستم تحت کنترل دارای محدودیت‌های فیزیکی و طراحی مشخصی هستند که لزوماً باید مدنظر قرار گیرند. در کنترل پیش‌بین مدل سه نوع اصلی از قیدهایی وجود دارند که دو نوع اول به قیدهایی مربوط است که بر متغیرهای کنترل $u(k)$ تحمیل می‌شوند و نوع سوم به قیدهای خروجی $y(k)$ یا متغیر حالت $x(k)$ مرتبط می‌گردد. به دلیل اینکه در واقعیت عملگرهای مورد استفاده در سازه نیروی کنترلی محدودی را می‌توانند به سازه اعمال کنند در این مطالعه قید بر روی نیروی کنترلی عملگر اعمال شده است [39].

$$u^{\min(k)} \leq u(k) \leq u^{\max} \quad (28)$$

$u(k)$ نیروی کنترلی، $u^{\max}$ و $u^{\min}$ به ترتیب کران بالا و پایین u هستند. با تفکیک قید موردنظر به دو نامساوی [39]:

حالت، بردار نویز، بردار حالت پیش‌بینی شده، بردار حالت به‌روزرسانی شده و نیروی کنترلی می‌باشد. I ماتریس همانی است. ماتریس‌های H_k ، F_{k-1} و G_{k-1} برای سیستم سازه‌ای ساختمانی LTI ثابت بوده و با زمان تغییر نمی‌کنند، همچنین ماتریس‌های وزنی Q_{k-1} و R_k نیز ثابت در نظر گرفته شده‌اند [41].

$$y_k = H_k x_k + v_k \quad (35)$$

$$P_k^- = F_{k-1} P_{k-1}^+ F_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (36)$$

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \\ = P_k^+ H_k^T R_k^{-1} \quad (37)$$

$$\hat{x}_k^- = F_{k-1} \hat{x}_{k-1}^+ + G_{k-1} u_{k-1} \\ = \text{a priori state estimate} \quad (38)$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - H_k \hat{x}_k^-) \\ = \text{a posteriori state estimate} \quad (39)$$

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^- (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \\ = [(P_k^-)^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k]^{-1} \\ = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (40)$$

فیلتر کالمن حالت ماندگار

در هنگام پیاده‌سازی فیلتر کالمن در عمل، ریاضیات ساده و کاهش میزان حافظه مورد نیاز از اهمیت به‌سزایی برخوردار است. یکی از روش‌های تحقق این امر استفاده از فیلتر کالمن حالت ماندگار است که در ازای یک کاهش مختصر در عملکرد تخمین‌گر، معادلات فیلتر کالمن بسیار ساده‌تر می‌شود و در نتیجه حافظه مورد نیاز بسیار کمتر خواهد بود. یکی از شروط اساسی استفاده از فیلتر کالمن، LTI بودن سیستم (عدم تغییر مشخصات سیستم با گذشت زمان) و دیگری ایستا بودن نویزها (ثابت بودن ماتریس‌های Q و R) است. با در نظر گرفتن ماتریس کوواریانس پیش‌بینی، نویز اندازه‌گیری و بهره کالمن داریم [41]:

$$P_k^+ = P_k^- - K_k (H_k P_k^- + M) \quad (41)$$

$$K_k = (P_k^- H_k^T + M) (H_k P_k^- H_k^T + H_k M + M^T H_k^T + R)^{-1} \quad (42)$$

$\gamma + ME^{-1}F$ است. M ماتریس ضرایب قیود مسئله و E و F ماتریس‌های وزنی هستند ($J = 0.5x^T E x + F^T x$). در رابطه (۳۲) دو مجموعه از مقادیر λ وجود دارد: λ^m و به‌روزرسانی شده آن یعنی λ^{m+1} . در نهایت λ^* همگرا شده، شامل مقادیر صفر یا مثبت ضرایب لاگرانژ است [39]:

$$x = -E^{-1}(F + M^T \lambda^*) \quad (33)$$

$$\lambda_{act}^* = -(M_{act} E^{-1} M_{act}^T)^{-1} (\gamma_{act} + M_{act} E^{-1} F) \quad (34)$$

در رابطه (۳۴) γ_{act} و M_{act} به ترتیب ماتریس ضرایب قیود و بردار حاوی مقادیر مثبت λ^* مربوط به قیده‌های فعال هستند.

فیلتر کالمن خطی

فیلتر کالمن در اشکال مختلف آن به وضوح به عنوان یک ابزار اصلی برای تجزیه و تحلیل و حل کلاس وسیعی از مسائل تخمین و پیش‌بینی شناخته شده است. در این مطالعه از ویژگی‌های پیش‌بینی فیلتر کالمن در بهبود الگوریتم CMPC استفاده شده است. فیلتر کالمن با توسعه میانگین و کوواریانس حالت در طول زمان عمل می‌کند و شامل مراحل زیر است:

۱. تهیه مدل ریاضی سیستم که هدف تخمین حالت‌های آن است.
۲. تشکیل معادلات به منظور توصیف روند تغییر میانگین و کوواریانس حالت‌ها با زمان که خود، یک سیستم دینامیکی را تشکیل می‌دهند.
۳. پیاده‌سازی سیستم دینامیکی توسعه میانگین و کوواریانس حالت. این معادلات مبنای استخراج فیلتر کالمن را تشکیل می‌دهند؛ زیرا میانگین حالت، تخمین فیلتر کالمن از حالت سیستم و کوواریانس حالت، تخمین فیلتر کالمن از کوواریانس حالت سیستم است.
۴. به‌روزرسانی میانگین کوواریانس و حالت پس از هر بار اندازه‌گیری.

در ادامه فیلتر کالمن خطی زمان گسسته در قالب یک الگوریتم ارائه می‌شود. در روابط (۲۸) الی (۳۳)، F_{k-1} ، P_k^- ، H_k ، G_{k-1} و P_k^+ ، R_k ، K_k ، Q_{k-1} سیستم، کوواریانس حالت پیش‌بینی شده، حالت سیستم، کوواریانس نویز فرایند، بهره فیلتر کالمن، کوواریانس نویز اندازه‌گیری، کوواریانس حالت به‌روزرسانی شده و ورودی سیستم، همچنین $\hat{x}_k$ ، v_k ، $\hat{x}_k^-$ ، $\hat{x}_{k-1}^+$ و u_{k-1} به ترتیب بردار

در این پژوهش به منظور افزایش دقت پیش‌بینی پاسخ سازه و کاهش اثر نویز و عدم قطعیت‌ها در الگوریتم کنترل پیش‌بین مدل (CMPC)، از فیلتر کالمن (KF) و فیلتر کالمن حالت ماندگار (SSKF) استفاده شده است. مزیت اصلی KF در مقایسه با سایر روش‌های تخمین، توانایی ارائه تخمین بهینه با حداقل واریانس خطا، سادگی محاسبات و سازگاری آسان با ساختار CMPC است. از آنجا که عملکرد CMPC به دقت مدل پیش‌بینی کننده و برآورد حالت‌ها وابسته است، وجود نویز در اندازه‌گیری‌ها می‌تواند دقت کنترل را کاهش دهد. فیلتر کالمن با ارائه تخمین بهینه و هموار از حالت‌های سیستم، داده‌های تصحیح شده‌ای برای پیش‌بینی در CMPC فراهم می‌کند. برای کاهش پیچیدگی محاسباتی و افزایش سرعت اجرا، در حالت سیستم‌های خطی و نامتغیر با زمان (LTI)، از فیلتر کالمن حالت ماندگار استفاده شده که در آن بهره فیلتر ثابت است. بدین ترتیب، ترکیب MPC-SSKF موجب بهبود دقت پیش‌بینی، کاهش اثر نویز و صرفه‌جویی محاسباتی می‌شود.

سازه مورد مطالعه

مشخصات قاب برشی یازده طبقه [42] مورد مطالعه در جدول (۱) ارائه شده است. همه طبقات سازه به میراگرهای AT مجهز شده‌اند.

جدول ۱ مشخصات جرم و سختی سازه مورد بررسی

طبقه	جرم (ton)	سختی ($\times 10^5 \text{ kN/m}$)
۱	۲۱۵	۴/۸۶
۲	۲۰۱	۴/۷۶
۳	۲۰۱	۴/۶۸
۴	۲۰۰	۴/۵
۵-۷	۲۰۱	۴/۵
۸-۱۰	۲۰۳	۴/۳۷
۱۱	۱۷۶	۳/۱۲

ماتریس میرایی سازه با فرض میرایی رایلی و بر اساس فرکانس‌های طبیعی دو مود اول آن و فرض نسبت میرایی ۵ درصد برای دو مود اول محاسبه می‌گردد. از میان مشخصات میراگر تاندون فعال و ظرفیت اعمال نیروی آن در این مطالعه تأثیرگذار است. این پارامتر در مواجهه با شرایط اشباع میراگر

$$P_{k+1}^- = F P_k^- F^T - F K_k H P_k^- F^T - F K_k M^T F^T + Q \quad (43)$$

با جای‌گذاری روابط (۴۱) و (۴۲) در رابطه (۴۳) و ساده‌سازی آن رابطه (۴۴) به دست می‌آید [41]:

$$P_{k+1}^- = F P_k^- F^T - F (P_k^- H^T + M) (H P_k^- H^T + H M + M^T H^T + R)^{-1} (H P_k^- + M^T) F^T + Q \quad (44)$$

با در دست داشتن P_k^- ، کواریانس گام‌های بعدی P_{k+1}^- قابل دستیابی خواهد بود. به دلیل LTI بودن سیستم اندیس k در پارامترهای F و H حذف شده‌اند. در حالت ماندگار تغییری در ماتریس‌های کواریانس در نظر گرفته نمی‌شوند، بنابراین [41]:

$$P_{\infty} = \lim_{k \rightarrow \infty} P_{k+1}^- = \lim_{k \rightarrow \infty} P_k^- \quad (45)$$

با توجه به رابطه (۴۵) خواهیم داشت [41]:

$$P_{\infty} = F P_{\infty} F^T - F (P_{\infty} H^T + M) (H P_{\infty} H^T + H M + M^T H^T + R)^{-1} (H P_{\infty} + M^T) F^T + Q \quad (46)$$

رابطه (۴۶)، معادله جبری ریکاتی است که با حل آن، می‌توان بهره فیلتر کالمن حالت ماندگار با بعد $(s \times r)$ را از رابطه (۴۷) به دست آورد. s تعداد متغیر حالت و r خروجی سیستم است [41].

$$K_{\infty} = (P_{\infty} H^T + M) (H P_{\infty} H^T + H M_k + M^T H^T + R)^{-1} \quad (47)$$

در نهایت تخمین پیشین و پسین از روابط (۴۸) و (۴۹) انجام می‌پذیرد [41].

$$\hat{x}_k^- = F \hat{x}_{k-1}^+ + G u_{k-1} = \text{a priori state estimate} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^+ &= \hat{x}_k^- + K_{\infty} (y_k - H \hat{x}_k^-) \\ &= \text{a posteriori state estimate} \end{aligned} \quad (49)$$

فیلتر کالمن حالت ماندگار گام به‌روزرسانی کواریانس‌ها را ندارد و این امر منجر به عدم نیاز به ذخیره‌سازی ماتریس‌های P ، کاهش حافظه ذخیره‌سازی و افزایش سرعت اجرا خواهد شد.

است و رابطه (۵۰) نحوه محاسبه جذر میانگین مربعات (σ) را ارائه می‌کند:

$$RMS_{\sigma} = \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_{t_f}^2)/t_f} \quad (50)$$

جدول ۳ مقادیر افق‌ها و ماتریس‌های وزنی در طراحی کنترلگرها

لوما پریتا (Loma Prieta)	کوجالی (Kocaeli)	زلزله
[۳۵, ۱۰]	[۳۵, ۱۰]	[N _p , N _c]
$10^{-6} \times I_{(N_c \times n) \times (N_c \times n)}$		$\bar{R}$
$Q_d = \text{diag}[Q_d \quad Q_v \quad \dots]_{(N_p \times q) \times (N_p \times q)}$ $1 \times I_{n \times n}, Q_v = 0.1 \times I_{n \times n}$		$\bar{Q}$

جدول ۴ شاخص‌های ارزیابی عملکرد کنترلگرهای مورد استفاده

$J_{1,f} = \frac{\max_{t,f} \delta_{c(t,f)} }{\max_{t,f} \delta_{uc(t,f)} }$	$J_{2,f} = \frac{\max_{t,f} \ddot{x}_{c(t,f)} }{\max_{t,f} \ddot{x}_{uc(t,f)} }$
$J_{3,f} = \frac{\max_{t,f} \dot{x}_{c(t,f)} }{\max_{t,f} \dot{x}_{uc(t,f)} }$	$J_{4,f} = \frac{\max_{t,f} x_{c(t,f)} }{\max_{t,f} x_{uc(t,f)} }$
$J_{5,f} = \frac{\max_{t,f} u(t,f) }{W_f}$	$J_{6,f} = \frac{RMS_{t,f} \delta_{c(t,f)} }{RMS_{t,f} \delta_{uc(t,f)} }$
$J_{7,f} = \frac{RMS_{t,f} \ddot{x}_{c(t,f)} }{RMS_{t,f} \ddot{x}_{uc(t,f)} }$	$J_{8,f} = \frac{RMS_{t,f} \dot{x}_{c(t,f)} }{RMS_{t,f} \dot{x}_{uc(t,f)} }$
$J_{9,f} = \frac{RMS_{t,f} x_{c(t,f)} }{RMS_{t,f} x_{uc(t,f)} }$	$J_{10,f} = \frac{RMS_{t,f} u(t,f) }{W_f}$

معرفی تحریک زلزله

در این مطالعه ارتعاشات سازه مورد مطالعه تحت تحریک زلزله دور از گسل لوما پریتا (Loma Prieta 1989, PEER Database; RSN=752) و زلزله نزدیک گسل کوجالی (Kocaeli 1999, PEER Database; RSN=1176) با مشخصات مندرج در جدول (۵)، کنترل می‌گردد. شکل (۲) و (۳) به ترتیب تاریخچه زمانی تحریکات زلزله را نمایش می‌دهد.

جدول ۵ مشخصات زلزله‌های مورد استفاده برای استخراج از سایت PEER

Δt	PGA (g)	Magnitude	Year	Station Name	Event Name	RSN
۰/۰۰۵	۰/۳۲	۷/۵۱	۱۹۹۹	یاریمجا (Yarimca)	کوجالی	۱۱۷۶
۰/۰۰۵	۰/۵۱	۶/۹۳	۱۹۸۹	کاپیتولا (Capitola)	لوما پریتا	۷۵۲

اهمیت می‌یابد. در این پژوهش از میراگرهای تاندون فعال با ظرفیت ۶۰۰ kN استفاده شده است. فرضیات مورد استفاده در انجام تحلیل‌ها در نرم‌افزار متلب در جدول (۲) ارائه شده است.

جدول ۲ فرضیات مورد استفاده در انجام تحلیل‌ها در نرم‌افزار متلب

روش حل	نوع تحلیل	رفتار سازه	رفتار کنترلگر	روش معادلات
Lsim	تاریخچه‌زمانی	خطی	خطی	Tustin

تنظیم ماتریس وزنی و ارزیابی عملکرد کنترلگر

ماتریس‌های وزنی کنترلگر CMPC و مقادیر افق‌ها برای سازه یازده طبقه در جدول (۳) ارائه شده که Q_d ماتریس وزنی حالت-های جابه‌جایی، Q_v ماتریس وزنی حالت‌های سرعت، N_p طول افق پیش‌بین، N_c طول افق کنترل، q خروجی سیستم، c تعداد محرک کنترلی و I ماتریس همانی است. این ماتریس‌ها بر اساس آزمون و خطا تعیین می‌شوند و به منظور بررسی عملکرد کنترلگر پیشنهادی در طول مطالعه ثابت نگه داشته می‌شوند.

شاخص‌های ارزیابی عملکرد کنترلگر به منظور بررسی عملکرد کنترلگر پیشنهادی (MPC-SSKF) محاسبه و گزارش می‌شوند. در جدول (۴) J_1, J_2, J_3 و J_4 به ترتیب نسبت ماکزیمم دریافت، شتاب، سرعت، جابه‌جایی و نیروی کنترلی محاسبه شده توسط کنترلگرهای مورد مطالعه به مقادیر کنترل نشده است و J_5 نسبت ماکزیمم نیروی کنترل به وزن سازه است. J_6, J_7, J_8 و J_9 نسبت جذر میانگین مربعات دریافت، شتاب، سرعت، جابه‌جایی و نیروی کنترلی محاسبه شده توسط کنترلگرها به مقادیر مشابه از سازه کنترل نشده و J_{10} نسبت RMS نیروی کنترل به وزن سازه است. زیرنویس‌های c و uc به ترتیب مربوط به حالت کنترل شده و کنترل نشده هستند. f نماد طبقات سازه و δ دریافت سازه

می‌کند، استفاده می‌شوند؛ به عنوان مثال در مرتب‌سازی حبابی، زمانی که آرایه ورودی از پیش مرتب شده است، زمان صرف شده توسط الگوریتم خطی است، یعنی بهترین حالت؛ اما زمانی که آرایه ورودی در شرایط معکوس قرار دارد، الگوریتم حداکثر زمان را برای مرتب‌سازی عناصر یعنی بدترین حالت صرف می‌کند. وقتی نه آرایه ورودی مرتب شده است و نه ترتیب معکوس دارد به زمان متوسطی نیاز است. این مدت زمان‌ها با سه نماد مجانبی رایج نشان داده می‌شوند:

نماد امگا (Ω) مرز پایینی زمان اجرای یک الگوریتم است؛ بنابراین، بهترین حالت پیچیدگی یک الگوریتم را مشخص می‌کند.

نماد تتا (Θ) تابع را از بالا و پایین محصور می‌کند. از آنجایی که این نماد کران بالایی و پایینی زمان اجرای یک الگوریتم را نشان می‌دهد، برای تجزیه و تحلیل پیچیدگی میانگین حالت یک الگوریتم استفاده می‌شود.

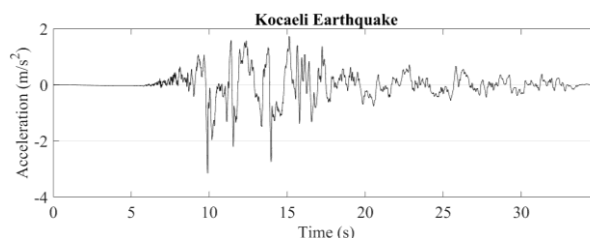
نماد Big-O یا O حد بالایی زمان اجرای یک الگوریتم، یعنی بدترین حالت اجرای الگوریتم را نشان می‌دهد و برای مقایسه پیچیدگی محاسباتی معیاری منطقی به نظر می‌رسد.

از آنجایی که نماد Big-O بدترین زمان اجرای یک الگوریتم را ارائه می‌دهد، به طور گسترده‌ای برای تجزیه و تحلیل یک الگوریتم استفاده می‌شود، زیرا برای ما همیشه بدترین حالت اجرای الگوریتم اهمیت می‌یابد. اطلاعات تکمیلی در مورد پیچیدگی زمانی الگوریتم‌ها در رفرنس‌های [43, 44] قابل دسترسی است.

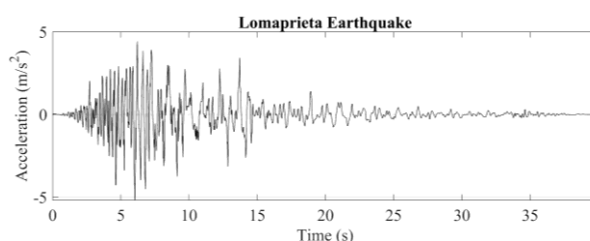
بحث و بررسی

این پژوهش با هدف بررسی کارایی کنترلگر پیشنهادی با کنترل ارتعاشات قاب برشی یازده طبقه تحت تحریک زلزله‌های کوجالی و لوما پریتا انجام شده است. ماتریس‌های وزنی و مقادیر افق کنترل و افق پیش‌بین بر اساس سعی و خطا تنظیم گردیده و در طول بررسی کارایی کنترلگر ثابت نگه داشته شده‌اند. برنامه‌نویسی در محیط متلب انجام شده و از میان نتایج تحلیل، نمودار تاریخچه زمانی تغییر مکان و نیروی کنترل برای طبقات فوقانی سازه‌ها و پیچیدگی محاسباتی (زمان اجرای الگوریتم و میزان حافظه مصرفی) بخش پیش‌بینی MPC-KF و MPC-SSKF گزارش شده‌اند.

RSN شناسه رکورد، Event Name نام زمین‌لرزه، Station نام ایستگاه ثبت داده، Magnitude بزرگی و PGA شتاب حداکثر زلزله را نشان می‌دهند.



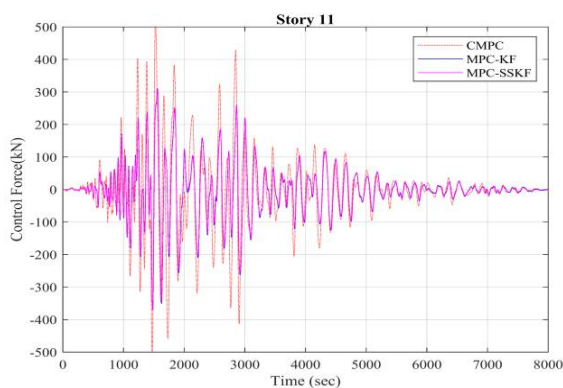
شکل ۲. تاریخچه زمانی زلزله کوجالی



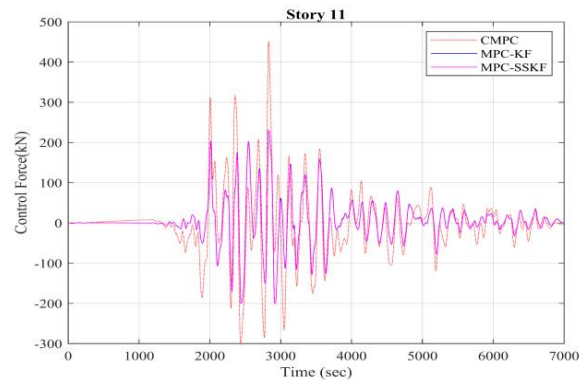
شکل ۳. تاریخچه زمانی زلزله لوما پریتا

مقایسه پیچیدگی محاسباتی

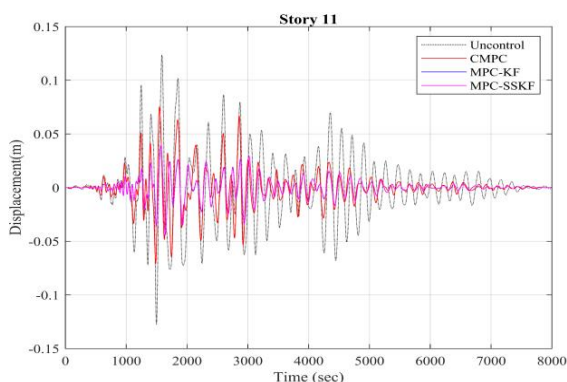
هدف از تحلیل پیچیدگی الگوریتم‌ها، عمدتاً تخمین زمان اجرا یا حافظه مصرفی الگوریتم است. زمان اجرای الگوریتم، معیار مهمی است که بیان می‌کند زمان اجرا و اتمام الگوریتم به ازای یک ورودی مشخص چقدر است. پیاده‌سازی الگوریتم‌ها و اجرای آن در کامپیوتر برای اندازه‌گیری زمان اجرا، کار دشوار و پیچیده‌ای است و پارامترهایی نه چندان مهم نظیر سرعت پردازنده کامپیوتر، زبان برنامه‌نویسی و نحوه پیاده‌سازی الگوریتم در آن تأثیر دارند. بنابراین باید از روشی استفاده شود که مستقل از موارد یاد شده باشد. این روش لزوماً دقیق نیست اما شهود خوبی نسبت به زمان اجرا ارائه می‌کند و مقایسه الگوریتم‌های مختلف با یکدیگر را میسر می‌سازد. روش رایج در تحلیل پیچیدگی الگوریتم‌ها تحلیل مجانبی (asymptotic) می‌باشد. در این روش، زمان اجرا بر حسب اندازه ورودی (n) محاسبه می‌شود و عوامل ثابت نادیده گرفته می‌شوند. منظور از اندازه ورودی میزان فضای لازم برای ذخیره‌سازی ورودی است. نمادهای مجانبی، نمادهای ریاضی هستند که برای توصیف زمان اجرای یک الگوریتم هنگامی که ورودی به سمت یک مقدار خاص یا یک مقدار محدود میل



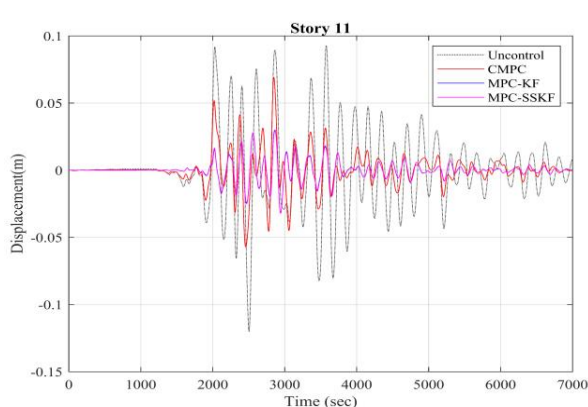
(الف)



(الف)



(ب)



(ب)

شکل ۵ تاریخچه زمانی: (الف) نیروی کنترل و (ب) پاسخ تغییر مکان طبقه فوقانی سازه یازده طبقه تحت تحریک زلزله لوما پریتا

شکل ۴ تاریخچه زمانی: (الف) نیروی کنترل و (ب) پاسخ تغییر مکان طبقه فوقانی سازه یازده طبقه تحت تحریک زلزله کوجالی

لازم به ذکر است الگوریتم‌های MPC-KF و MPC-SSKF با N_p و N_c برابر با کنترلر CMPC، توانسته‌اند پاسخ‌ها را بیشتر از CMPC کاهش دهند، در نتیجه الگوریتم‌های MPC-KF و MPC-SSKF با افق‌های کمتری نسبت به CMPC پاسخ‌ها را کاهش می‌دهند. نمودارهای چرخه‌ای نیرو - تغییر مکان طبقه یازدهم سازه در شکل (۶) ارائه شده‌اند. مطابق نتایج، منحنی‌های حاصل از کنترلگرهای MPC-KF و MPC-SSKF نسبت به CMPC دارای سطح محصور کوچک‌تر و شکل منظم‌تری هستند که بیانگر کاهش مؤثر نیروی کنترلی و بهبود پایداری سیستم است. همچنین، فشردگی حلقه‌های هیستریزس در دو روش پیشنهادی نشان دهنده افزایش میرایی مؤثر و کنترل بهتر پاسخ تغییر مکان در مقایسه با روش پایه است.

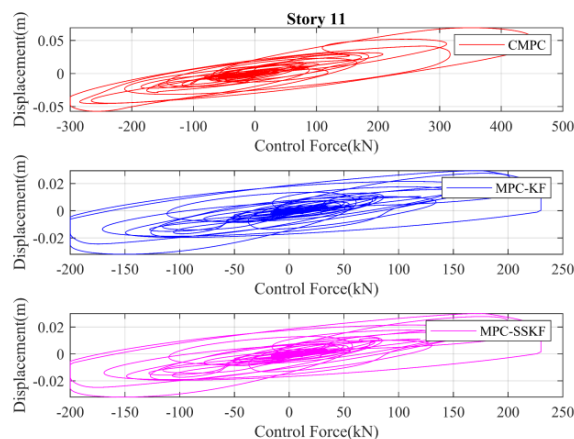
مطابق شکل‌های (۴) و (۵) با اعمال نیروی کنترل محاسبه شده توسط هر سه کنترلر، مقادیر جابه‌جایی طبقه فوقانی سازه یازده طبقه تحت تحریک زلزله‌های کوجالی و لوما پریتا در حالت کنترل شده نسبت به حالت کنترل نشده کاهش قابل ملاحظه‌ای یافته است؛ به طوری که ماکزیمم تغییر مکان در حالت کنترل شده توسط MPC-KF و MPC-SSKF بیش از ۵۰ درصد نسبت به شرایط کنترل نشده سازه کاهش یافته است که این امر حاکی از بهبود پیش‌بینی‌ها توسط کنترلگرهای MPC-KF و MPC-SSKF نسبت به الگوریتم CMPC می‌باشد. همچنین مقایسه بین الگوریتم‌های MPC-KF و MPC-SSKF در کاهش پاسخ‌ها نشان‌دهنده این است که به دلیل اختلاف کمتر، دو کنترلر تقریباً عملکرد یکسانی را دارا هستند.

کوجالی به ترتیب ۲۵، ۶۸ و ۶۷ درصد و مقادیر شتاب به ترتیب ۶۱، ۷۳ و ۷۲ درصد کاهش یافته‌اند. این مقادیر برای زلزله لوما پریتا به ترتیب ۳۸، ۶۸، ۶۸ و ۷۱، ۷۰ درصد کاهش یافته است. همچنین کاهش نیروی کنترلی توسط کنترلگرهای MPC-KF و MPC-SSKF نسبت به کنترلگر CMPC به ترتیب ۴۸ و ۴۸ درصد برای زلزله کوجالی و ۳۸ و ۳۸ درصد برای زلزله لوما پریتا است.

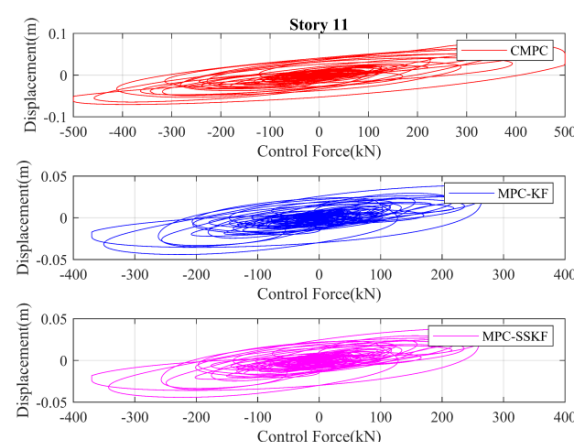
جدول ۶ ماکزیمم پاسخ‌ها و نیروی کنترلی طبقه فوقانی سازه یازده طبقه

روش کنترل	پارامتر محاسبه شده		زلزله ورودی	
	لوما پریتا	کوجالی		
کنترل نشده	تغییر مکان (m)	۰/۰۹۲۷	۰/۱۲۳۴	
	سرعت (m/s)	۰/۶۳۴۰	۰/۹۱۸۴	
	شتاب (m/s ²)	۵/۸۱۱۴	۱۱/۷۷۹۵	
CMPC	تغییر مکان (m)	۰/۰۶۹۱	۰/۰۷۵۳	
	سرعت (m/s)	۰/۵۱۶۲	۰/۷۵۳۵	
	شتاب (m/s ²)	۲/۲۵۴۳	۵/۰۹۴۰	
MPC-KF	نیروی کنترلی (kN)	۴۵۰	۵۰۰	
	تغییر مکان (m)	۰/۰۲۹۴	۰/۰۳۸۹	
	سرعت (m/s)	۰/۳۵۲۹	۰/۴۵۲۱	
MPC-SSKF	تغییر مکان (m)	۰/۰۳۰۰	۰/۰۳۹۱	
	سرعت (m/s)	۰/۳۴۷۵	۰/۴۴۹۵	
	شتاب (m/s ²)	۱/۵۷۹۵	۳/۴۲۹۲	
MPC-SSKF	نیروی کنترلی (kN)	۲۳۰	۳۱۰	
	تغییر مکان (m)	۰/۰۳۰۰	۰/۰۳۹۱	
	سرعت (m/s)	۰/۳۴۷۵	۰/۴۴۹۵	
	شتاب (m/s ²)	۱/۵۷۹۵	۳/۴۲۹۲	
	نیروی کنترلی (kN)	۲۳۰	۳۱۰	

بر اساس نتایج شبیه‌سازی، بیشترین کاهش پاسخ جابه‌جایی سازه توسط الگوریتم CMPC در زلزله لوما پریتا با ۳۸ درصد و بیشترین کاهش پاسخ شتاب سازه در زلزله کوجالی با ۶۴ درصد اتفاق افتاده است که همین درصدها برای الگوریتم‌های MPC-KF و MPC-SSKF به ترتیب (۶۸ و ۶۸) و (۷۲ و ۷۳) درصد است که از بهبود گام پیش‌بینی الگوریتم‌های مذکور حکایت می‌کند. این بهبود پیش‌بینی به ترتیب با ۴۸ و ۳۸ درصد نیروی کنترلی کمتری در زلزله‌های کوجالی و لوما پریتا همراه بوده



(الف)



(ب)

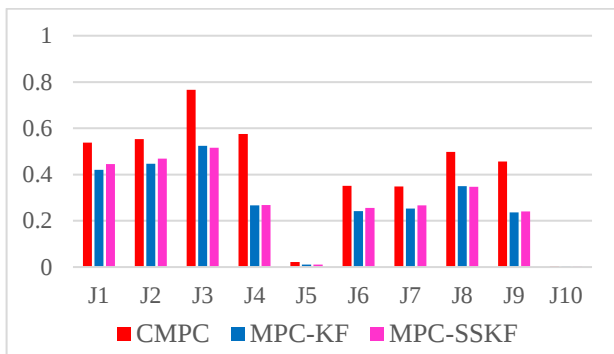
شکل ۶ نمودار نیرو - تغییر مکان طبقه فوقانی سازه یازده طبقه تحت تحریک زلزله: (الف) کوجالی و (ب) لوما پریتا

نتایج اعمال کنترلگرهای CMPC، MPC-KF و MPC-SSKF بر سازه مورد مطالعه عملکرد مناسب آن‌ها را در کاهش ارتعاشات ناشی از تحریکات زلزله تأیید می‌کند. در ادامه با هدف مطالعه تأثیر فیلترهای کالمن بر روند بهبود پیش‌بینی الگوریتم CMPC، مقایسه بین هر سه کنترلگر به صورت عددی انجام شده و نتایج گزارش شده است. بر همین اساس سازه مورد مطالعه تحت تحریک زلزله‌های مذکور قرار گرفته و مقادیر ماکزیمم پاسخ تغییر مکان، سرعت، شتاب و نیروی کنترلی طبقه فوقانی آن‌ها در حالت کنترل نشده و کنترل شده با الگوریتم‌های CMPC، MPC-KF و MPC-SSKF در جدول (۶) ارائه گردیده است.

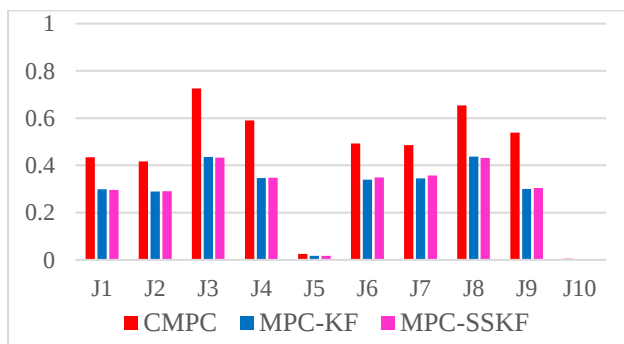
مطابق نتایج جدول (۶) مشاهده می‌شود که ماکزیمم تغییر مکان محاسبه شده توسط الگوریتم‌های CMPC، MPC-KF و MPC-SSKF نسبت به حالت کنترل نشده تحت تحریک زلزله

است.

الگوریتم MPC-SSKF را نسبت به CMPC تأیید می‌کند.



شکل ۷ شاخص‌های ارزیابی عملکرد تحت تحریک زلزله کوجالی



شکل ۸ شاخص‌های ارزیابی عملکرد تحت تحریک زلزله لوما پرتا

همان طور که پیشتر اشاره شد، روش پیچیدگی محاسباتی لزوماً دقیق نیست اما شهود خوبی نسبت به زمان اجرا و میزان حافظه مصرفی ارائه می‌دهد. در این مطالعه نیز از این روش برای مقایسه فیلتر کالمن خطی و فیلتر کالمن حالت ماندگار از لحاظ زمان اجرا و میزان حافظه مصرفی استفاده شده است. پیچیدگی محاسباتی فیلتر کالمن خطی و فیلتر کالمن حالت ماندگار با انجام عملیات ماتریسی در مراحل پیش‌بینی و به‌روزرسانی تعیین می‌شود. در جدول (۸) پیچیدگی زمانی و حافظه برای فرمول‌بندی دو الگوریتم ارائه شده است. در روابط مورد استفاده برای تحلیل پیچیدگی محاسباتی فیلتر کالمن و نسخه حالت ماندگار آن، نماد n نشان دهنده تعداد متغیرهای حالت سیستم است که ابعاد بردار حالت را مشخص می‌کند، و نماد m بیانگر تعداد متغیرهای اندازه‌گیری یا خروجی سیستم است که ابعاد بردار اندازه‌گیری را تعیین می‌کند. همچنین نماد $O(\cdot)$ نشان دهنده مرتبه رشد در نظریه پیچیدگی محاسباتی است و بیان می‌کند که هزینه زمانی یا حافظه‌ای الگوریتم با افزایش اندازه ورودی چگونه

به منظور بررسی تأثیر ویژگی‌های الگوریتم MPC-SSKF در انتخاب پارامترهای الگوریتم کنترل پیش‌بین مدل، تعداد گام‌های افق پیش‌بین با ثابت نگه داشتن مقدار افق کنترل در کنترلگر CMPC تا حدی افزایش یافته است که مقادیر ماکزیمم تغییر مکان سازه برای دو کنترلگر برابر گردد. نتایج این بررسی در جدول (۷) گزارش شده است. مطابق این نتایج، برتری الگوریتم MPC-SSKF در کاهش ماکزیمم پاسخ‌های سازه و نیروی کنترل نسبت به CMPC مشاهده می‌گردد. الگوریتم CMPC برای دستیابی به پاسخ تغییر مکان یکسان با MPC-SSKF، به ترتیب به ۱۰۵ و ۸۰ گام پیش‌بینی بیشتر تحت تحریک زلزله‌های کوجالی و لوماپرتا نیاز دارد که این امر با ۵۷ درصد نیروی بیشتر میسر می‌شود.

جدول ۷ مقایسه تعداد گام‌های افق پیش‌بین و نیروی کنترل

الگوریتم	ماکزیمم پارامتر	زلزله کوجالی	زلزله لوما پرتا
CMPC	تغییر مکان (m)	۰/۰۲۹۹	۰/۰۳۹۵
	نیروی کنترلی (kN)	۵۳۸/۳۸۵۵	۷۲۲/۳۱۳۰
	$[N_p, N_c]$	$[۱۴۰, ۱۰]$	$[۱۰, ۱۱۵]$
MPC-SSKF	تغییر مکان (m)	۰/۰۳۰۰	۰/۰۳۹۱
	نیروی کنترلی (kN)	۲۳۰	۳۱۰
	$[N_p, N_c]$	$[۳۵, ۱۰]$	$[۳۵, ۱۰]$

مطابق نتایج جدول (۶) به دلیل نزدیک بودن مقادیر پیش‌بینی شده توسط دو الگوریتم MPC-KF و MPC-SSKF می‌توان گفت دو الگوریتم عملکرد تقریباً یکسانی از نظر بهبود پیش‌بینی، کنترل پاسخ و کاهش نیروی کنترل دارند. لذا در انتهای این بخش از نظر پیچیدگی محاسباتی و زمانی با یکدیگر مقایسه خواهند شد.

هر چه شاخص‌های ارزیابی عملکرد کنترلگر از عدد یک فاصله بگیرند کاهش پاسخ به نحو مطلوب‌تری اتفاق افتاده است که مطابق شکل‌های (۷) و (۸) همه شاخص‌ها برای هر سه کنترلگر از ۱ کمتر است و نشان دهنده عملکرد بهتر نسبت به حالت کنترل نشده است. همچنین نمودارهای میله‌ای نیز برتری

۲. نیروی کنترلی محاسبه شده توسط الگوریتم‌های MPC-KF و MPC-SSKF نسبت به الگوریتم CMPC کاهش یافته که در این بین MPC-SSKF با ۵۷٪ نیروی کنترلی کمتر نسبت به CMPC در کاهش پاسخ سازه عملکرد مطلوب‌تری داشته است. برتری این امر در کاربردهای عملی که اشباع عملگر اهمیت می‌یابد می‌تواند مؤثر واقع شود.

۳. در الگوریتم CMPC بالا بودن افق پیش‌بینی (Np) نیز نیاز به فضای ذخیره‌سازی را افزایش می‌دهد که در الگوریتم MPC-SSKF به دلیل بهبود پیش‌بینی، با ۱۰۵ گام پیش‌بینی و محاسبات کمتر می‌توان پاسخ‌ها را نسبت به CMPC کاهش داد که این امر موجب صرفه‌جویی در فضای ذخیره‌سازی می‌شود.

۴. الگوریتم MPC-KF دارای پیچیدگی‌هایی در معادلات و حجم محاسبات بالا است که فضای ذخیره‌سازی بیشتری را می‌طلبد. اما در این بین الگوریتم MPC-SSKF با توجه به نتایج این مشکل را کاهش داده است و در کاربردهای عملی که نیاز به فضای ذخیره‌سازی کمتر است، می‌تواند مفید واقع شود.

۵. با توجه به نتایج، الگوریتم MPC-SSKF نسبت به الگوریتم MPC-KF با سرعت بیشتری می‌تواند نیروی کنترلی مورد نیاز را محاسبه کند و نقش برجسته‌تری در کاربردهای عملی ایفا کند.

نتایج این مطالعه نقش مؤثرتر الگوریتم MPC-SSKF نسبت به CMPC را در کاربردهای عملی برجسته کرد. در الگوریتم (CMPC)، در حالتی که محدودیتی روی متغیرهای حالت و نیروی کنترلی نباشد، می‌توان با حل تحلیلی به پاسخ بهینه دست یافت. با این حال، هنگامی که قیود عملی بر جابه‌جایی یا نیروی کنترلی اعمال می‌شود، روش تحلیلی دیگر کارایی ندارد و نیاز به روش‌های عددی و الگوریتم‌های بهینه‌سازی پیشرفته احساس می‌شود.

از این رو، پیشنهاد می‌شود برای بهبود عملکرد و دستیابی به تابع هزینه مقید بهینه، از الگوریتم‌های بهینه‌سازی فراابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی ازدحام ذرات، تکامل تفاضلی و...، برای تنظیم بهینه پارامترهای کنترلی استفاده گردد. به‌کارگیری این روش‌ها می‌تواند مسیر پژوهش‌های آینده را در جهت توسعه رویکردهای هوشمندتر و کاراتر در کنترل بهینه سازه‌ها هموار سازد.

افزایش می‌یابد. به بیان دیگر، $O(\cdot)$ چارچوبی ریاضی برای مقایسه کارایی الگوریتم‌ها از نظر مصرف زمان و حافظه فراهم می‌آورد.

مقایسه دو الگوریتم نشان می‌دهد که فیلتر کالمن حالت ماندگار از نظر زمان اجرا سریع‌تر از فیلتر کالمن خطی است. از نظر میزان استفاده از حافظه به نظر می‌رسد که هر دو الگوریتم یکسان هستند، زیرا محاسبات انجام شده برای گام اول هر دو الگوریتم محاسبه شده است که در آن حافظه استفاده شده برابر است، اما باید توجه داشت که فیلتر کالمن حالت پایدار از به‌روزرسانی‌های مکرر کوواریانس و بهره‌گیری می‌کند و در عمل از نظر حافظه کارآمدتر می‌شود.

جدول ۸ مقادیر پیچیدگی حافظه و پیچیدگی زمانی برای فیلتر کالمن خطی و فیلتر کالمن حالت ماندگار

الگوریتم	پیچیدگی زمانی	پیچیدگی حافظه
KF	$O(n^3 + m^3 + m^2n + mn^2)$	$O(n^2 + m^2 + mn)$
SSKF	$O(n^2 + mn)$	$O(n^2 + m^2 + mn)$

نتیجه‌گیری

در این مطالعه بهبود گام‌های پیش‌بینی و کاهش نیروی کنترلی در الگوریتم CMPC با استفاده از فیلتر کالمن خطی و فیلتر کالمن حالت ماندگار با مدل‌سازی قاب برشی یازده طبقه که در همه طبقات مجهز به میراگر تاندون فعال بودند، تحت تحریک دو زلزله دور و نزدیک گسل مورد ارزیابی قرار گرفت. در این راستا ابتدا ماتریس‌های وزنی حالت و نیروی کنترلی و مقادیر افق پیش‌بین و افق کنترل با آزمون و خطا تنظیم شد و تأثیر فیلتر کالمن و فیلتر کالمن حالت ماندگار در بهبود پیش‌بینی الگوریتم CMPC همراه با کاهش پیچیدگی محاسباتی و حافظه مورد نیاز تحلیل و بررسی شد. نتایج حاصل از این بررسی به طور خلاصه در ادامه ارائه شده است.

۱. هر سه الگوریتم در کاهش پاسخ سازه‌ای نسبت به حالت کنترل نشده عملکرد موفق‌تری داشته‌اند. در این بین کنترلگرهای MPC-KF و MPC-SSKF به دلیل بهبود گام پیش‌بینی به‌ترتیب در کاهش پاسخ‌های جابه‌جایی (۴۳٪ و ۴۲٪) و شتاب (۱۲٪ و ۱۱٪) نسبت به کنترلگر CMPC تحت تحریک زلزله کوجالی عملکرد مطلوب‌تری داشته‌اند.

Augmented Matrices	ماتریس‌های افزوده	واژه‌نامه	
Algebraic Riccati Equation (ARE)	معادله جبری ریکاتی	Model Predictive Control (MPC)	کنترل پیش‌بین مدل
Reference Trajectory	مسیر مرجعی	Prediction Horizon (Np)	افق پیش‌بین
Kalman Gain (K)	بهره فیلتر کالمن	Control Horizon (Nc)	افق کنترل
Rayleigh Damping	میرایی رایلی		فیلتر کالمن حالت ماندگار
Loma Prieta Earthquake	زلزله لوما پریتا	Steady-State Kalman Filter (SSKF)	
Kocaeli Earthquake	زلزله کوجالی	Computational Complexity	پیچیدگی محاسباتی
		Active Tendon Damper (AT)	میراگر تاندون فعال
		Newmark Method	روش نیومارک
		State-Space Equation	معادله فضای حالت
			خطای جذر میانگین مربعات
		Root Mean Square Error (RMSE)	

سپاسگزاری

مراجع

- [1] A. Yanik and U. Aldemir, "A simple structural control model for earthquake excited structures," *Engineering Structures*, vol. 182, pp. 79–88, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.12.075>
- [2] E. Nazarimofrad and S. M. Zahrai, "Seismic control of irregular multistory buildings using active tendons considering soil–structure interaction effect," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 89, pp. 100–115, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2016.07.005>
- [3] M. S. Mohebbi, Hosein and S. Moradpour, "Reducing the Seismic Response of Nonlinear Hysteretic Structures Using Optimal Multiple Tuned Mass Dampers," *Journal of Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 26, no. 2, pp. 1–20, 2015.
- [4] S. Pourzeynali, N. fallah, and M. Akbari A., "Experimental Analysis of the TMD Control of Building Vibrations against Earthquake Excitations," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 25, no. 2, pp. 147–158, 2014.
- [5] N. Khodaie and H. Teymouri, "Investigation of the effect of the mass and installation height of TMD system on the wind-induced vibration control of tall buildings," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 35, no. 4, pp. 53–72, 2023.
- [6] M. Zarbilinezhad and A. Gholizad, "Assessment of the effect of the tuned mass damper on the seismic performance of isolated steel structures by using endurance time analysis," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 36, no. 2, pp. 41–60, 2023. <https://doi.org/10.22067/jfcei.2023.80516.1208>
- [7] m. mahmoudabadi and H. Hasani, "Comparative study of the use of TMD and FTMD in shear structures to reduce the amplitude of lateral vibrations," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 38, no. 4, pp. 39–82, 2025. <https://doi.org/10.22067/jfcei.2025.94637.1367>
- [8] K. S. Holkar and L. M. Waghmare, "An overview of model predictive control," *International Journal of control and automation*, vol. 3, no. 4, pp. 47–63, 2010.
- [9] G. Mei, A. Kareem, and J. C. Kantor, "Model predictive control of structures under earthquakes using acceleration feedback," *Journal of engineering Mechanics*, vol. 128, no. 5, pp. 574–585, 2002.

[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2002\)128:5\(574\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2002)128:5(574))

- [10] A. Banaei and j. alamtan, "Minimizing Multivariate Objective Function Using Improved Genetic Algorithm in Active Control of Oscillation of Structures," *Ferdowsi Civil Engineering*, vol. 31, no. 4, pp. 21–40, 2018.
- [11] G. Mei, A. Kareem, and J. C. Kantor, "Real-time model predictive control of structures under earthquakes," *Earthquake engineering & structural dynamics*, vol. 30, no. 7, pp. 995–1019, 2001. <https://doi.org/10.1002/eqe.49>
- [12] G. Mei, A. Kareem, and J. C. Kantor, "Model predictive control of wind-excited building: Benchmark study," *Journal of engineering mechanics*, vol. 130, no. 4, pp. 459–465, 2004. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2004\)130:4\(459\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2004)130:4(459))
- [13] C. Lana and M. Rotea, "Desensitized model predictive control applied to a structural benchmark problem," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 41, no. 2, pp. 13188–13193, 2008. <https://doi.org/10.3182/20080706-5-KR-1001.02234>
- [14] C. S. W. Yang, L. L. Chung, L. Y. Wu, and N. H. Chung, "Modified predictive control of structures with direct output feedback," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 18, no. 8, pp. 922–940, 2011. <https://doi.org/10.1002/stc.411>
- [15] L.-H. Xu and Z.-X. Li, "Model predictive control strategies for protection of structures during earthquakes," *Structural engineering and mechanics: An international journal*, vol. 40, no. 2, pp. 233–243, 2011.
- [16] F. Oliveira, P. Morais, and A. Suleman, "Predictive control for earthquake response mitigation of buildings using semiactive fluid dampers," *Shock and Vibration*, vol. 2014, no. 1, p. 670683, 2014. <https://doi.org/10.1155/2014/670683>
- [17] H. Peng, F. Li, S. Zhang, and B. Chen, "A novel fast model predictive control with actuator saturation for large-scale structures," *Computers & Structures*, vol. 187, pp. 35–49, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2017.03.014>
- [18] Y. Chen, S. Zhang, H. Peng, B. Chen, and H. Zhang, "A novel fast model predictive control for large-scale structures," *Journal of Vibration and Control*, vol. 23, no. 13, pp. 2190–2205, 2017. <https://doi.org/10.1177/1077546315610033>
- [19] R. Gutiérrez-Urquidez, G. Valencia-Palomo, O. Rodríguez-Elías, F. López-Estrada, and J. Orrante-Sakanassi, "On the Selection of Tuning Parameters in Predictive Controllers Based on NSGA-II," in *Numerical and Evolutionary Optimization*: Springer, 2017, pp. 138–157. https://doi.org/10.1007/978-3-319-96104-0_7
- [20] L. Koutsoloukas, N. Nikitas, P. Aristidou, and C. Meinhardt, "Control law and actuator capacity effect on the dynamic performance of a hybrid mass damper; the case of rottweil tower," in *International Conference on Structural Dynamic*, 2020.
- [21] J. Enríquez-Zárate, G. Valencia-Palomo, F. R. López-Estrada, G. Silva-Navarro, and J. A. Hoyo-Montaño, "Efficient predictive vibration control of a building-like structure," *Asian Journal of Control*, vol. 22, no. 4, pp. 1411–1421, 2020. <https://doi.org/10.1002/asjc.2015>
- [22] J. Drgoňa *et al.*, "All you need to know about model predictive control for buildings," *Annual Reviews in Control*, vol. 50, pp. 190–232, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2020.09.001>
- [23] A. B. Rad, M. Nouri, J. Katebi, and S. A. M. Ghasemi, "A developed model predictive control scheme for vibration

- attenuation of building structures," *Smart Structures and Systems*, pp. 691–703, 2022.
- [24] L. Koutsoloukas, N. Nikitas, and P. Aristidou, "Robust structural control of a real high-rise tower equipped with a hybrid mass damper," *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, vol. 31, no. 12, p. e1941, 2022. <https://doi.org/10.1002/tal.1941>
- [25] S. A. Giraldo, P. A. Melo, and A. R. Secchi, "Tuning of model predictive controllers based on hybrid optimization," *Processes*, vol. 10, no. 2, p. 351, 2022. <https://doi.org/10.3390/pr10020351>
- [26] P. Aguilar-Álvarez, G. Valencia-Palomo, J. Enríquez-Zárate, J. Morales-Valdez, and O. Hernández-González, "Vibration Control Using a Positive Position Feedback-based Predictive Controller Applied to a One-Bay Three-Story Scaled Shear Frame," *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, vol. 11, no. 3, 2023. <https://doi.org/10.1007/s42417-022-00613-w>
- [27] X. Feng, Y. Fan, H. Peng, Y. Chen, and Y. Zheng, "Optimal active vibration control of tensegrity structures using fast model predictive control strategy," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 2023, no. 1, p. 2076738, 2023. <https://doi.org/10.1155/2023/2076738>
- [28] M. Azizpour, R. Raoufi, and E. Kazeminezhad, "Investigation of the Robust H-Infinity Filter's Effectiveness on the Model Predictive Control and Linear Quadratic Regulator for Active Seismic Control of High-Rise Buildings," *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, vol. 48, no. 2, pp. 923–941, 2024. <https://doi.org/10.1007/s40996-023-01216-5>
- [29] A. Bathaei and S. M. Zahrai, "Vibration control of an eleven-story structure with MR and TMD dampers using MAC predictive control, considering nonlinear behavior and time delay in the control system," in *Structures*, vol. 60, p. 105853, 2024. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2024.105853>
- [30] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," 1960.
- [31] B. O. Teixeira, M. A. Santillo, R. S. Erwin, and D. S. Bernstein, "Spacecraft tracking using sampled-data Kalman filters," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 28, no. 4, pp. 78–94, 2008. <https://doi.org/10.1109/MCS.2008.923231>
- [32] Q. Haixia, T. M. Banhazi, Z. Zhigang, T. Low, and I. J. Brookshaw, "Preliminary laboratory test on navigation accuracy of an autonomous robot for measuring air quality in livestock buildings," *International Journal of Agricultural and Biological Engineering*, vol. 9, no. 2, pp. 29–39, 2016.
- [33] E. Artemciukas, L. Sakalauskas, and E. Zulkas, "Kalman filter for hybrid tracking technique in augmented reality," *Elektronika ir elektrotechnika*, vol. 22, no. 6, pp. 73–79, 2016. <https://doi.org/10.5755/j01.eie.22.6.17228>
- [34] A. Kluga and J. Kluga, "Dynamic data processing with kaiman filter," *Elektronika ir Elektrotechnika*, vol. 111, no. 5, pp. 33–36, 2011. <https://doi.org/10.5755/j01.eee.111.5.351>
- [35] V. Bistovs and A. Kluga, "The analysis of the UKF-based navigation algorithm during GPS outage," *Elektronika ir Elektrotechnika*, vol. 19, no. 10, pp. 13–16, 2013. <https://doi.org/10.5755/j01.eee.19.10.5886>
- [36] P. Ziacik and V. Wieser, "Mobile radio link adaptation by radio channel state prediction," *Elektronika ir Elektrotechnika*, vol. 114, no. 8, pp. 27–30, 2011.
- [37] C. Castaneda, A. Loukianov, E. Sanchez, and B. Castillo-Toledo, "Real-time torque control using discrete-time recurrent high-order neural networks," *Neural Computing and Applications*, vol. 22, no. 6, pp. 1223–1232, 2013.

<https://doi.org/10.1007/s00521-012-0890-9>

- [38] C. E. Castaneda, A. G. Loukianov, E. N. Sanchez, and B. Castillo-Toledo, "Discrete-time neural sliding-mode block control for a DC motor with controlled flux," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 2, pp. 1194–1207, 2011. <https://doi.org/10.1109/TIE.2011.2161246>
- [39] L. Wang, *Model predictive control system design and implementation using MATLAB®*. Springer, 2009. https://doi.org/10.1007/978-1-84882-331-0_3
- [40] G. F. Franklin, J. D. Powell, and M. L. Workman, *Digital control of dynamic systems*. Addison-wesley Menlo Park, 1998.
- [41] D. Simon, *Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches*. John Wiley & Sons, 2006.
- [42] S. Pourzeynali, H. H. Lavasani, and A. Modarayi, "Active control of high rise building structures using fuzzy logic and genetic algorithms," *Engineering Structures*, vol. 29, no. 3, pp. 346–357, 2007.
- [43] U. Kiao and A. Chatterjee, *Time Complexity Analysis*. Independently Published, 2021.
- [44] C. A. Shaffer, "Data structures and algorithm analysis," ed: Dover Publications, 2022.