

## توسعه الگوریتم جستجوی نسبت خاص برای طراحی بهینه مسائل مهندسی سازه

### چکیده:

طراحی بهینه مسائل مهندسی سازه به دلیل وجود قید های طراحی از جمله تنش و جابجایی کار بسیار چالش بر انگیزی می باشد. این قیدها در بیشتر موارد به صورت غیرخطی و دینامیکی تعریف می شوند که باعث به دام افتادن الگوریتم های بهینه سازی در بهینه محلی می شوند. روش های کلاسیک علی رغم دقت بالا زمان زیادی برای رسیدن به پاسخ بهینه صرف می کنند. این موضوع باعث افزایش هزینه محاسبات می گردد. در مقابل الگوریتم های فراابتکاری با استفاده از تکنیک ها و اپراتورهای خاص برنامه نویسی پاسخ های قابل قبولی برای این نوع از مسائل تولید می کنند. الگوریتم استاندارد جستجوی نسبت خاص به دلیل عدم هماهنگی میان دو پارامتر مهم بهره برداری و اکتشاف در حل این دسته از مسائل ناموفق است و به بهینه محلی همگرا می شود. در این تحقیق برای بهبود عملکرد این الگوریتم دو تکنیک جدید معرفی و پیاده سازی می گردد. الگوریتم گرادیان نزولی به عنوان مکمل الگوریتم جستجوی گرانشی استفاده گردیده است. گام حرکت الگوریتم با استفاده از ضرایب خاص کنترل می گردد. همچنین بررسی ها نشان میدهد که ایجاد یک جمعیت پویا متناسب با نرخ همگرایی عملکرد الگوریتم را توسعه میدهد. برای اعتبار سنجی روش پیشنهادی سه مسئله سازه بهینه سازی می گردد. تابع هدف شامل وزن همه المانهای سازه می باشد که باید در یک فرآیند تکرار و بدون نقض قیدهای تنش و جابجایی گره ای به کمترین مقدار بهینه کاهش یابد. برای اثبات اثربخشی و موثر بودن روش پیشنهادی نسبت به سایر روشهای پیشرفته نتایج آنها با یکدیگر مقایسه می گردد. نتایج نشان میدهد که الگوریتم پیشنهادی نسبت به سایر روشهای قبلی نرخ همگرایی بالایی دارد و توازن مناسبی بین پارامترهای بهره برداری و اکتشاف ایجاد کرده است.

### واژگان کلیدی:

طراحی بهینه، خرپا، هوش مصنوعی، الگوریتم جستجوی نسبت خاص، الگوریتم های فراابتکاری، محاسبات نرم، SRS.

## Improved special relativity search algorithm for optimal design of structural problems

### Abstract:

Optimum design of structural engineering problems is a very challenging work due to the existence of design constraints such as stress and displacement. In most cases, these constraints are defined in a nonlinear and dynamic way, which makes the optimization algorithms local in the optimum. Classical high precision causal methods take time to arrive at the answer. This increases the number of calculations. On the other hand, meta-heuristic algorithms produce acceptable answers for this type of problems using special programming techniques and operators. The standard special relativity search algorithm is unsuccessful in solving this group of problems due to the lack of coordination between the two important cases of exploitation and exploration, and the local optimum converges. In this research, two new techniques are introduced and implemented to improve the performance of this algorithm. The descending modification algorithm has been used as a complementary algorithm for gravity search. The movement step of the algorithm is controlled using special coefficients. Also, studies show that creating a dynamic population proportional to the convergence rate improves the performance of the algorithm. To validate the proposed method, three structural issues are optimized. The goal includes the weight of all the elements of the structure, which must be reduced to the lowest optimal value in an iterative process and without limitations of nodal stress and displacement. To prove the effectiveness and method of the proposed method compared to other advanced methods, their results are compared. The results show that the proposed algorithm has constant evaluation compared to other previous methods and has created a suitable balance between exploitation and exploration.

**Keywords:** Optimal Design, Truss, Special Relativity Search Algorithm, Metaheuristic Algorithm, Soft Computing, SRS.

خرپایی و فریم ها توسعه دادند. آنها با استفاده از این روش دو نوع متفاوت از سازه ها را با موفقیت بهینه سازی کردند.

دونگ و همکاران [۸] یک تکنیک تقریب چند نقطه‌ای شاخه‌ای برای کاهش تعداد تحلیل‌های ساختاری با ایجاد توابع تقریبی به جای تحلیل‌های ساختاری در الگوریتم ژنتیک معرفی کردند که در آن الگوریتم ژنتیک به متغیرهای اندازه پیوسته و متغیرهای توپولوژی گسسته می‌پردازد. برای خرپاهای مقیاس بزرگ با تعداد زیادی متغیر طراحی، یک تغییر عظیم در متغیرهای توپولوژی در الگوریتم ژنتیک باعث از دست رفتن دقت تقریب می‌شود و سپس همگرایی بهینه سازی را دشوار می‌کند. آنها یک روش تقریبی برای رفع این مشکل پیشنهاد کردند. جاویدی و همکاران [۹] برای اولین بار توابع وزن و انرژی فروپاشی ره به صورت مشترک برای مقاصد بهینه سازی پیشنهاد دادند و مسئله به عنوان یک مسئله بهینه سازی چند هدفه تعریف گردید. آنها برای حل چنین مسائلی، دو الگوریتم چندهدفه جدید بر اساس الگوریتم جستجوی کلاغ که اخیرا معرفی شده است، پیشنهاد کردند. گودرزی مهر و همکاران [۱۰، ۱۱] دو روش فراکاوشی جدید بر مبنای الگوریتم جستجوی نسبت خاص و الگوریتم بازی آشوب برای بهینه سازی سازه اندازه های فریم و کامپوزیتی توسعه دادند. امیری و همکاران [۱۲] یک فرمول جدید و ساده برای محاسبه مشتقات مرتبه اول و دوم تابع هدف بر مبنای روش نیوتن برای بهینه سازی اندازه پیشنهاد کردند. داستان و همکاران [۱۳] یک روش ترکیبی جدید بر مبنای الگوریتم های جستجوی سیتیم ذرات شارژ شده و یادگیری مبتنی بر آموزش برای بهینه سازی اندازه فریم ها پیشنهاد نمودند .

همانطور که اشاره شد روشهای فراکاوشی به دلیل تنوع و انعطاف پذیری در سطح گسترده ای مورد استقبال محققین قرار گرفته اند. یک الگوریتم فراابتکاری یک روش جستجو است که برای یافتن راه‌حل مناسبی برای یک مسئله بهینه‌سازی پیچیده و دشوار که تا حد بهینه حل شود به ار رفته می‌شود. یافتن راه حل تقریبا بهینه بر اساس اطلاعات ناقص یا پراکنده در این دنیای واقعی از منابع محدود (مانند قدرت محاسباتی و زمان) ضروری است. ظهور فراابتکاری برای حل چنین مسائل بهینه سازی یکی از برجسته ترین دستاوردهای دو دهه اخیر در تحقیقات عملیات است. چالش

الگوریتم های متنوع ای در سال های اخیر برای طراحی بهینه سازه های خرپایی توسعه داده شده است. این روشهای که در اکثر موارد موفق هم بوده اند را می‌توان به سه دسته تقسیم کرد: الف) بهینه سازی اندازه خرپا، ب) بهینه سازی شکل خرپا و. پ) بهینه سازی توپولوژی خرپایی. در روش اول، وزن المانهای سازه به عنوان تابع هدف و سطح مقطع اعضا به عنوان متغیرهای طراحی تعریف می‌شوند. در روش دوم مختصات اتصال گره ها به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته می‌شوند و در روش اخر متغیرهای طراحی تغییر در هندسه سازه می‌باشد .

در این تحقیق مباحث و تئوری مرتبط با بهینه سازی اندازه مورد توجه می‌باشد. در این روش تابع هدف کمینه کردن وزن المانهای سازه می‌باشد. از آنجایی که وزن سازه ارتباط مستقیم با پایداری آن دارد به همین جهت محدودیت هایی در کمینه کردن وزن سازه وجود دارد. استراتژی اصلی در این روش کمینه کردن سطح مقطع اعضا می‌باشد. چونکه با کمینه کردن سطح مقطع عرضی وزن سازه نیز کاهش می‌یابد. پارامترهایی مانند طول و وزن مخصوص المانها در فرآیند بهینه سازی ثابت می‌باشند[۱].

در دو دهه اخیر الگوریتم ای موثر متنوع ای برای بهینه سازی اندازه توسعه داده شده است که دراین تحقیق تعدادی از مهمترین ها ذکر می‌گردد. مارتینز و همکاران [۲] یک روش رشد جدید برای طراحی بهینه به روشی متوالی از نظر اندازه، هندسه و توپولوژی خرپاهای صفحه بدون نیاز به سازه زمین ارائه کردند. این روش برای مسائل تحت تک بار با محدودیت‌های تنش و اندازه اعمال شده است. کاوه و همکاران [۳] یک الگوریتم ترکیبی جدید بر مبنای دو الگوریتم بهینه ساز هریس هاکس و الگوریتم رقابتی امپریالیستی را برای دستیابی به یک استراتژی جستجوی بهتر توسعه دادند. یک الگوریتم بهینه‌سازی جدید مبتنی بر جمعیت و الهام‌گرفته از طبیعت است که از رفتار مشارکتی هریس هاوکز و سبک تعقیب در طبیعت به نام هجوم غافلگیرکننده تقلید می‌کند. گودرزی مهر و همکاران [۴، ۵] دو روش نوین برای بهینه سازی سازه های خرپایی مسطح و فضایی بر مبنای روشهای هوش جمعی پیشنهاد دادند و بهینه سازی اندازه را انجام دادند. دهقانی و همکاران [۶، ۷] یک روش جدید برای بهینه سازی اندازه سازه های

هایی وجود دارد که توجه را به توسعه راه حل های بهتر نسبت به رویکردهای سنتی موجود می طلبد. الگوریتم های فراابتکاری مختلف توسط نویسندگان توصیف شده اند که برای حل مسائل بهینه سازی غیرخطی غیرمحدب بسیار گسترده هستند. در ادامه تعدادی از مهمترین این روشها معرفی می گردد .

گودرزی مهر و همکاران [۱۴، ۱۵] یک الگوریتم فراکاوشی جدید تحت عنوان الگوریتم جستجوی نسبت خاص توسعه دادند. ساختار این الگوریتم از دو بخش متفاوت تشکیل شده است. در بخش اول رفتار ذرات در یک میدان مغناطیس به عنوان الگوی بهینه انتخاب و در بخش دوم برای اولین بار تمام معادلات بر مبنای فیزیک نسبت خاص استاندارد سازی گردیده است. ارول و اکسین [۱۶] یک روش بهینه سازی جدید را بر اساس یکی از تئوری های تکامل جهان تکیه دارد پیشنهاد نمودند. یعنی تئوری بیگ بنگ و بیگ کرانچ. در فاز بیگ بنگ، اتلاف انرژی بی نظمی ایجاد می کند و تصادفی بودن ویژگی اصلی این فاز است. در حالی که، در مرحله بیگ کرانچ، ذرات به طور تصادفی توزیع شده به یک ترتیب کشیده می شوند. هشیم و همکاران [۱۷] یک الگوریتم فراابتکاری جدید به نام بهینه سازی حالیت گاز هنری پیشنهاد نمودند که رفتار حاکم بر قانون هنری برای حل مسائل چالش برانگیز بهینه سازی را تقلید می کند. قانون هنری یک قانون گاز ضروری است که مقدار گاز معینی را که در یک دمای ثابت به نوع و حجم معینی از مایع حل می شود، مرتبط می کند. این الگوریتم رفتار تجمع گاز را تقلید می کند تا بهره برداری و اکتشاف را در فضای جستجو متعادل کند و از بهینه محلی جلوگیری کند. کاوه و اسلاملو [۱۸] یک الگوریتم بهینه سازی جدید با الهام از طبیعت را تحت عنوان الگوریتم راهرو آب پیشنهاد نمودند. ابوالیق و همکاران [۱۹] یک روش جدید تحت عنوان آکویلا الگوریتم برای مقاصد بهینه سازی توسعه دادند. فرامرزی و همکاران [۲۰] یک روش جدید بر مبنای سیستم های دانش بنیان توسعه دادند.

در این تحقیق به منظور طراحی بهینه سازه های خرپایی الگوریتم جستجوی نسبت خاص [۱۴] توسعه داده شد است. مفاهیم مغناطیس و فیزیک نسبت الگوریتم بهینه الگوریتم جستجوی نسبت خاص است. در این الگوریتم، عوامل جستجوگر به عنوان ذرات منفرد با بار الکتریکی خاص در نظر گرفته می شوند

در حالی که هر ذره در سیستم از طریق نیروی مغناطیس با اجسام دیگر تعامل دارد. موقعیت هر عامل راه حل کاندید برای حل مسئله است، در حالی که جرم عامل با استفاده از یک هدف تخصیص داده می شود. به طور همزمان، نیروی مغناطیس باعث حرکت تمام ذرات به سمت راه حل های بهینه می گردد. الگوریتم جستجوی نسبت خاص می تواند در مسائل بهینه سازی بسیار غیرخطی و پیچیده بهتر عمل کند. با این حال، بررسی ها نشان میدهد که این الگوریتم توانایی جستجوی محلی ضعیف و سرعت جستجوی آهسته برای دستیابی به همگرایی خود دارد. به منظور رفع این مشکل از دو تکنیک متفاوت و جدید برای بهبود عملکرد الگوریتم اصلی استفاده شده است. برای بهبود سرعت جستجوی این الگوریتم از روش گرادیان نزولی با ضرایب متغیر استفاده شده است. همچنین برای حل مشکل جستجوی محلی ضعیف از جمعیت پویا استفاده گردیده است. برای اثبات کاربندی بودن و موثر بودن روش پیشنهادی سه مسئله سازه ای در زمینه طراحی بهینه سازه ارائه گردیده است. نتایج نشان میدهد که روش پیشنهادی نسبت به سایر روشها در حل این دسته از مسائل عملکرد بهتری دارد.

## ۲- فرمولبندی مسئله بهینه سازی اندازه

توابع هدف که می توانند برای اندازه گیری کیفیت طراحی مورد استفاده قرار گیرند عبارتند از: حداقل هزینه ساخت، حداقل هزینه چرخه عمر، حداقل وزن و حداکثر سختی، و خیلی موارد دیگر. به طور معمول، طراحی با محدودیت هایی مانند انتخاب مصالح، استحکام قابل اجرا، جابجایی گره ها، فرکانس های ویژه، موارد بارگذاری، شرایط پشتیبانی و محدودیت های فنی (مانند نوع و اندازه اعضای سازه ای موجود و سطوح مقطع و غیره) محدود می شود. از این رو، باید تصمیم گرفت که کدام پارامترها را می توان در طول فرآیند بهینه سازی تغییر داد. سپس این پارامترها به متغیرهای بهینه سازی تبدیل می شوند. ساختارهای همسانگرد را معمولاً می توان با سه نوع مختلف از متغیرهای طراحی توصیف کرد: (۱) متغیرهای اندازه، (۲) متغیرهای هندسی و (۳) متغیرهای توپولوژیکی. بهینه سازی اندازه به تعیین اندازه مقطع با استفاده از یک هندسه معین مربوط می شود. بهینه سازی پیکربندی مجموعه ای از متغیرهای هندسی و اندازه را با استفاده از یک توپولوژی

معین جستجو می کند. بهینه سازی توپولوژی از میان انواع مختلف ساختاری انتخاب می شود. به طور کلی بهینه سازی توپولوژی یک بهینه سازی ترکیبی است

یکی از رایج ترین روش ها برای بهینه سازی سازه های خرابی، به حداقل رساندن سطح مقطع المانها است که منجر به کاهش هزینه قابل قبول ساخت می شود. در بهینه سازی سازه های خرابی باید محدودیت هایی مانند مقاومت برای هر عضو و جابجایی برای هر اتصال گره ای بررسی شود. در نتیجه، روش بهینه سازی خرپا به شرح زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & W = \sum_{e=1}^{N_m} \gamma_e \cdot l_e \cdot A_e \\ \text{subject to} \quad & \sigma^l < \sigma_e < \sigma^u \\ & A^l < A_e < A^u \\ & \delta^l < \delta_e < \delta^u \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن  $W$  وزن کل سازه است.  $\gamma_e$  وزن واحد حجم مصالح است؛  $l_e$  طول هر عضو است.  $A_e$  سطح مقطع عرضی المانها است. این مدل طراحی همچنین باید محدودیت های تنش  $\sigma_e$  و انحراف هر عضو را در هر اتصال  $C$  برآورده کند. برای کنترل این محدودیت ها می توان از روش تابع جریمه به صورت زیر استفاده کرد:

$$\begin{aligned} \text{if } \sigma^l < \sigma_e < \sigma^u \quad & \text{then } \varphi_{\sigma}^e = 0 \\ \text{if } \sigma_e < \sigma^l \quad \text{or} \quad & \sigma_e > \sigma^u \\ \text{then } \varphi_{\sigma}^e = & \left| \frac{\sigma_e - \sigma^{l,u}}{\sigma^{l,u}} \right| \end{aligned} \quad (2)$$

$$\varphi_{\sigma}^k = \sum_{e=1}^{N_m} \varphi_{\sigma}^e \quad (3)$$

به منظور کنترل پایداری سازه جابجایی نقاط گره ای را نیز باید کنترل نماییم. با کاهش وزن استقامت سازه نیز کاهش می یابد، این کاهش استقامت منجر به افزایش جابجایی سازه تحت بارگذاری های خارجی می شود. در صورتی که با استفاده از یک تکنیک

مناسب این جابجایی ها را کنترل نماییم منجر به فروپاشی سازه می گردد. فرمولبندی زیر برای کنترل جابجایی ها پیشنهاد گردیده است.

$$\begin{aligned} \text{if } \delta^l \leq \delta_{c(x,y,z)} \leq \delta^u \\ \text{then } \varphi_{\delta(x,y,z)}^c = 0 \\ \text{if } \delta_{c(x,y,z)} < \delta^l \quad \text{or} \dots \end{aligned} \quad (4)$$

$$\delta_{c(x,y,z)} > \delta^u \quad \varphi_{\delta(x,y,z)}^c = \left| \frac{\delta_{c(x,y,z)} - \delta^{l,u}}{\delta^{l,u}} \right|$$

$$\varphi_{\delta}^k = \sum_{c=1}^{N_m} [\varphi_{\delta_x}^c + \varphi_{\delta_y}^c + \varphi_{\delta_z}^c] \quad (5)$$

تابع جریمه نهایی ترکیبی از محدودیت های تنش و جابجایی می باشد که با معادله ۶ تعریف می شود.

$$\psi^k = (1 + \varphi_{\sigma}^k + \varphi_{\delta}^k)^{\epsilon} \quad (6)$$

پس از محاسبه مقادیر جریمه در گام بعد با استفاده از معادله ۷ تابع هدف اصلاح می گردد.

$$F^k = \psi^k \cdot W^k \quad (7)$$

### ۳ - توسعه الگوریتم جستجوی نسبت خاص

الگوریتم جستجوی نسبت خاص یک الگوریتم هوشمند است که از برهمکنش ذرات در میدان مغناطیسی الهام گرفته شده و با استفاده از فیزیک نسبت خاص شبیه سازی شده است. ذرات میدان مغناطیسی با سرعت بسیار بالایی در حال حرکت هستند. سرعت ذرات تقریباً نزدیک به سرعت نور است [۱۴]. برای شبیه سازی رفتار ذرات، لازم است محاسباتی اتخاذ شود که حرکت با سرعت بالا را مدلسازی نماید. فیزیک نسبت خاص بهترین گزینه برای این منظور است. سرعت ذرات در فیزیک نسبت خاص بر اساس سرعت نور ارزیابی می گردد. دلیل این موضوع به این خاطر است که سرعت نور مطلق و از سرعت همه ذرات بیشتر است. در فیزیک نسبت خاص سرعت ذرات نسبت به سرعت نور اندازه گیری می شود. هر چه سرعت ذرات به سرعت نور نزدیکتر باشد، دقت

محاسبات بالاتر است. بنابراین، در فیزیک نسبیت خاص، معادلات به نسبت سرعت ذره به سرعت نور بستگی دارد.

متغیرهای بهینه سازی در واقع همان ذرات الکتریکی هستند که در میدان مغناطیس با سرعت  $v$  در حال حرکت هستند. عاملی که باعث حرکت ذرات در میدان مغناطیسی می شود، نیرویی است که به یکدیگر وارد می کنند. برهمکنش بین ذرات با استفاده از نیروی لورنتز محاسبه می شود. ذرات با بار الکتریکی یکسان که به موازات مسیری بهینه حرکت می کنند، یکدیگر را جذب می کنند. همچنین ذرات با بارهای الکتریکی مخالف یکدیگر را دفع می کنند. کاملاً بدیهی است که همگرایی ذرات به سمت نقطه بهینه بستگی به بار الکتریکی ذرات دارد. در الگوریتم SRS، بار ذرات بر اساس تناسب تابع هدف تعیین می شود (معادل (۸)). لازم به ذکر است برای ایجاد یک مدل ایده آل یکسری ساده سازی ها در کدنویسی صورت گرفته است.

در میدان های مغناطیس مسیر حرکت ذرات به صورت دورانی می باشد. لذا، از آنجایی که حرکت ذرات دایره ای است و بردارهای سرعت و نیرو بر یکدیگر عمود هستند، لازم است نیروی لورنتس را با یک نیروی مرکزگرا شبیه سازی نمائیم. با استفاده از اطلاعات مربوط به نیروی بین ذرات، فرکانس زاویه ای را می توان با استفاده از معادله ۹ محاسبه کرد. تعیین مختصات جدید ذرات در هر مرحله بر اساس فرکانس زاویه ای و با استفاده از معادلات (۱۰ و ۱۱) تعیین می شود. در مرحله بعد، با اعمال دو پدیده مهم فیزیک نسبیت خاص، پدیده انقباض طول و اتساع زمانی، معادله گامی الگوریتم به سمت نقطه بهینه توسعه می یابد.

$$Q_j^t = \frac{fit_j^t - worst^t}{Best^t - worst^t} \quad (8)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2\pi m}{QB} \Rightarrow \omega_n = \frac{QB}{m} \quad (9)$$

$$x_{new} = x_{old} + \frac{v}{\omega_n} \sin(\omega_n t) \quad (10)$$

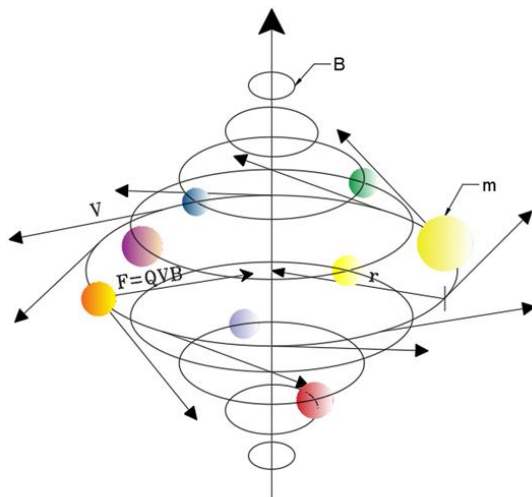
$$\omega_n = \frac{Q_i B}{m} \xrightarrow{B = \mu \frac{Q_j v_j}{R_{ij}^3}} \mu \frac{Q_i Q_j v_j}{m r_{ij}^3} \quad (11)$$

حرکت کل پاسخ های احتمالی که شامل تمام ذرات می شود با معادله ۱۲ محاسبه می شود که شامل مختصات اولیه، سرعت و مختصات ثانویه است. در واقع این معادله گام اصلی است که در هر تکرار با به روز رسانی موقعیت پاسخ های احتمالی بهینه آنها را به سمت نقاط بهینه سراسری سوق میدهد. از این رو توسعه یک معادله که تمام حالت های یک حرکت را دارا باشد می تواند مقایسه دقیقی برای جستجوی پاسخ بهینه باشد. فاصله ذرات از یکدیگر با استفاده از نرم اقلیدوسی اندازه گیری می شود. معادله پیشنهادی برای تعیین اندازه میان ذرات به شکل معادله ۱۳ می باشد. چگونگی اعمال نیرو بر روی یکدیگر در میدان مغناطیسی در شکل ۱ نشان داده شده است. نحوه تعیین علامت حرکت ذرات به سمت نقطه بهینه در شکل ۲ نشان داده شده است.

$$x_i = \left(\frac{v}{c}\right)^2 x_i + \left[ \mu \frac{Q_i Q_j}{m R_{ij}^2} v_j \right] t_j \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} + \dots \quad (12)$$

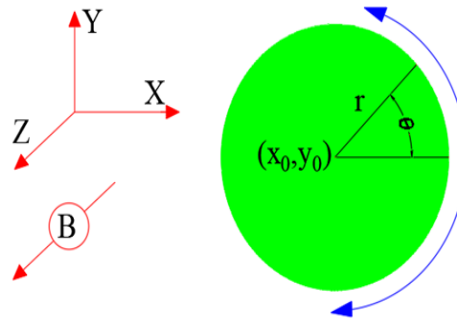
$$R_{ij} \sin(\omega_n) \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \quad (13)$$

$$r_{ij}^t = \frac{\text{norm}(X_i^t - X_j^t)}{X_i^t + X_j^t}$$



شکل ۱: نمایش نیروی بین ذرات در میدان مغناطیس

Negative right handed clockwise



Positive right handed anticlockwise

شکل ۲: شیوه تعیین مختصات ذرات

هزینه را به حداقل می رساند. در زمینه بهینه سازی گرادیان به بردار مشتقات جزئی یک تابع با توجه به متغیرهای آن اشاره دارد. جهت و بزرگی تندترین صعود یا فرود تابع در یک نقطه خاص را نشان می دهد. از نظر ریاضی، اگر تابع چند متغیره  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  داشته باشیم، گرادیان به صورت  $\nabla f$  یا  $grad(f)$  نشان داده می شود و به صورت زیر تعریف می شود:

$$\nabla f = \left( \frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right) \quad (14)$$

هر جزء از گرادیان نشان دهنده نرخ تغییر تابع نسبت به متغیر مربوطه است.

در الگوریتم استاندارد جستجوی نسبت خاص به دلیل عدم کنترل مکانیزم مناسب روی سرعت ذرات باعث همگرایی زودرس می گردد. با توجه به بررسی های انجام شده اعمال گرادیان نزولی به همراه یک جمعیت پویا می تواند نتایج مطلوبی تولید نماید. پیاده سازی الگوریتم نزولی متناسب با الگوریتم جستجوی نسبت خاص براساس گام های شماره یک تا پنج صورت می گیرد.

**گام اول:** تولید یک جمعیت تصادفی اولیه اعمال الگوریتم جستجوی نسبت خاص

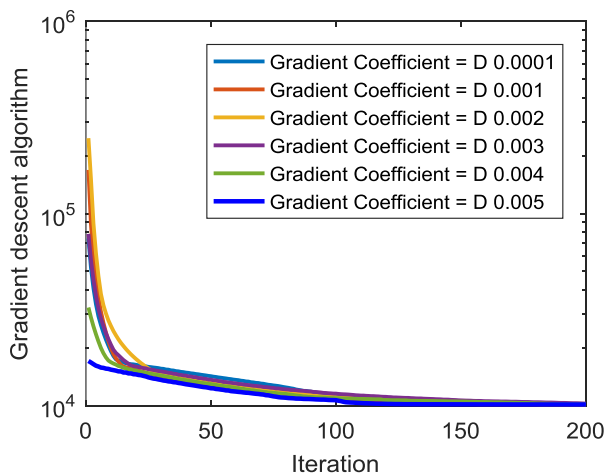
**گام دوم:** تابع هدف را با استفاده از مقادیر پارامتر فعلی ارزیابی می نمایم. این تابع اختلاف بین خروجی پیش بینی شده مدل و خروجی واقعی را اندازه گیری می کند.

**گام سوم:** با انجام یکسری ساده سازی ها به دلیل وجود مشکلات برنامه نویسی گرادیان نزولی در سرعت ذرات باردار اعمال می گردد.

**گام چهارم:** مقادیر ضرایب جدید را با استفاده از اطلاعات گرادیان تنظیم می نمایم. این کار با برداشتن یک گام کوچک در جهت مخالف گرادیان انجام می شود که با نرخ یادگیری  $\alpha$  مقیاس می شود. نرخ یادگیری  $\alpha$  اندازه به روز رسانی را کنترل می کند. معمولاً یک مقدار مثبت کوچک است و باید با دقت انتخاب شود. اگر  $\alpha$  خیلی بزرگ باشد، ممکن است الگوریتم همگرا نشود. اگر  $\alpha$  خیلی کوچک باشد، همگرایی ممکن است کند باشد. در این تحقیق مقدار  $\alpha = 0.005$  انتخاب گردیده است. ضریب  $\alpha$  تاثیر مستقیم روی عملکرد الگوریتم دارد و عدم انتخاب یک مقدار مناسب منجر به تولید نتایج بهینه نمی گردد. به منظور انتخاب یک مقدار منطقی

گودرزی مهر و همکاران ابتدا الگوریتم [۱۴] جستجوی نسبت خاص را برای ارزیابی هشتاد و سه تابع عددی چالش برانگیز توسعه دادند. به منظور ارزیابی استفاده از SRS در حل مسائل مقید، گودرزی مهر و همکاران. [۱۵] ۲۹ تابع عددی مقید و ۱۲ مسئله مهندسی مقید را با متغیرهای گسسته و ترکیبی با حذف محدودیت های مربوط به مسائل مقید بهینه نمودند. اما برای بهینه سازی مسائل دنیای واقعی به دلیل تعداد زیاد متغیرهای طراحی و بهینه محلی، لازم است SRS به گونه ای توسعه یابد که با سرعت متعادلی به بهینه سراسری همگرا شود. حل مسائل با ابعاد بزرگ در فضای جستجوی گسسته یک مسئله چالش برانگیز است که برخی از الگوریتم های استاندارد ممکن است نتوانند بهترین پاسخ بهینه را پیدا کنند. دلیل اصلی این امر وجود محدودیت های مسئله است که باعث می شود الگوریتم در بهینه محلی به دام بیفتد. بنابراین لازم است تغییراتی در الگوریتم های اصلی ایجاد شود.

در این تحقیق به منظور توسعه عملکرد الگوریتم استاندارد جستجوی نسبت خاص برای مقاصد طراحی بهینه مسائل مهندسی سازه از الگوریتم گرادیان نزولی استفاده شده است. ایده اصلی گرادیان نزولی، تنظیم مداوم پارامترهای یک سیستم در جهت شیب دارترین نزول تابع هدف است. تابع هدف اختلاف بین خروجی پیش بینی شده مدل و خروجی واقعی را اندازه گیری می کند. با به روز رسانی مداوم پارامترها در جهتی که هزینه را کاهش می دهد، الگوریتم به دنبال یافتن مجموعه بهینه پارامترهایی است که تابع



شکل ۴: همگرایی الگوریتم با مقادیر بسیار کوچک  $\alpha$

#### ۴- ارزیابی مسائل کاربردی مهندسی سازه

در این مقاله، در مجموع سه سیستم سازه خرپایی با شرایط بارگذاری متعدد و محدودیت‌های طراحی به عنوان معیار برای نشان دادن اثربخشی الگوریتم SRS انتخاب شده‌اند. کدهای کامپیوتری الگوریتم و سازه‌ها در محیط نرم افزار متلب تهیه شده و سازه‌های خرپایی با استفاده از روش سختی مستقیم تحلیل گردیده‌اند. بهترین طراحی با ۱۰ اجرا مستقل از هر مسئله تعیین می‌شود. برای ارزیابی عملکرد روش SRS، سه مسئله شناخته شده مهندسی سازه شامل خرپا مسطح ۵۲ عضوی (با متغیرهای گسسته)، خرپا فضایی ۷۲ عضوی (با متغیرهای پیوسته و گسسته) و سازه خرپا فضایی ۱۶۰ عضوی (با متغیرهای گسسته) در نظر گرفته شده است. در این تحقیق الگوریتم‌ها بر اساس بهترین، بدترین، میانگین و انحراف معیار نتایج و همچنین سرعت همگرایی ثبت و مقایسه می‌شوند.

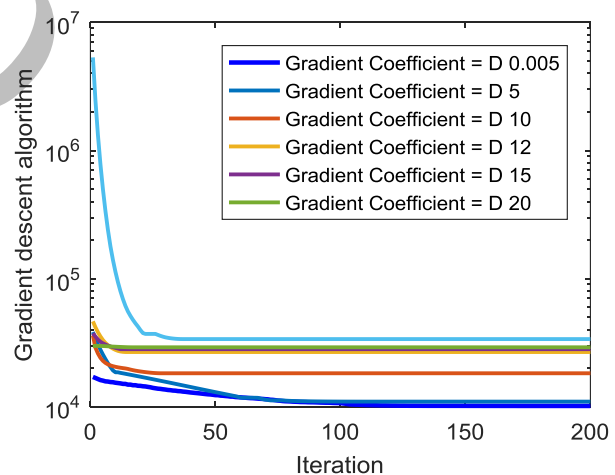
#### ۴-۱- طراحی بهینه سازه مسطح ۵۲ عضوی

در این بخش یک سازه خرپایی مسطح ۵۲ عضوی که در شکل ۵ نمایش داده شده ارزیابی می‌گردد. اعضای این سازه خرپایی در ۱۲ گروه طبقه بندی می‌شوند: ۱- A(1)-A(4)، ۲- A(5)-A(10)، ۳- A(11)-A(13)، ۴- A(14)-A(17)، ۵- A(18)-A(23)، ۶- A(24)-A(26)، ۷- A(27)-A(30)، ۸- A(31)-A(36)، ۹- A(37)-A(39)، ۱۰- A(40)-A(43) و ۱۱-

یک آنالیز حساسیت طراحی شده است. در این آنالیز سعی شده است که موثرترین مقدار برای پارامتر  $\alpha$  انتخاب گردد.

همانطور که ذکر شد نرخ همگرایی الگوریتم ارتباط مستقیم با مقدار پارامتر کنترلی  $\alpha$  دارد. مطابق شکل ۳ انتخاب مقادیر بزرگ برای این پارامتر باعث کاهش نرخ همگرایی می‌شود. همانطور که مشاهده می‌شود انتخاب مقدار  $\alpha=0.005$  در مقایسه با سایر حالتها عملکرد بهتری دارد و نرخ همگرایی را افزایش می‌دهد. این در حالی است که مقادیر بزرگ باعث کندتر شدن نرخ همگرایی می‌گردد. در شکل ۴ انتخاب مقادیر کوچکتر از ۰,۰۰۵، باز هم باعث کاهش نرخ همگرایی و کوتاه شدن گام حرکتی می‌گردد. این موضوع بیانگر اینست که الگوریتم گرادینان نزولی با گام‌های خیلی کوچک با سرعت پائین تری به بهینه سراسری همگرایی می‌گردد و حتی در مواردی هرگز به بهینه سراسری همگرا نمی‌گردد.

**گام پنجم:** تابع هدف را با پارامترهای به روز شده محاسبه می‌نمائیم و فرآیند را به تعداد حداکثر تکرار، اجرا می‌نمائیم. الگوریتم به روز رسانی پارامترها بر اساس گرادینان را ادامه می‌دهد تا زمانی که مجموعه‌ای از مقادیر پارامتر را پیدا کند که تابع هزینه را به حداقل می‌رساند یا تا زمانی که به معیار توقف برسد.



شکل ۳: همگرایی الگوریتم با مقادیر بسیار بزرگ  $\alpha$

#### ۴-۲- طراحی بهینه سازه فضایی ۷۲ عضوی

پیکربندی سازه خرپایی فضایی ۷۲ میله ای در شکل ۷ نشان داده شده است. پارامترهای طراحی و شرایط بارگذاری اعمال شده در سازه خرپایی به ترتیب در جدول ۳ و جدول ۴ آورده شده است. تعداد اعضا ۷۲ عضو است که به ۱۶ گروه تقسیم گردیده اند. متغیرهای گسسته از جدول ۱ انتخاب می گردند. اندازه جمعیت برای سازه خرپایی فضایی ۷۲ عضوی ۸۰ تنظیم شده است. در فرآیند بهینه سازی، حداکثر تعداد تکرارها ۱۰۰ انتخاب می شود. این مثال در دو حالت طراحی گسسته و پیوسته طراحی بهینه شده است. نتایج الگوریتم پیشنهادی با سایر روشها برای طراحی گسسته در جدول ۵ و برای طراحی پیوسته در جدول ۶ ارائه گردیده است. نتایج نشان میدهد که الگوریتم توسعه داده شده نتایج موثرتری تولید نموده است. در شکل ۶ نمودار مقادیر بهترین، بدترین و میانگین ترسیم شده است.

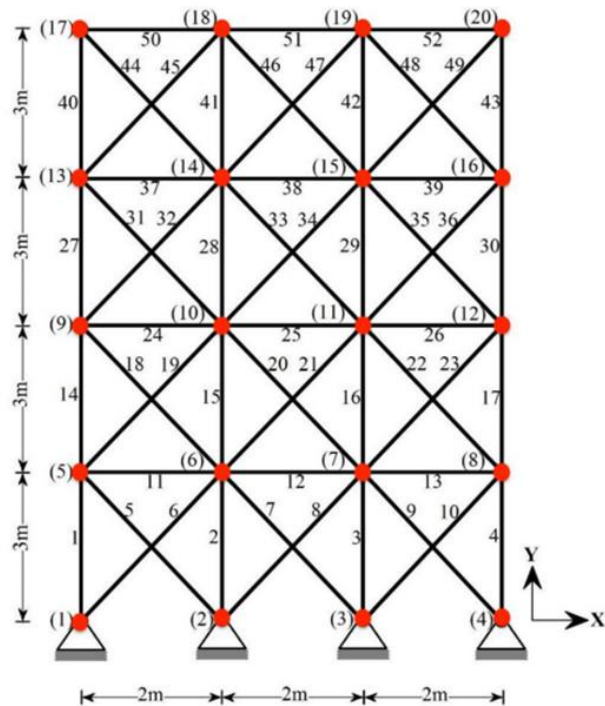
جدول ۳: مشخصات مصالح مصرفی سازه ۷۲ عضوی

مشخصات	مقادیر
مدول الاستیسیته	۱۰۰۰۰ ksi
وزن مخصوص مصالح	۰٫۱ lb/in. <sup>3</sup>
حداقل سطح مقطع مورد نیاز	۰٫۱ in. <sup>2</sup>
حداکثر سطح مقطع مورد نیاز	۴ in. <sup>2</sup>
مقدار جابجایی مجاز نقاط گره ای	±۰٫۲۵ in.
تنش مجاز المانهای سازه	±۲۵ ksi

جدول ۴: ترکیبات بارگذاری وارد بر سازه ۷۲ عضوی

ترکیبات بارگذاری	گره ها	بارها (kips)		
		P <sub>x</sub>	P <sub>y</sub>	P <sub>z</sub>
ترکیب بار اول	۱۷	۵	۵	-۵
	۱۸	۰	۰	۰
	۱۹	۰	۰	۰
ترکیب بار دوم	۲۰	۰	۰	۰
	۱۷	۰	۰	-۵
	۱۸	۰	۰	-۵
	۱۹	۰	۰	-۵
	۲۰	۰	۰	-۵

A(49)-A(44)، ۱۲، A(52)-A(50) مربوط به ۱۲ متغیر طراحی است. متغیرهای طراحی از مجموعه مقادیر گسسته فهرست شده در جدول ۱ انتخاب می گردند. وزن مخصوص واحد حجم مصالح ۷۸۶۰ کیلوگرم بر مترمکعب و مدول الاستیسیته ۱۰×۲،۰۷<sup>۵</sup> مگاپاسکال است. حداکثر تنش مجاز از نظر کشش و فشار برای همه اعضا ۱۸۰ مگاپاسکال است. بارهای P<sub>x</sub> = 100kN و P<sub>y</sub> = 200kN هر دو در چهار گره بالا اعمال می شوند. اندازه جمعیت برای سازه خرپایی ۵۲ میله ای ۵۰ تنظیم شده است. در فرآیند بهینه سازی، حداکثر تعداد تکرارها ۱۰۰ انتخاب می شود. نتایج الگوریتم پیشنهادی با سایر روشها در جدول ۲ ارائه گردیده است. نتایج نشان میدهد که روش پیشنهادی از سایر رقبا بهتر عمل نموده و نتایج موثرتری تولید نموده است. در شکل ۶ نمودار همگرایی برای مقادیر بهترین، بدترین و میانگین ترسیم شده است.



شکل ۵: سازه ۵۲ عضوی مسطح

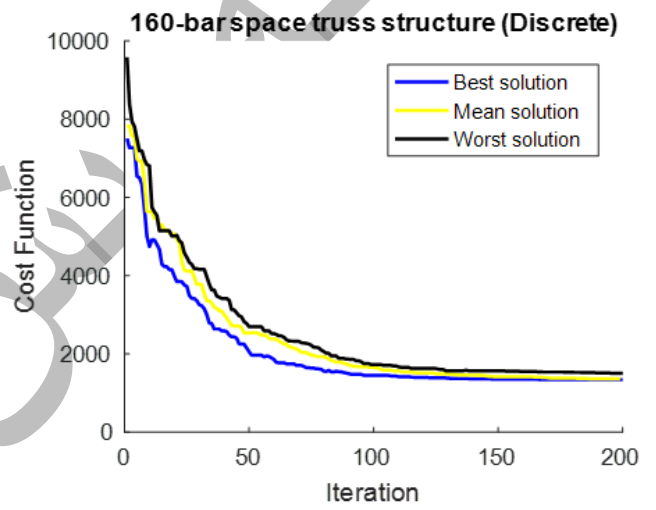
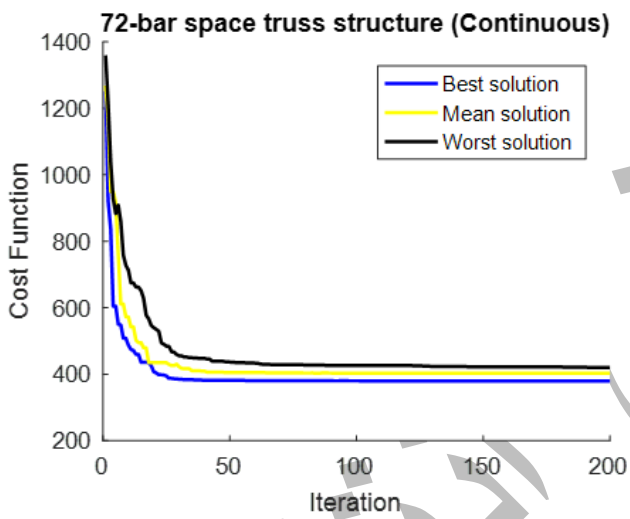
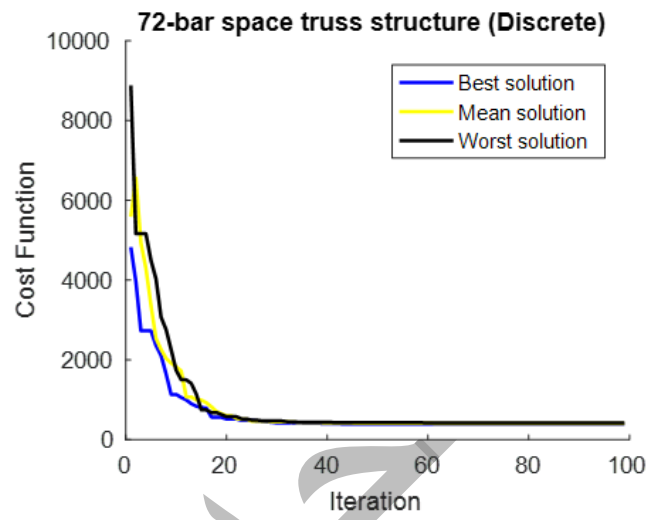
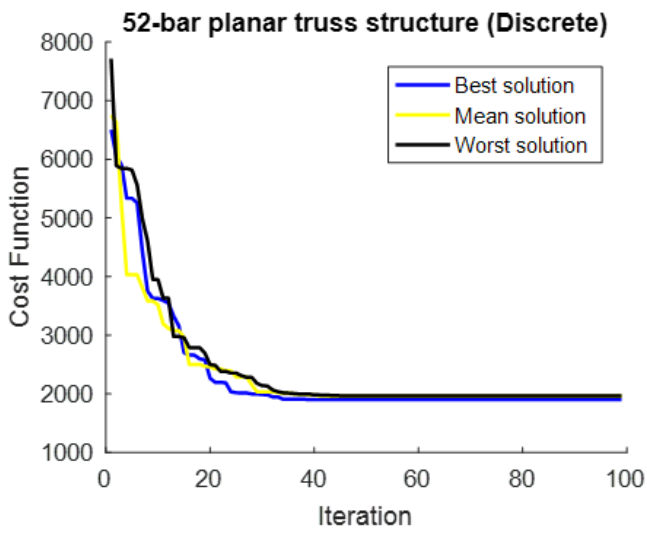


جدول ۱: سطح مقطع گسسته مورد نیاز

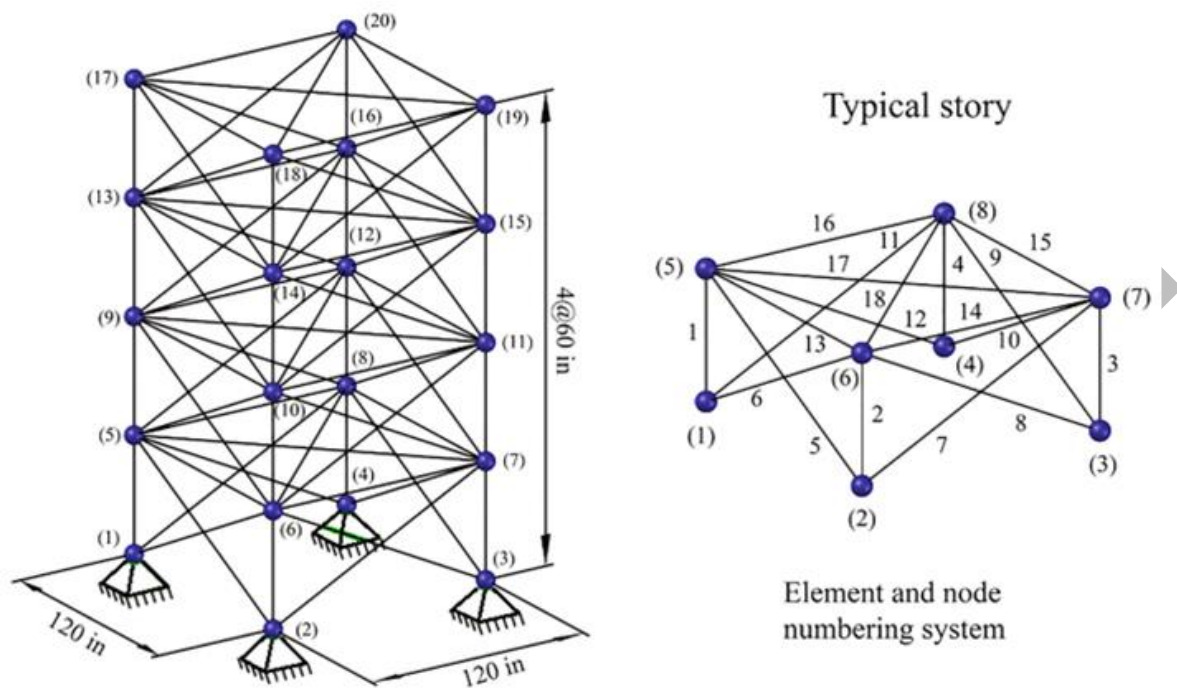
شماره	in. <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	شماره	in. <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	شماره	in. <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	شماره	in. <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>
1	0.111	71.613	17	1.457	939.998	33	3.840	2477.414	49	11.500	7419.340
2	0.141	90.968	18	1.563	1008.385	34	3.870	2496.769	50	13.500	8709.660
3	0.196	126.451	19	1.620	1045.159	35	3.880	2503.221	51	13.900	8967.724
4	0.250	161.290	20	1.800	1161.288	36	4.180	2696.769	52	14.200	9161.272
5	0.307	198.064	21	1.990	1283.868	37	4.220	2722.575	53	15.500	9999.980
6	0.391	252.258	22	2.130	1374.191	38	4.490	2896.768	54	16.000	10322.560
7	0.442	285.161	23	2.380	1535.481	39	4.590	2961.284	55	16.900	10903.204
8	0.563	363.225	24	2.620	1690.319	40	4.800	3096.768	56	18.800	12129.008
9	0.602	388.386	25	2.630	1696.771	41	4.970	3206.445	57	19.900	12838.684
10	0.766	494.193	26	2.880	1858.061	42	5.120	3303.219	58	22.000	14193.520
11	0.785	506.451	27	2.930	1890.319	43	5.740	3703.218	59	22.900	14774.164
12	0.994	641.289	28	3.090	1993.544	44	7.220	4658.055	60	24.500	15806.420
13	1.000	645.160	29	3.380	2180.641	45	7.970	5141.925	61	26.500	17096.740
14	1.130	729.031	30	3.470	2238.705	46	8.530	5503.215	62	28.000	18064.480
15	1.228	792.256	31	3.550	2290.318	47	9.300	5999.988	63	30.000	19354.800
16	1.266	816.773	32	3.630	2341.931	48	10.850	6999.986	64	33.500	21612.860

جدول ۲: نتایج طراحی بهینه سازه ۵۲ عضوی

متغیرهای طراحی (mm <sup>2</sup> )	SGA [21]	HPSO [22]	HS [23]	DHPSACO [24]	RBAS [25]	SRS
A <sub>1</sub> -A <sub>4</sub>	4658.055	4658.055	4658.055	4658.055	4658.055	4658.055
A <sub>5</sub> -A <sub>10</sub>	1161.288	1161.288	1161.288	1161.288	1161.288	1161.288
A <sub>11</sub> -A <sub>13</sub>	645.160	363.225	506.451	494.193	494.193	494.193
A <sub>14</sub> -A <sub>17</sub>	3303.219	3303.219	3303.219	3303.219	3303.219	3303.219
A <sub>18</sub> -A <sub>23</sub>	1045.159	940.000	940.000	1008.385	939.998	939.998
A <sub>24</sub> -A <sub>26</sub>	494.193	494.193	494.193	285.161	494.193	494.193
A <sub>27</sub> -A <sub>30</sub>	2477.414	2238.705	2290.318	2290.318	2238.705	2238.705
A <sub>31</sub> -A <sub>36</sub>	1045.159	1008.385	1008.385	1008.385	1008.385	1008.385
A <sub>37</sub> -A <sub>39</sub>	285.161	388.386	2290.318	388.386	494.193	494.193
A <sub>40</sub> -A <sub>43</sub>	1696.771	1283.868	1535.481	1283.868	1283.868	1283.868
A <sub>44</sub> -A <sub>49</sub>	1045.159	1161.288	1045.159	1161.288	1161.288	1161.288
A <sub>50</sub> -A <sub>52</sub>	641.289	792.256	506.451	506.451	641.289	494.193
وزن بهینه (lb)	1970.142	1905.495	1906.76	1904.83	1903.366	<b>1902.6055</b>
وزن میانگین (lb)	-	-	-	-	-	1904.4047
بدترین وزن (lb)	-	-	-	-	-	1907.9661
انحراف معیار (lb)	-	-	-	-	-	1.891
تعداد آنالیز	-	-	-	-	-	5760



شکل ۶: نمودار همگرایی بهترین پاسخ بهینه برای مثال های مهندسی



شکل ۷: شماتیک سازه ۷۲ عضوی

جدول ۵: نتایج طراحی گسسته سازه ۷۲ عضوی

متغیرهای طراحی (in. <sup>2</sup> )	SGA [21]	HPSO [22]	MBA [26]	DHPSACO [24]	ECBO [27]	HACOHS-T [28]	SRS
A <sub>1</sub> -A <sub>4</sub>	0.196	4.970	0.196	1.800	0.196	1.563	1.990
A <sub>5</sub> -A <sub>12</sub>	0.602	1.228	0.563	0.442	0.563	0.563	0.563
A <sub>13</sub> -A <sub>16</sub>	0.307	0.111	0.442	0.111	0.111	0.111	0.111
A <sub>17</sub> -A <sub>18</sub>	0.766	0.111	0.602	0.111	0.111	0.111	0.111
A <sub>19</sub> -A <sub>22</sub>	0.391	2.880	0.442	1.228	1.228	1.266	1.228
A <sub>23</sub> -A <sub>30</sub>	0.391	1.457	0.442	0.563	0.442	0.563	0.442
A <sub>31</sub> -A <sub>34</sub>	0.141	0.141	0.111	0.111	0.111	0.111	0.111
A <sub>35</sub> -A <sub>36</sub>	0.111	0.111	0.111	0.111	0.111	0.111	0.111
A <sub>37</sub> -A <sub>40</sub>	1.800	1.563	1.266	0.563	0.563	0.391	0.563
A <sub>41</sub> -A <sub>48</sub>	0.602	1.228	0.563	0.563	0.563	0.563	0.563
A <sub>49</sub> -A <sub>52</sub>	0.141	0.111	0.111	0.111	0.111	0.111	0.111
A <sub>53</sub> -A <sub>54</sub>	0.307	0.196	0.111	0.250	0.111	0.111	0.111
A <sub>55</sub> -A <sub>58</sub>	1.563	0.391	1.800	0.196	0.196	0.196	0.196
A <sub>59</sub> -A <sub>66</sub>	0.766	1.457	0.602	0.563	0.563	0.563	0.563
A <sub>67</sub> -A <sub>70</sub>	0.141	0.766	0.111	0.442	0.391	0.391	0.391
A <sub>71</sub> -A <sub>72</sub>	0.111	1.563	0.111	0.563	0.563	0.602	0.563
وزن بینه (lb)	427.203	933.09	390.73	390.380	389.33	390.18	<b>389.3342</b>
وزن میانگین (lb)	-	-	395.432	-	391.59	-	390.2501
بدترین وزن (lb)	-	-	399.49	-	-	-	391.9601
انحراف معیار (lb)	-	-	3.04	-	-	-	0.982
تعداد آنالیز	60000	50000	11600	-	17010	-	7020

جدول ۵: نتایج طراحی پیوسته سازه ۷۲ عضوی

متغیرهای طراحی (in. <sup>2</sup> )	PSO [29]	BB-BC [30]	SAHS [31]	CNNT-PSO [32]	HTS [33]	EHOc [34]	CBO [27]	SRS
A <sub>1</sub> -A <sub>4</sub>	1.7427	1.8577	1.860	1.8861	1.9001	1.8911	1.9170	1.8904
A <sub>5</sub> -A <sub>12</sub>	0.5185	0.5059	0.521	0.5123	0.5131	0.5051	0.5031	0.5138
A <sub>13</sub> -A <sub>16</sub>	0.1000	0.1000	0.100	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000
A <sub>17</sub> -A <sub>18</sub>	0.1000	0.1000	0.100	0.1000	0.1000	0.1000	0.1001	0.1000
A <sub>19</sub> -A <sub>22</sub>	1.3079	1.2476	1.271	1.2685	1.2456	1.2778	1.2721	1.2652
A <sub>23</sub> -A <sub>30</sub>	0.5193	0.5269	0.509	0.5117	0.5080	0.5082	0.5050	0.5112
A <sub>31</sub> -A <sub>34</sub>	0.1000	0.1000	0.100	0.1000	0.1000	0.1004	0.1000	0.1000
A <sub>35</sub> -A <sub>36</sub>	0.1000	0.1012	0.100	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000
A <sub>37</sub> -A <sub>40</sub>	0.5142	0.5209	0.485	0.5236	0.5550	0.5297	0.5184	0.5228
A <sub>41</sub> -A <sub>48</sub>	0.5464	0.5172	0.501	0.5171	0.5227	0.5343	0.5362	0.5160
A <sub>49</sub> -A <sub>52</sub>	0.1000	0.1004	0.100	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000
A <sub>53</sub> -A <sub>54</sub>	0.1095	0.1005	0.100	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000
A <sub>55</sub> -A <sub>58</sub>	0.1615	0.1565	0.168	0.1565	0.1566	0.1566	0.1569	0.1565
A <sub>59</sub> -A <sub>66</sub>	0.5092	0.5507	0.584	0.5456	0.5407	0.5431	0.5374	0.5460
A <sub>67</sub> -A <sub>70</sub>	0.4967	0.3922	0.433	0.4103	0.4084	0.4069	0.4062	0.4105
A <sub>71</sub> -A <sub>72</sub>	0.5619	0.5922	0.520	0.5697	0.5669	0.5500	0.5741	0.5681
وزن بهینه (lb)	381.91	379.85	380.62	<b>379.6148</b>	379.73	379.72	379.75	379.6168
وزن میانگین (lb)	-	382.08	-	379.6149	382.26	380.39	380.03	379.6264
بندترین وزن (lb)	-	-	-	379.6155	-	-	-	379.6393
انحراف معیار (lb)	-	1.912	-	0.0002	1.94	0.54	0.278	0.0081
تعداد آنالیز	-	19621	13742	-	13166	8400	18000	33570

جدول ۹: ترکیبات بارگذاری سازه ۱۶۰ عضوی

ترکیبات بارگذاری	گره	P <sub>x</sub> (N)	P <sub>y</sub> (N)	P <sub>z</sub> (N)	ترکیبات بارگذاری	Node	P <sub>x</sub> (N)	P <sub>y</sub> (N)	P <sub>z</sub> (N)
1	52	-868	0	-491	5	52	-917	0	-491
	37	-996	0	-546		37	-951	0	-546
	25	-1091	0	-546		25	-1015	0	-546
	28	-1091	0	-546		28	-636	1259	-428
2	52	-493	1245	-363	6	52	-917	0	-491
	37	-996	0	-546		37	-572	1303	-428
	25	-1091	0	-546		25	-1015	0	-546
	28	-1091	0	-546		28	-1015	0	-546
3	52	-917	0	-491	7	52	-917	0	-491
	37	-951	0	-546		37	-951	0	-546
	25	-1015	0	-546		25	-1015	0	-546
	28	-1015	0	-546		28	-636	1303	-428
4	52	-917	0	-546	8	52	-498	1460	-363
	37	-572	1259	-428		37	-951	0	-546
	25	-1015	0	-546		25	-1015	0	-546
	28	-1015	0	-546		28	-1015	0	-546

#### ۴-۳- طراحی بهینه سازه فضایی ۱۶۰ عضوی

آخرین مسئله بهینه‌سازی بررسی شده در این مقاله، سازه خرپایی ۱۶۰ عضوی است که در شکل ۸ نشان داده شده است. وزن واحد حجم مصالح  $0,00785$  کیلو گرم بر متر مکعب و مدول الاستیسیته مصالح  $2,047 \times 10^8$  می باشد. مختصات گره ای و چیدمان اعضای این خرپا به ترتیب در جداول ۷ و ۸ آورده شده است. ترکیبات بارگذاری اعمال شده به سازه در جدول ۹ ارائه گردیده است. در این مسئله، سطح مقطع ۱۶۰ عضو به ۳۸ متغیر طراحی مستقل تقسیم شده و از یک مجموعه انتخاب شده است.  $S = \{1.84, 2.26, 2.66, 3.07, 3.47, 3.88, 4.79, 5.27, 5.75, 6.25, 6.84, 7.44, 8.06, 8.66, 9.40, 10.47, 11.38, 12.21, 13.79, 15.39, 17.03, 19.03, 21.12, 23.20, 25.12, 27.50, 29.88, 32.76, 33.90, 34.77, 39.16, 43.00, 45.65, 46.94, 51.00, 52.10, 61.82, 61.90, 68.30, 76.38, 90.60, 94.13\} (cm^2)$

سازه به گونه ای طراحی شده است که تحت ۸ ترکیب بار مستقل ارائه شده در جدول ۹ قرار گیرد. در این مسئله، محدودیت های تنش کمانشی برای اعضای فشاری در نظر گرفته شده است. برای یک عضو تحت فشار، تنش کمانش  $\sigma_b$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\sigma_b = \begin{cases} 1300 - \frac{\left(\frac{kl}{r}\right)^2}{24} & \text{if } \frac{kl}{r} \leq 120 \\ \frac{10^7}{\left(\frac{kl}{r}\right)^2} & \text{if } \frac{kl}{r} > 120 \end{cases} \quad (15)$$

که در آن  $l$  طول عضو در نظر گرفته شده،  $r$  شعاع مربوط به ژیراسیون، و  $k$  ضریب طول موثر است. در این مسئله،  $1.0=k$  فرض شده است. شعاع چرخش ژیراسیون متناظر برای ۴۲ بخش گسسته اعمال شده است.  $r = \{0.47, 0.57, 0.67, 0.77, 0.87, 0.97, 0.97, 1.06, 1.16, 1.26, 1.15, 1.26, 1.36, 1.46, 1.35, 1.36, 1.45, 1.55, 1.75, 1.95, 1.74, 1.94, 2.16, 2.36, 2.57, 2.35, 2.56, 2.14, 2.33, 2.97, 2.54, 2.93, 2.94, 2.94, 2.92, 3.54, 3.96, 3.52, 3.51, 3.93, 3.92, 3.92\}$  (cm) اندازه جمعیت برای سازه خرپایی ۱۶۰ میله ای ۱۰۰ تنظیم شده است. در فرآیند بهینه سازی، حداکثر تعداد تکرار ۵۰۰ انتخاب

می شود. نتایج حاصل از طراحی بهینه گسسته برای این مثال در جدول ۱۰ ارائه گردیده است. نتایج ارائه شده بیانگر موثر بودن الگوریتم جستجوی نسبت خاص نسبت به سایر روشها می باشد. نمودار همگرایی در شکل ۶ ترسیم شده است.

#### ۵- نتیجه گیری

در این تحقیق یکی از جدیدترین الگوریتم های فراکاوشی تحت عنوان جستجوی نسبت خاص برای طراحی بهینه سازه توسعه داده شد. الگوریتم جستجوی نسبت خاص یک الگوریتم فراکاوشی تک هدفه و مبتنی بر جمعیت می باشد که با الهام از اندرکنش ذرات در یک میدان مغناطیس توانسته یک الگوریتم بهینه توسعه دهد. معادلات ریاضی استفاده شده در این الگوریتم برای اولین بار به صورت کاربردی بر مبنای تئوری فیزیک نسبت خاص توسعه داده شده اند. به دلیل کاربرد موثر این الگوریتم در دو سال گذشته تا کنون به طور وسیعی برای حل مسائل مختلف علوم در سرتاسر دنیا مورد استفاده قرار گرفته است. اما با توجه به پیشینه الگوریتم های فراکاوشی این دسته از الگوریتم ها در بهینه سازی همه مسائل ناتوان هستند. از این رو برای حل یک مسئله جدید نیازمند بازنگری و توسعه می باشند. در این تحقیق از الگوریتم گرادیان نزولی به منظور افزایش دقت جستجوی محلی استفاده گردید. عملکرد الگوریتم گرادیان نزولی به مقادیر ضرایب مختلف وابسته است. به همین منظور یک آنالیز حساسیت برای انتخاب بهترین ضریب توسعه داده شد. در پایان به منظور اثبات موثر بودن روش پیشنهادی تعدادی از مسائل مهندسی سازه بهینه سازی گردید. نتایج نشان میدهد که این روش نسبت به سایر روشهای گذشته عملکرد موثرتری دارد. لازم به ذکر است که با استفاده از این الگوریتم می توان طیف جدیدی از مسائل را در آینده بهینه سازی نمود.

جدول ۷: مختصات گره ای سازه ۱۶۰ عضوی

گره	مختصات X	مختصات Y	مختصات Z	گره	مختصات X	مختصات Y	مختصات Z
1	-105	-105	0	27	40	-40	1027.5
2	105	-105	2000	28	214	0	1027.5
3	105	105	0	29	40	40	1027.5
4	-105	105	0	30	-40	40	1027.5
5	-93.929	-93.929	175	31	-40	-40	1105.5
6	93.929	-93.929	175	32	40	-40	1105.5
7	93.929	93.929	175	33	40	40	1105.5
8	-93.929	93.929	175	34	-40	40	1105.5
9	-82.859	-82.859	350	35	-40	-40	1256.5
10	82.859	-82.859	350	36	40	-40	1256.5
11	82.859	82.859	350	37	-207	0	1256.5
12	-82.859	82.859	350	38	40	40	1256.5
13	-71.156	-71.156	535	39	-40	40	1256.5
14	71.156	-71.156	535	40	-40	-40	1346.5
15	71.156	71.156	535	41	40	-40	1346.5
16	-71.156	71.156	535	42	40	40	1346.5
17	-60.085	-60.085	710	43	-40	40	1346.5
18	60.085	-60.085	710	44	-26.592	-26.592	1436.5
19	60.085	60.085	710	45	26.592	-26.592	1436.5
20	-60.085	60.085	710	46	26.592	26.592	1436.5
21	-49.805	-49.805	872.5	47	-26.592	26.592	1436.5
22	49.805	-49.805	872.5	48	-12.737	-12.737	1526.5
23	49.805	49.805	872.5	49	12.737	-12.737	1526.5
24	-49.805	49.805	872.5	50	12.737	12.737	1526.5
25	-214	0	1027.5	51	-12.737	12.737	1526.5
26	-40	-40	1027.5	52	0	0	1615

جدول ۹: ترکیبات بارگذاری سازه ۱۶۰ عضوی

ترکیبات بارگذاری	گره	$P_x$ (N)	$P_y$ (N)	$P_z$ (N)	ترکیبات بارگذاری	گره	$P_x$ (N)	$P_y$ (N)	$P_z$ (N)
1	52	-868	0	-491	5	52	-917	0	-491
	37	-996	0	-546		37	-951	0	-546
	25	-1091	0	-546		25	-1015	0	-546
	28	-1091	0	-546		28	-636	1259	-428
2	52	-493	1245	-363	6	52	-917	0	-491
	37	-996	0	-546		37	-572	1303	-428
	25	-1091	0	-546		25	-1015	0	-546
	28	-1091	0	-546		28	-1015	0	-546
3	52	-917	0	-491	7	52	-917	0	-491
	37	-951	0	-546		37	-951	0	-546
	25	-1015	0	-546		25	-1015	0	-546
	28	-1015	0	-546		28	-636	1303	-428
4	52	-917	0	-546	8	52	-498	1460	-363
	37	-572	1259	-428		37	-951	0	-546
	25	-1015	0	-546		25	-1015	0	-546
	28	-1015	0	-546		28	-1015	0	-546

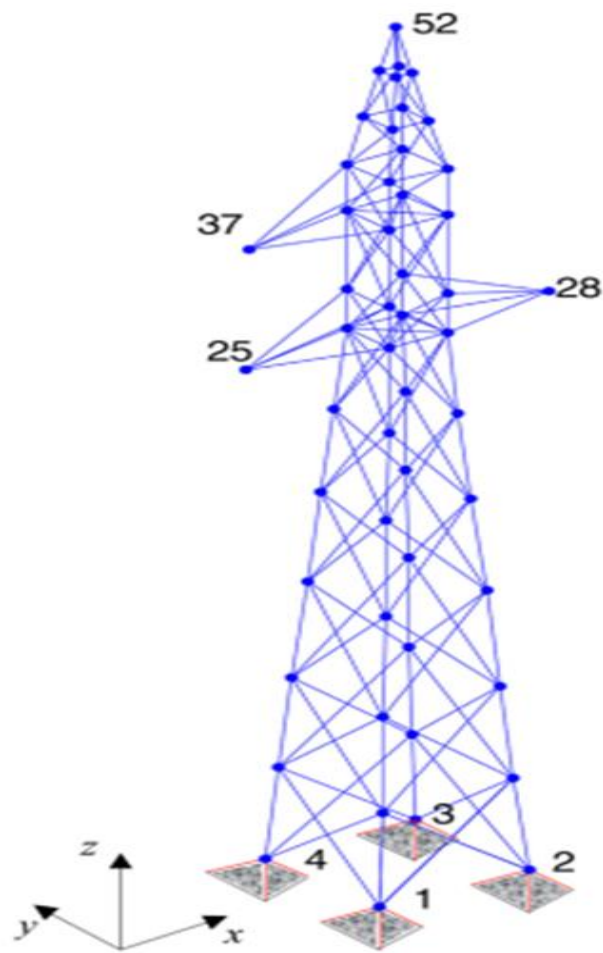
جدول ۸: شماره گذاری گره های سازه ۱۶۰ عضوی

شماره المان	گره		A <sub>i</sub>	شماره المان	گره		A <sub>i</sub>	شماره المان	گره		A <sub>i</sub>	شماره المان	گره		A <sub>i</sub>
	1	2			1	2			1	2			1	2	
1	1	5	1	41	13	18	8	81	25	31	17	121	36	40	29
2	2	6	1	42	14	17	8	82	28	32	17	122	38	41	29
3	3	7	1	43	14	19	8	83	28	33	17	123	39	42	29
4	4	8	1	44	15	18	8	84	25	34	17	124	35	43	29
5	1	6	2	45	15	20	8	85	26	31	18	125	40	41	30
6	2	5	2	46	16	19	8	86	27	32	18	126	41	42	30
7	2	7	2	47	16	17	8	87	29	33	18	127	42	43	30
8	3	6	2	48	13	20	8	88	30	34	18	128	43	40	30
9	3	8	2	49	17	21	9	89	26	32	19	129	35	36	31
10	4	7	2	50	18	22	9	90	27	31	19	130	36	38	31
11	4	5	2	51	19	23	9	91	29	34	19	131	38	39	31
12	1	8	2	52	20	24	9	92	30	33	19	132	39	35	31
13	5	9	3	53	17	22	10	93	27	33	20	133	40	44	32
14	6	10	3	54	18	21	10	94	29	32	20	134	41	45	32
15	7	11	3	57	19	24	10	95	30	31	20	135	42	46	32
16	8	12	3	58	20	23	10	96	26	34	20	136	43	47	32
17	5	10	4	55	18	23	11	97	26	29	21	137	40	45	33
18	6	9	4	56	19	22	11	98	27	30	21	138	41	46	33
19	6	11	4	59	20	21	11	99	31	35	22	139	42	47	33
20	7	10	4	60	17	24	11	100	32	36	22	140	43	44	33
21	7	12	4	61	21	26	12	101	33	38	22	141	44	45	34
22	8	11	4	62	22	27	12	102	34	39	22	142	45	46	34
23	8	9	4	63	23	29	12	103	33	39	23	143	46	47	34
24	5	12	4	64	24	30	12	104	32	35	23	144	44	47	34
25	9	13	5	65	21	27	13	105	31	36	23	145	44	48	35
26	10	14	5	66	22	26	13	106	34	38	23	146	45	49	35
27	11	15	5	67	23	30	13	107	32	38	24	147	46	50	35
28	12	16	5	68	24	29	13	108	33	36	24	148	47	51	35
29	9	14	6	69	22	29	14	109	34	35	24	149	45	48	36
30	10	13	6	70	23	27	14	110	31	39	24	150	46	49	36
31	10	15	6	71	24	26	14	111	37	35	25	151	47	50	36
32	11	14	6	72	21	30	14	112	37	39	25	152	44	51	36
33	11	16	6	73	26	27	15	113	37	40	26	153	48	49	37
34	12	15	6	74	27	29	15	114	37	43	26	154	49	50	37
35	12	13	6	75	29	30	15	115	35	40	27	155	50	51	37
36	9	16	6	76	30	26	15	116	36	41	27	156	48	51	37
37	13	17	7	77	25	26	16	117	38	42	27	157	48	52	38
38	14	18	7	78	27	28	16	118	39	43	27	158	49	52	38
39	15	19	7	79	25	30	16	119	35	38	28	159	50	52	38
40	16	20	7	80	29	28	16	120	36	39	28	160	51	52	38

جدول ۱۰: نتایج طراحی بهینه سازه ۱۶۰ عضوی

متغیرهای طراحی (cm <sup>2</sup> )	SDR [35]	RGA [36]	RBAS [37]	aeDE [38]	EFA [39]	mSOS [40]	SRS
A <sub>1</sub>	19.03	19.03	19.03	19.03	19.03	19.03	19.03
A <sub>2</sub>	5.27	5.27	5.27	5.27	5.27	5.27	5.27
A <sub>3</sub>	19.03	19.03	19.03	19.03	19.03	19.03	19.03
A <sub>4</sub>	5.27	5.27	5.27	5.27	5.27	5.27	5.27
A <sub>5</sub>	19.03	19.03	19.03	19.03	19.03	19.03	19.03
A <sub>6</sub>	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75
A <sub>7</sub>	17.03	15.39	15.39	15.39	15.39	15.39	15.39
A <sub>8</sub>	6.25	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75
A <sub>9</sub>	13.79	13.79	13.79	13.79	13.79	13.79	13.79
A <sub>10</sub>	6.25	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75
A <sub>11</sub>	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75
A <sub>12</sub>	12.21	13.79	12.21	12.21	12.21	12.21	12.21
A <sub>13</sub>	6.84	6.25	6.25	6.25	6.25	6.25	6.25
A <sub>14</sub>	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75
A <sub>15</sub>	2.66	2.66	3.47	3.88	3.88	3.88	3.88
A <sub>16</sub>	7.44	7.44	7.44	7.44	7.44	7.44	7.44
A <sub>17</sub>	1.84	1.84	1.84	1.84	1.84	1.84	1.84
A <sub>18</sub>	8.66	8.66	9.40	8.66	8.66	8.66	8.66
A <sub>19</sub>	2.66	2.66	2.66	2.66	2.66	2.66	2.66
A <sub>20</sub>	3.07	3.07	3.47	3.07	3.07	3.07	3.88
A <sub>21</sub>	2.66	2.66	3.07	2.66	2.66	2.66	2.66
A <sub>22</sub>	8.06	8.06	8.06	8.06	8.06	8.06	8.06
A <sub>23</sub>	5.27	5.27	5.27	5.27	5.27	5.27	5.27
A <sub>24</sub>	7.44	6.25	6.25	6.25	6.25	6.25	6.25
A <sub>25</sub>	6.25	5.75	5.75	5.75	6.25	5.75	5.75
A <sub>26</sub>	1.84	1.84	2.26	2.26	2.26	2.26	1.84
A <sub>27</sub>	4.79	4.79	4.79	4.79	4.79	4.79	4.79
A <sub>28</sub>	2.66	2.66	3.07	2.66	2.66	2.66	3.07
A <sub>29</sub>	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47
A <sub>30</sub>	1.84	1.84	1.84	1.84	1.84	1.84	1.84
A <sub>31</sub>	2.26	2.26	3.88	2.26	2.26	2.26	2.26
A <sub>32</sub>	3.88	3.88	3.88	3.88	3.88	3.88	3.88
A <sub>33</sub>	1.84	1.84	1.84	1.84	1.84	1.84	1.84
A <sub>34</sub>	1.84	1.84	2.26	1.84	1.84	1.84	1.84
A <sub>35</sub>	3.88	3.88	3.88	3.88	3.88	3.88	3.88
A <sub>36</sub>	1.84	1.84	2.26	1.84	1.84	1.84	1.84
A <sub>37</sub>	1.84	1.84	3.47	1.84	1.84	1.84	1.84
A <sub>38</sub>	3.88	3.88	3.88	3.88	3.88	3.88	3.88
وزن بهینه (lb)	1359.781	1337.442	1348.905	1336.634	1336.704	1336.634	1336.3502
وزن میانگین (lb)	-	-	1367.5275	1355.875	1372.551	1338.245	1338.3399
بدترین وزن (lb)	-	-	1401.6323	1410.611	-	-	1345.4180
انحراف معیار (lb)	-	-	-	18.805	34.706	10.49	2.7087
تعداد آنالیز	-	-	90000	23925	16870	24000	60800





شکل ۶: شماتیک سازه ۱۶۰ عضوی

- International Journal of Optimization in Civil Engineering*, 14 (1) :61-81,2024.
- [11] Goodarzimehr V, Topal U, Vo-Duy T, Shojaee S. Improved chaos game optimization algorithm for optimal frequency prediction of variable stiffness curvilinear composite plate. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. 42(19-20):1054-1066, 2023. doi:10.1177/07316844221145642.
- [12] Amiri, A., Torkzadeh, P. & Salajegheh, E. A new improved Newton metaheuristic algorithm for solving mathematical and structural optimization problems. *Evol. Intel*, 2024. <https://doi.org/10.1007/s12065-024-00911-0>.
- [13] Dastan, M., Goodarzimehr, V., Shojaee, S. et al. Optimal Design of Planar Steel Frames Using the Hybrid Teaching–Learning and Charged System Search Algorithm. *Iran J Sci Technol Trans Civ Eng* 47, 3357–3373, 2023. <https://doi.org/10.1007/s40996-023-01124-8>
- [14] Goodarzimehr V, Shojaee S, Hamzehei-Javaran S, Talatahari S. Special relativity search: A novel metaheuristic method based on special relativity physics. *Knowl Based Syst*,257:109484, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2022.109484>.
- [15] Goodarzimehr V, Talatahari S, Shojaee S, Hamzehei-Javaran S. Special relativity search for applied mechanics and engineering. *Comput Methods Appl Mech Eng*. 403:115734, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2022.115734>.
- [16] Erol, O.K., Eksin, I., A new optimization method: Big bang–big crunch, *Adv. Eng. Softw.* 37 (2) 106–111, 2006.
- [17] Hashim F.A., Houssein E.H., Mabrouk M.S., et al., Henry gas solubility optimization: A novel physics-based algorithm, *Future Gener. Comput. Syst.* 101, 646–667, 2019.
- [18] Kaveh A., Dadras Eslamlou A., Water strider algorithm: A new metaheuristic and applications, *Structures* 25, 520–541, 2020.
- [19] Abualigah L., Yousri D., Abd Elaziz M., Ewees A.A., Al-qaness M.A.A., Gandomi A.H., Aquila optimizer: A novel meta-heuristic optimization algorithm, *Comput. Ind. Eng.* 157 107250, 2021.
- [20] Faramarzi A., Heidarinejad M., Stephens B., Mirjalili S., Knowledge-based systems equilibrium optimizer: A novel optimization algorithm, *Knowl-Based Syst.* 191, 105190, 2019.
- [21] Wu SJ, Chow PT. Steady-state genetic algorithms for discrete optimization of trusses. *Comput Struct*; 56: 979–991, 1995. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(94\)00551-D](https://doi.org/10.1016/0045-7949(94)00551-D).
- [22] Li LJ, Huang ZB, Liu F. A heuristic particle swarm optimization method for truss structures with discrete
- [1] Goodarzimehr, V., Shojaee, S., Talatahari, S., Hamzehei-Javaran, S., Generalized displacement control analysis and optimal design of geometrically nonlinear space structures. *International Journal of Computational Methods*, 20(7):2143018, 2023 <https://doi.org/10.1142/S0219876221430180>.
- [2] Martinez P, Marti P, Querin O. Growth method for size, topology, and geometry optimization of truss structures. *Struct Multidiscip Optim*, 33(1):13–26, 2007. <https://doi.org/10.1007/s00158-006-0043-9>.
- [3] Kaveh A, Rahmani P, Eslamlou AD. An efficient hybrid approach based on harris hawks optimization and imperialist competitive algorithm for structural optimization. *Eng Comput*, 38:1555–83, 2022. <https://doi.org/10.1007/s00366-020-01258-7>.
- [4] Goodarzimehr, V., Talatahari, S, Shojaee, S, Gandomi A. H., Computer-aided dynamic structural optimization using an advanced swarm algorithm, *Engineering Structures*, 300, 117174, 2024. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.117174>.
- [5] Goodarzimehr, V., Topal, U., Das A. K. & Vo-Duy T. SABO algorithm for optimum design of truss structures with multiple frequency constraints, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2024. DOI: 10.1080/15397734.2024.2308652.
- [6] Dehghani, A., Goodarzimehr, V., Shojaee, S., Hamzehei Javaran, S., 'Modified adolescent identity search algorithm for optimization of steel skeletal frame structures', *Scientia Iranica*, pp. -. 2023. doi: 10.24200/sci.2023.60555.6868.
- [7] Dehghani, A., Hamzehei Javaran, S., Shojaee, S., Goodarzimehr, V., Optimal analysis and design of large-scale problems using a Modified Adolescent Identity Search Algorithm, *Soft Computing*, 2024. 10.1007/s00500-024-09689-w.
- [8] Dong T, Chen S, Huang H, Han C, Dai Z, Yang Z. Large-scale truss topology and sizing optimization by an improved genetic algorithm with multipoint approximation. *Appl Sci*, 12(1). 2022. <https://doi.org/10.3390/app12010407>.
- [9] Javidi, A., Salajegheh, E. & Salajegheh, J. Optimization of weight and collapse energy of space structures using the multi-objective modified crow search algorithm. *Engineering with Computers*, 38: 2879–2896,2022. <https://doi.org/10.1007/s00366-020-01276-5>.
- [10] Goodarzimehr V, Salajegheh F. OPTIMAL DESIGN OF TALL STEEL MOMENT FRAMES USING SPECIAL RELATIVITY SEARCH ALGORITHM.

- [35] Groenwold AA, Stander N. Optimal discrete sizing of truss structures subject to buckling constraints. *Struct Optim*; 14: 71–80, 1997. <https://doi.org/10.1007/BF01812508>.
- [36] Groenwold AA, Stander N, Snyman JA. A regional genetic algorithm for the discrete optimal design of truss structures. *Int J Numer Methods Eng*; 44: 749–766, 1999. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0207\(19990228\)44:6](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19990228)44:6).
- [37] Capriles PVSZ, Fonseca LG, Barbosa HJC, Lemonge ACC. Rank-based ant colony algorithms for truss weight minimization with discrete variables. *Commun Numer Methods Eng*; 23: 553–575, 2007. <https://doi.org/10.1002/cnm.912>.
- [38] Ho-Huu V, Nguyen-Thoi T, Vo-Duy T, Nguyen-Trang T. An adaptive elitist differential evolution for optimization of truss structures with discrete design variables. *Comput Struct*; 165: 59–75, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2015.11.014>.
- [39] Le DT, Bui DK, Ngo TD, Nguyen QH, Nguyen-Xuan H. A novel hybrid method combining electromagnetism-like mechanism and firefly algorithms for constrained design optimization of discrete truss structures. *Comput Struct*; 212: 20–42, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2018.10.017>.
- [40] Do DT, Lee J. A modified symbiotic organisms search (mSOS) algorithm for optimization of pin-jointed structures. *Appl Soft Comput*; 61: 683–699, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2017.08.002>.
- variables. *Comput Struct*; 87: 435–443, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2009.01.004>.
- [23] Lee KS, Geem ZW, Lee SH, Bae KW. The harmony search heuristic algorithm for discrete structural optimization. *Eng Optim*; 37(7): 663–684, 2005. <https://doi.org/10.1080/03052150500211895>.
- [24] Kaveh A, Talatahari S. A particle swarm ant colony optimization for truss structures with discrete variables. *J Constr Steel Res*; 65: 1558–1568, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2009.04.021>.
- [25] Capriles PVSZ, Fonseca LG, Barbosa HJC, Lemonge ACC. Rank-based ant colony algorithms for truss weight minimization with discrete variables. *Commun Numer Methods Eng*; 23: 553–575, 2007. <https://doi.org/10.1002/cnm.912>.
- [26] Sadollah A, Bahreinejad A, Eskandar H, Hamdi M. Mine blast algorithm for optimization of truss structures with discrete variables. *Comput Struct*; 102–103: 49–63, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2012.03.013>.
- [27] Kaveh A, Ghazaan MI. A comparative study of CBO and ECBO for optimal design of skeletal structures. *Comput Struct*; 153: 137–147, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2015.02.028>.
- [28] Talebpour MH, Kaveh A, Kalatjari VR. Optimization of skeletal structures using a hybridized ant colony-harmony search-genetic algorithm. *Iran J Sci Technol-Trans Civ Eng*; 38: 1–20, 2014.
- [29] Perez RE, Behdinan K. Particle swarm approach for structural design optimization. *Comput Struct*; 85: 1579–1588, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2006.10.013>.
- [30] Camp CV. Design of space trusses using big bang-big crunch optimization. *J Struct Eng*; 133: 999–1008, 2007. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2007\)133:7\(999\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2007)133:7(999)).
- [31] Degertekin SO. Improved harmony search algorithms for sizing optimization of truss structures. *Comput Struct*; 92–93: 229–241, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2011.10.022>.
- [32] Kim TH, Byun JI. Truss sizing optimization with a diversity-enhanced cyclic neighborhood network topology particle swarm optimizer. *Math*; 8(7): 1087, 2020. <https://doi.org/10.3390/math8071087>.
- [33] Degertekin SO, Lamberti L, Hayalioglu MS. Heat transfer search algorithm for sizing optimization of truss structures. *Lat Am J Solids Struct*; 14(3): 373–397, 2017. <https://doi.org/10.1590/1679-78253297>.
- [34] Jafari M, Salajegheh E, Salajegheh J. An efficient hybrid of elephant herding optimization and cultural algorithm for optimal design of trusses. *Eng Comput*; 35: 781–801, 2019. <https://doi.org/10.1007/s00366-018-0631-5>.